

Disclaimer: Diese Zusammenfassung wurde im Rahmen der Physik 1 - Vorlesung von Prof. A. Wallraff im FS21 hergestellt. Als Basis diente die Zusammenfassung von David Pahl. Ich kann keine Garantie für Vollständigkeit & Richtigkeit geben. Jedoch bin ich froh über Fehler informiert zu werden oder bei Fragen zu helfen:

ldewindt@ethz.ch

Zürich, der 23.10.2021 Lina De Windt

Latest update: 30.07.2022

Physik 1

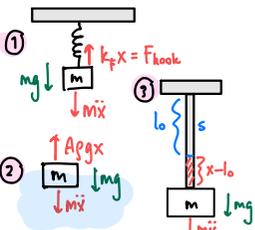
Lina De Windt
l.dewindt@ethz.ch

1. Schwingungen

1.1 Harmonische Schwingungen:

im Gleichgewicht gilt: $\sum_i F_i \stackrel{!}{=} 0$

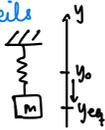
Rückstellende Kräfte:



- ① $F_{\text{hook}} = -k_f (x - r_0)$, $m\ddot{x} = F_{\text{hook}} - mg$
- ② $F_{\text{Auftrieb}} = -\rho g x$, $m\ddot{x} = F_{\text{Auftrieb}} - mg$
A: eintauchende Fläche
rho: Dichte des verdrängten Mediums
- ③ $F_{\text{Seil}} = -ES \frac{(x-l_0)}{l_0}$
E: Elastizitätsmodul
S: Querschnittsfläche des Seils
l_0: Ruhelage des Seils

Wenn Koordinatentransformation: wähle $y' = y - y_{\text{eq}}$

Auftriebskraft in Luft: $F_{\text{Auf}} = m_L g = \rho V g$



Harmonischer Oszillator:

Diffgleichung: $\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$

Ort: $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$
psi: Phasenverschiebung
omega_0: ungedämpfte Eigenfrequenz

Geschwindigkeit: $v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

Beschleunigung: $a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi)$

mit: $A = \frac{x_0}{\cos(\varphi)}$
 $\varphi = \arctan\left(\frac{-v(a)}{x_0 \cdot \omega_0}\right)$
 $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

Energie: $E_{\text{pot}} = -\int_0^x F_{\text{rück}} dx = \frac{1}{2} k x^2(t) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2(t)$
 $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \dot{x}^2(t)$
bzw. $\Delta x = (x - x_0)$

$\Rightarrow E_{\text{tot}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \rightarrow$ zeitunabhängig
 \rightarrow Energieerhaltung

zeitlicher Mittel: $\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{\int_0^T E_{\text{kin}}(t) dt}{T} = \langle E_{\text{pot}} \rangle = \frac{\int_0^T E_{\text{pot}}(t) dt}{T} = \frac{1}{2} E_{\text{tot}}$

Leistung: $P = \frac{dW}{dt}$

1.2 Gedämpfte Schwingungen:

Reibungskraft: $F_R = -b\dot{x}$ b: Reibungskoeffizient

Gedämpfter harmonischer Oszillator:

Diffgleichung: $\ddot{x} + \frac{d}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0$

$\Leftrightarrow \ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$

$\Rightarrow x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$

mit $\lambda_{1,2} = -\frac{\gamma}{2} \pm i\sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2}$

$\gamma = \frac{d}{m}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$
↑
Dämpfungsrate

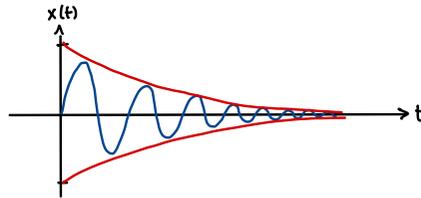
3 Fälle:

① Schwache Dämpfung: ($\frac{\gamma}{2} < \omega_0$)

$\rightarrow \lambda_{1,2} = -\frac{\gamma}{2} \pm i\sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}$

$\Rightarrow x(t) = (C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t)) e^{-\frac{\gamma}{2} t}$ mit $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}$

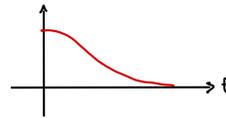
$\gamma = \frac{1}{T}$



- $\omega < \omega_0$ (delta omega steigt mit grösserem b)
- auch: $x(t) = A e^{-\frac{\gamma}{2} t} \sin(\omega t + \delta)$
mit $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$, $\sin \delta = \frac{C_1}{A}$, $\cos \delta = \frac{C_2}{A}$

② Kritische Dämpfung ($\frac{\gamma}{2} = \omega_0$) ($\hat{=}$ asymptotischer Grenzfall)

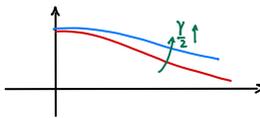
$\lambda_{1,2} = -\frac{\gamma}{2} \Rightarrow x(t) = (C_1 + C_2 t) e^{-\frac{\gamma}{2} t}$



③ starke, überkritische Dämpfung ($\frac{\gamma}{2} > \omega_0$)

$\lambda_{1,2} = -\frac{\gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2} < 0$

$\Rightarrow x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$



In allen 3 Fällen gilt: $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$

ω_0 : Eigenfrequenz, d.h. ohne Dämpfung oder sonstige äussere Kräfte.

Energie:

- $\frac{d}{dt} E_{\text{tot}} = F_{\text{reib}} \cdot \dot{x} = P_R \dots$ Reibungsleistung
- $E_{\text{tot}} = E_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = E_0 e^{-\gamma t} \dots$ Zerfallzeit $\tau = \frac{1}{\gamma} = \frac{m}{d}$
- $x(t) = A_0 e^{-\frac{t}{2\tau}}; E \sim x^2$
- Gütefaktor $Q = \frac{\omega}{\gamma} = \omega \tau = 2\pi \frac{\tau}{T}$

für 1 Periode: $Q = 2\pi \frac{E_{\text{tot}}}{|\Delta E_{\text{tot}}|}$

$\frac{dE}{dt} = P$

mit $\Delta E_{\text{tot}} = E_{\text{tot}}(t_0) - E_{\text{tot}}(t_0 + T)$
 \rightarrow relative Abnahme der Energie pro Periode

1.3 erzwungene Schwingungen

Äussere Kraft: $F_{\text{ext}}(t) = F_0 \cos(\Omega t)$, $F_0, \Omega \in \mathbb{R}$

Diffgleichung der Schwingung: $\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0 x = \frac{F_0}{m} \cos(\Omega t)$

Inhomogenität

Lösung: $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$

homogene Lösung: $x_h(t) = A_0 e^{-\frac{\gamma}{2} t} \cos(\omega t + \delta)$

\rightarrow geht gegen 0 für $t \rightarrow \infty$ ($\hat{=}$ Einschwingvorgang)

Δ wenn Aufgabe nach stationärer Lö fragt: $x_h(t) = 0$ setzen.

partikuläre Lösung: $x_p(t)$: Ansatz: $x_c = x_0 e^{i\Omega t}$, $x_0 \in \mathbb{C}$
 $F_{\text{ext}}(t) = \text{Re}\{F_0 e^{i\Omega t}\}$

Betrag $|x_0| = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \gamma^2 \Omega^2}}$
Phase $\delta_0 = \arctan\left(-\frac{\gamma \Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}\right)$
 $x_c(t) = |x_0| e^{i(\delta_0 + \Omega t)}$

$\Rightarrow x_p(t) = \text{Re}\{x_c(t)\} = |x_0| \cos(\Omega t + \delta_0)$

3 Fälle:

① Fall: $\Omega \ll \omega_0$: Resonanzfern

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$: Eigenfrequenz

$\Rightarrow |x_0| = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{F_0}{k}$, $\varphi = 0$

Bem: • konstante Kraft \rightarrow konstante Auslenkung

• Oszillator in Phase mit F_{ext}

② Fall: $\Omega \approx \omega_0$: Resonanznah

$\Rightarrow |x_0| = \frac{F_0}{m} \frac{1}{2\gamma \omega_0} = \frac{F_0}{k} Q$, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

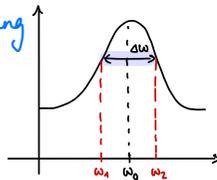
Bem: • Energiezufuhr in jeder Lage

③ Fall: $\Omega \gg \omega_0$: Resonanzfern

$\Rightarrow |x_0| = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\Omega^2}$, $\varphi = -\pi$

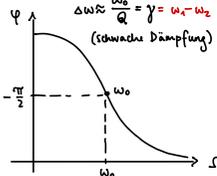
Bem: • Amplitude $\rightarrow 0$

• Oszillator schwingt gegenphasig zu F_{ext}



$\Delta \omega$: Resonanzbreite

$\Delta \omega \approx \frac{\omega_0}{Q} = \gamma = \omega - \omega_2$
(schwache Dämpfung)



Weitere Grössen: * auf die Eigenfrequenz ω_0 des Oszillators

- normierte Anregungsfrequenz: $\eta := \frac{\Omega}{\omega_0}$
- normierte Dämpfung: $\xi := \frac{\gamma}{2\omega_0}$

1.4 Überlagerung von Schwingungen:

Schwingungen gleicher Frequenz:

$$x(t) = A_1 \cos(\omega t + \delta_1) + A_2 \cos(\omega t + \delta_2)$$

$$= \text{Re}((A_1 e^{i\delta_1} + A_2 e^{i\delta_2}) e^{i\omega t}) = A \cos(\omega t + \delta)$$

$A e^{i\delta}$

Schwingungen unterschiedlicher Frequenz: ($\omega_1 \approx \omega_2$: Schwebung)

$$x(t) = A (\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)) = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$$

$\tilde{A}(t) \hat{=}$ zeitabhängige Amplitude

Schwebungsfrequenz: $\omega_s = |\omega_1 - \omega_2|$

kein $\frac{1}{2}$, weil das ist die Frequenz der Intensität $I \propto x^2$

Amplitude einer cos & sin Schwingung mit gleicher Phase:
Sei $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \pm B \sin(\omega t + \varphi)$

Dann ist die Amplitude: $x_0 = \sqrt{A^2 + B^2}$

Bemerkungen:

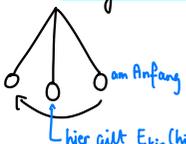
- Wenn es steht x Perioden pro Sekunde: $f = x \text{ Hz}$
- und: f existiert nur für periodische Vorgänge!
- Frequenz f: "# Perioden pro Sekunde"

f ist ein Mass dafür, wie schnell bei einem periodischen Vorgang die Wiederholungen aufeinander folgen.

- Schwingungen mit gleiches A und gleiches m: die auf sie wirkende Kraft ist gleich gross!

- Wenn DGL: $\ddot{y} + \beta \dot{y} + \alpha y + \gamma = 0$
 $\rightarrow \omega = \sqrt{\alpha} = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $d = \beta$ (direkt ablesen).

Zur Energiebilanz von Schwingungen:



z.B. AB $\dot{y}(0)$ bestimmen mit

$$E_{\text{tot}} (\text{am Anfang}) = E_{\text{pot}} (\text{am Anfang})$$

$$E_{\text{pot}} (\text{in der Mitte}) = E_{\text{kin}} (\text{in der Mitte})$$

Es gilt $\forall t$ $E_{\text{tot}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$.

hier gilt $E_{\text{kin}}(\text{hier}) = E_{\text{pot}}(\text{am Anfang})$. \rightarrow wegen Energieerhaltungssatz.

da $\forall t$, $E_{\text{tot}} = \text{konstant}$, gilt in der Mitte: $E_{\text{tot}}(\text{in der Mitte}) = E_{\text{kin}}(\text{in der Mitte}) = E_{\text{tot}}(\text{am Anfang}) = E_{\text{pot}}(\text{am Anfang})$.

Δ anfängliche Auslenkung bestimmt die potentielle Energie welche bestimmt die Gesamtenergie!

2. Wellen

2.1 Wellentypen, Ausbreitung:

Transversale Wellen: Auslenkung ξ \perp zur Ausbreitungsrichtung x
 \hookrightarrow Bsp: Seilwelle

allgemeine Gleichung: $\xi(x,t) = f(x - x_0 - vt)$

Longitudinale Wellen: Auslenkung ξ in Richtung der Ausbreitung x
 \hookrightarrow Bsp: Schallwellen

Wellenfunktion: $\xi(x,t) = f(x + vt) + g(x - vt) = f(kx + \omega t) + g(kx - \omega t)$

ω : Phasen-/Ausbreitungsgeschwindigkeit
 \oplus : Rückläufig, "nach links"
 \ominus : vorläufig, "nach rechts"

harmonische Welle: $f(x \pm vt) = A \cos(kx \pm \omega t)$

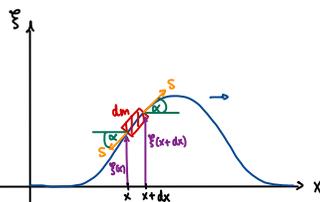
2.2 Die Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0$$

Alle Wellenfunktionen $\xi(x,t)$ erfüllen diese Gleichung.
Welle auf gespanntem Seil: (Transversalwelle)

$$v = \pm \sqrt{\frac{S}{\rho}} = \pm \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

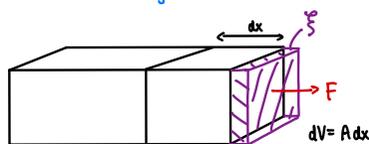
wobei $S = \frac{F}{A}$.. Zugspannung
 $\rho = \frac{m}{V}$.. Dichte des Seils
 $\mu = \frac{m}{l}$.. lineares Massenelement
F .. Kraft, mit welcher das Seil gespannt ist.



Welle in kontinuierlichen Medien: (longitudinale Welle)

$$v = \pm \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

wobei E .. Elastizitätsmodul
 ρ .. Dichte des Mediums



Schallgeschwindigkeit: in Luft: $v = 343 \text{ m/s}$
in Wasser: $v = 1484 \text{ m/s}$

2.3 periodische harmonische Wellen:

$$\xi(x,t) = A \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

Wichtige Grössen:

- Kreiswellenzahl: $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}$ [k] = m^{-1}
- Kreisfrequenz: $\omega = 2\pi f = v k$ (\neq Winkelgeschwindigkeit)
- Phasen/Winkelgeschwindigkeit: $v = \lambda f = \frac{\omega}{k}$
- Wellenlänge: $\lambda = \frac{v}{k f} = \frac{v T}{k} = v T = \frac{2\pi}{k}$ [λ] = m
- $\lambda_{\text{medium}} = \frac{v_{\text{medium}}}{f}$

Geschwindigkeiten Überblick:

- Seilwelle: $v = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$ S .. Seilspannung, ρ .. Seildichte
- Schallwelle: $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ E .. Elastizitätsmodul, ρ .. Dichte (Medium)
- Saite: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ μ .. lineare Dichte ("Dichte in 1 Dim.") [μ] = kg/m
- $n = \frac{c_0}{v}$ mit n .. Brechungsindex

2.4 Energietransport von Wellen:

Leistung & Intensität: $P = \iint_{A_0} I \cdot dA = I \cdot A_0 = \frac{\Delta E}{\Delta t} = F \cdot v$

[I] = W/m^2 Bem: $E, P \propto A^2$, $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = E$ wenn $E_0 = 0$ [W] = [E] = J
 $\langle P \rangle = \iint \langle I \rangle \cdot dA = \langle I \rangle \cdot A_0$ Arbeit = Änderung der Energie
 $E = \int P \cdot dt$ falls gleichmässig

	longitudinal / elastische Welle (kontinuierliches Medium)	Transversale Welle (Seilwelle)
< Leistung >	$\frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2 A_0$ / $\frac{1}{2} \frac{E}{v} \omega^2 A^2 A_0$ \hookrightarrow Intensität * Fläche	$\frac{1}{2} \mu v \omega^2 A^2$
< Intensität >	$\frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2$ / $\frac{1}{2} \frac{E}{v} \omega^2 A^2$	$\frac{1}{2} \mu v \omega^2 A^2$
E_{kin}	$\iint \frac{1}{2} \rho \left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2 dV$	$\int_0^L \frac{1}{2} \mu \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 dx$
< E_{kin} >	$\frac{1}{4} \rho \Delta V A^2 \omega^2$	$\frac{1}{4} \mu L A^2 \omega^2$
E_{pot}	$-\int_0^L F(x) dx = -\int_0^L (-D \cdot x) dx = \frac{1}{2} D \xi^2$	$\int_0^L \frac{1}{2} F_T \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx$
< E_{pot} >	$\frac{1}{4} \rho \Delta V A^2 \omega^2$	$\frac{1}{4} \mu L A^2 \omega^2$
U_{tot}	$\frac{E_{\text{tot}}}{\Delta V} = \frac{\frac{1}{2} \rho \Delta V A^2 \omega^2}{\Delta V} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2$	$\frac{E_{\text{tot}}}{L} = \frac{\frac{1}{2} \mu L A^2 \omega^2}{L} = \frac{1}{2} \mu A^2 \omega^2$

<...> .. zeitlicher Mittel

Legende: A.. Amplitude der Welle

E.. Elastizitätsmodul $\rho = \frac{m}{\Delta V}$

S.. Fläche, auf die die Welle trifft $D = \omega^2 m$

J... lineares Massenelement

Für y und ξ : entsprechende Wellenfunktion einsetzen.

"Spezielle" Werte:

• Intensität von Schallwellen: $I = 2\pi^2 v^2 A^2 \rho c$

• mittlere Intensität von einer Punktquelle: $\langle I \rangle = \frac{\langle P \rangle}{4\pi d^2}$ mit d.. Distanz

• Kugelschallwelle: $I(r) = \frac{P_{ak}}{A} = \frac{P_{ak}}{4\pi r^2}$ mit $P_{ak} = p v A = \int \dot{u} dA$

→ Intensität relativ zur Intensität des Schallpegels $p = \frac{F}{A}$

Intensitätspegel: $IP = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right)$ [IP] = dB

mit I_0 .. Referenzintensität

Schallpegel: $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ ($\hat{=}$ Hörschwelle)

2.5 Dopplereffekt:

allgemein: $f_E = f_Q \cdot \frac{c_s \pm v_E}{c_s \pm v_Q}$ $c_s = 343 \text{ m/s}$ (Schallgeschwindigkeit)

in Luft, trocken, 20°C

mit f_E .. Frequenz beim Empfänger

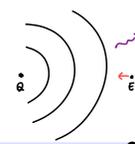
f_Q .. Frequenz der Quelle

allgemein: $c_{\text{Flüssigkeit, Gas}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$ mit K.. Kompressionsmodul

Tabelle: Gleichungen für f_E :

E \ Q	Q in Ruhe	Q nähert sich E	Q entfernt sich von E
E in Ruhe	$f_E = f_Q$	$f_Q \cdot \frac{c_s}{c_s - v_Q}$	$f_Q \cdot \frac{c_s}{c_s + v_Q}$
E nähert sich Q	$f_Q \cdot \frac{c_s + v_E}{c_s}$	$f_Q \cdot \frac{c_s + v_E}{c_s - v_Q}$	$f_Q \cdot \frac{c_s + v_E}{c_s + v_Q}$
E entfernt sich von Q	$f_Q \cdot \frac{c_s - v_E}{c_s}$	$f_Q \cdot \frac{c_s - v_E}{c_s - v_Q}$	$f_Q \cdot \frac{c_s - v_E}{c_s + v_Q}$

Why?



f .. Frequenz der Schwingung der Luft
Ich nehme f öfters pro Sekunde einen Wellenberg wahr (oder umgekehrt :)).

Geigenstimmen:

$\omega_2 \rightarrow \omega_1$ bringen:

- Schwebung wird langsamer \rightarrow richtige Richtung :)
- Schwebung wird schneller \rightarrow Stimmungsrichtung falsch!

2.6 Interferenz:

2 Fälle:

① Überlagerung zweier harmonischer Wellen \rightarrow gleiches A, k, f

$$\xi_{\text{tot}} = \xi_1 + \xi_2 = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx - \omega t + \delta)$$

$$\Rightarrow \xi_{\text{tot}} = 2A \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\delta}{2}\right) \quad \text{oft } x=0$$

Phasendifferenz $\delta \rightarrow$ bestimmt, ob sich die Wellen auslöschen oder nicht.

$$\delta = \Delta x \cdot k = \Delta x \frac{2\pi}{\lambda}$$

Gangunterschied: $\Delta x = x_2 - x_1$ ← Distanzen: vom Beobachter aus gesehen

2 Arten: • konstruktive Interferenz: $\Delta \delta = 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$

• destruktive Interferenz: $\Delta \delta = (2n+1)\pi, n \in \mathbb{Z}$

Amplituden:

• konstruktive Interferenz: $A = |A_1 + A_2|$

• destruktive Interferenz: $A = |A_1 - A_2|$

② Überlagerung zweier Wellen: gleiches A, leicht anderes f (Analogie: Schwebung)

$$\xi_{\text{tot}} = A \sin(\omega_1 t) + A \sin(\omega_2 t) = 2A \cos\left(2\pi \frac{\Delta f}{2} t\right) \sin\left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t\right)$$

zeitabhängige Amplitude

Schwebungsfrequenz: $\Delta f = |f_2 - f_1|$

Mittlere Frequenz: $\bar{f} = \frac{f_1 + f_2}{2} = \tilde{A}'(t)^2$

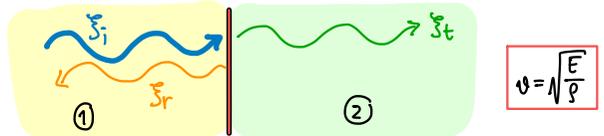
Mittlere Intensität (neu): $\bar{I}(t) = 2\rho v \omega^2 A^2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\pi \Delta f t)\right)$

Schockwelle:

Mach'scher Kegel: Öffnungswinkel $\vartheta = \arcsin\left(\frac{v_P}{v_a}\right)$
Mach'sche Zahl \rightarrow

2.7 Verhalten von Wellen an Grenzflächen

Reflexion & Transmission:



$$\xi_i = A e^{i(k_1 x - \omega t)} \quad x=0 \quad \xi_t = A_t e^{i(k_2 x - \omega t)}$$

$$\xi_r = A_r e^{i(-k_1 x - \omega t)} \quad \text{Änderung } \lambda: \lambda_{\text{neu}} = \frac{\lambda_{\text{alt}}}{n_{\text{neu}}}$$

Bem: Reflexion: v bleibt gleich. Transmission: v ändert sich.

Bedingungen für $x=0$:

1) Stetigkeit: $\xi_i + \xi_r = \xi_t \Rightarrow 1 + r = t$

2) Energieerhaltung: $\langle P_i \rangle = \langle P_r \rangle + \langle P_t \rangle$

$$\langle I_i \rangle = \langle I_r \rangle + \langle I_t \rangle \Rightarrow \frac{1-r}{1+r} = \frac{v_2 \rho_2}{v_1 \rho_1}$$

Reflexionskoeffizient: $r = \frac{A_r}{A} = \frac{v_1 \rho_1 - v_2 \rho_2}{v_1 \rho_1 + v_2 \rho_2}$

Transmissionskoeffizient: $t = \frac{A_t}{A} = \frac{2v_1 \rho_1}{v_1 \rho_1 + v_2 \rho_2}$

3 Fälle: ① Fall: $v_1 \rho_1 = v_2 \rho_2$: $r=0, t=1$

② Fall: $v_1 \rho_1 < v_2 \rho_2$: $r < 0, t < 1$ $\sin(\theta_t) = \sin(\theta_i)$

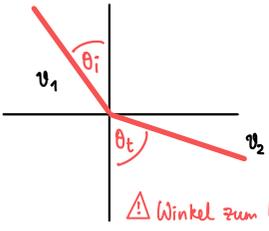
③ Fall: $v_1 \rho_1 > v_2 \rho_2$: $r > 0, t > 1$

Brechung:

Prinzip von Fermat: Eine Welle läuft zwischen 2 Punkten im Raum so, dass sie dafür möglichst wenig Zeit braucht.

Snellius'sches Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$



n_i .. Brechungsindex

$$n = \frac{c_0}{v}$$

c_0 .. Lichtgeschwindigkeit

v .. Ausbreitungsgeschwindigkeit im Medium

Bem: Brechungsindex der Luft: $n_L = 1.00028$

3 Fälle: ① $v_2 > v_1$: $\theta_t > \theta_i$

② $v_2 < v_1$: $\theta_t < \theta_i$

③ $v_2 = v_1$: $\theta_t = \theta_i$

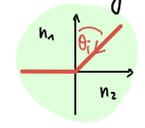
\rightarrow passiert, wenn $\theta_t = 90^\circ$

Totalreflexion:

$$\text{wenn } \sin \theta_t = \sin \theta_i \frac{v_2}{v_1} > 1$$

2 Bedingungen: ① $v_2 > v_1$

② $\theta_i > \theta_t = \arcsin\left(\frac{v_1}{v_2}\right) = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$
wegen $\sin \theta_t \leq 1$ - Seite.



\rightarrow kritischer Winkel

Transmissionskoeffizient: $t=0$:

$$\left. \begin{matrix} r=1 \\ r=-1 \end{matrix} \right\} |r|=1 \Rightarrow \theta_i = \theta_r$$

d.h. es wird nichts übertragen, sondern es wird alles reflektiert, evtl. mit einer Phasenverschiebung.

2.8 stehende Wellen:

Überlagerung von ξ_1 und ξ_2 :

$$\xi_{tot}(x,t) = A \cos(kx - \omega t) + A \cos(-kx - \omega t + \delta_R)$$

δ_R : Phasenverschiebung zw. den beiden Wellen

$$= 2A \cos(kx - \frac{\delta_R}{2}) \cos(\omega t - \frac{\delta_R}{2})$$

hier je nach dem was reinget / reflektiert wird cos oder sin wählen (mit entsprechender δ_R).

Einhüllende Grundlage stehender Wellen

Reflexion: fixiertes Ende ($\hat{=}$ hartes Medium) $\delta_R = \pi$

Begriffe: loses Ende ($\hat{=}$ weiches Medium) $\delta_R = 0$

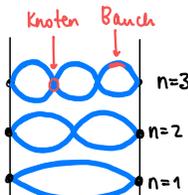
• 1. Harmonische $\hat{=}$ Fundamentalmode $\hat{=}$ Grundschwingung $\hat{=}$ cos mit kleinster Frequenz

• 2. Harmonische $\hat{=}$ 1. Oberschwingung
↳ n-te Harmonische $\hat{=}$ (n-1)-te Oberschwingung

• Resonanz: Erhöhung / Verstärkung der Amplituden
L.. Länge des Seils

3 Fälle:

n.. n-te Harmonische



falls Saite in Ruhelage zum Zeitpunkt $t=0$:
 $\xi_n = A \sin(k_n x) \sin(\omega_n t)$
falls Saite maximal ausgelenkt zum Zeitpunkt $t=0$ (z.B. "zupfen"): $\xi_n = A \sin(k_n x) \cos(\omega_n t)$
allgemein: $\xi_n = a_n \sin(k_n x) \cos(\omega_n t) + b_n \sin(k_n x) \sin(\omega_n t)$

① Zwei fixe Enden:

• Randbedingung: $\xi(0,t) = \xi(L,t) = 0 \quad \forall t$

• Resonanzbedingung: $L = \frac{n}{2} \lambda$

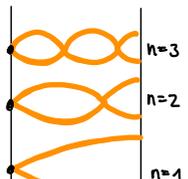
$$k_n = \frac{n\pi}{L}, \lambda_n = \frac{2L}{n}, f_n = \frac{v}{2L} \cdot n, n \in \mathbb{N}$$

② 1 fixer & 1 loser Ende:

Randbedingung: $\xi(0,t) = 0$ & $\xi(L,t) = A_{max}$ $\forall t$

Resonanz: $L = (2n-1) \frac{\lambda_n}{4}, n \in \mathbb{N}$

$$k_n = \frac{(2n-1)\pi}{2L}, \lambda_n = \frac{4L}{2n-1}, f_n = \frac{v(2n-1)}{4L}, n \in \mathbb{N}$$



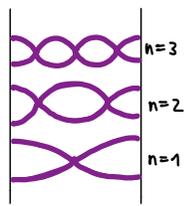
$$\xi_n = A \sin(k_n x) \cos(\omega_n t)$$

③ Zwei lose Enden:

Randbedingungen: $\xi(0,t) = \xi(L,t) = A_{max} \quad \forall t$

Resonanzbedingungen: $L = \frac{n\lambda_n}{2}$

$$k_n = \frac{n\pi}{L}, \lambda_n = \frac{2L}{n}, f_n = \frac{v}{2L} \cdot n, n \in \mathbb{N}$$



$$\xi_n = A \cos(k_n x) \cos(\omega_n t)$$

Bem.: stehende Wellen übertragen keine Energie.

Überlagerung von stehenden Wellen:

$$\xi(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(k_n x) \cos(\omega_n t + \delta_n) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin(k_n x) [a_n \cos(\omega_n t) + b_n \sin(\omega_n t)]$$

k_n, ω_n, δ_n : bestimmen mit den Randbedingungen.

• harmonische Oberwellen: $\omega_n = n\omega_1$, wobei ω_1 : Fundamentalmode
Energie bei stehenden Wellen:

hier als Bsp: 1 loses Ende: $y(t) = A \sin(k_n x) \cos(\omega_n t)$

$dE = dE_{kin} + dE_{pot}$. Wenn dE_{kin} max. ist, ist $dE_{pot} = 0$ und

$$dE_{kin}(x) = \frac{1}{2} \mu dx v^2 y^2 = \frac{1}{2} \mu dx \omega^2 A^2 \sin^2(kx) \cos^2(\omega t)$$

↳ dieser Ausdruck ist maximal, wenn $\omega t = \frac{\pi}{2}$.

$$dh \ dE = dE_{kin,max} = \frac{1}{2} \mu dx \omega^2 A^2 \sin^2(kx)$$

$$\rightarrow E = \int_0^L \frac{1}{2} \mu dx \omega^2 A^2 \sin^2(kx)$$

Das Huygen'sche Prinzip:

• Jeder Punkt einer Welle kann als Quelle einer (neuen) kugelförmigen Welle gesehen werden.

• Überlagerungsfront gibt neue Wellenfront:



Beziehungen zwischen den Komponenten:

▷ Schalldruck $\hat{=}$ Amplitude

▷ Schalldruck v.s. Lautstärke:

Schalldruckknoten = Lautstärke am lautesten

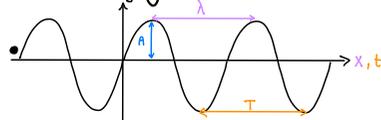
↳ longitudinale Wellen: Druckbäuche sind mit Auslenkungsknoten assoziiert & Druckknoten mit Auslenkungsbäuchen. Da das menschliche Gehör sowie ein Mikrophon auf Druckänderungen reagieren, ist die Lautstärke bei den Knoten der Auslenkung am größten.

▷ Intensität \propto Amplitude²

▷ Farbwahrnehmung des Menschen: Die menschlichen Nervenzellen im Auge sind sensitiv auf die Energie des einfallenden Lichts. Dh. auf die Frequenz und nicht auf die Wellenlänge. Und diese Frequenz des Lichts ändert sich nicht in unterschiedlichen Medien. (wir zeichnen die longitudinale Auslenkung der Luftmoleküle aus ihrer GGW-lage.)

Bemerkungen zu Wellen:

• Elektromagnetische Wellen sind Transversalwellen



3. Thermodynamik

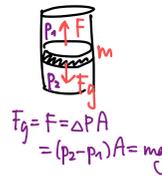
3.1 Setup:

3.1.1 Naturkonstanten:

- Boltzmann-Konstante: $K_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
- Avogadro-Zahl: $N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ Teilchen/mol}$
- universelle Gaskonstante: $R_T = 8.314 \text{ J/mol K} = K_B \cdot N_A$

3.1.2 Größen:

- Volumen: $[V] = \text{m}^3$
- Druck: $[p] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{ms}^2} = \text{Pa}$
- Temperatur: $[T] = \text{K}$
- Wärme: $[Q] = \text{J}$
- Innere Energie: $[U] = \frac{\text{m}^2 \text{kg}}{\text{s}^2} = \text{J}$
- Arbeit: $[W] = \text{J}$
- Stoffmenge: $[\tilde{n}] = \text{mol}$
- Teilchenanzahl: $[n] = \text{Einheitslos}$



$$\tilde{n} N_A = n$$

3.1.3 Umrechnung:

- Kalorie: $1 \text{ cal} = 4.187 \text{ J}$
- Kelvin: $\text{K} = \text{C}^\circ + 273.15$
- Druck: $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$, $1 \text{ atm} = 1013 \text{ hPa}$
- Teilchenanzahl: $n = \tilde{n} N_A$

3.1.4 Wärmekapazität:

- Wasser: $c_{\text{Wasser}} = 4.182 \text{ kJ/kg K}$
- Wasserdampf: $c_{\text{Dampf}} = 2.02 \text{ kJ/kg K}$
- Eis: $c_{\text{Eis}} = 2.06 \text{ kJ/kg K}$

3.1.5 Schmelz-/ Verdampfungswärme:

- $\lambda_{\text{Schmelz, Eis}} = 333.5 \text{ kJ/kg}$
- $\lambda_{\text{Dampf, Wasser}} = 2257 \text{ kJ/kg}$

3.1.6 Beziehungen $\tilde{n}, N_A, n, K_B, R, M$

- Molare Masse: $M = \frac{m}{\tilde{n}}$ $[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
- $\tilde{n} N_A = n$
- $n K_B = \tilde{n} R \rightarrow N_A K_B = R$

• $T \propto Q$ dh. wenn $T \downarrow$, dann $Q \downarrow$.

3.1.6 Ideale Gase, Eigenschaften:

- Atome/Moleküle, die nicht miteinander wechselwirken
- kein Eigenvolumen => pkt.förmige Teilchen
- kann auch mehratomig sein.

es gelten $pV = \tilde{n}RT = c \cdot T = \tilde{n} n_A K_B T$ ideale Gasgleichung

und $U = \frac{f}{2} pV = \frac{f}{2} \tilde{n}RT$ Gleichverteilungssatz

kein E_{pot} => $U = E_{kin}$ $\Delta U = U_E - U_A$ für $f=3$: $U = \frac{3}{2} \tilde{n}RT$

3.1.7 kinetische Gastheorie:

Mittlere kinetische Energie eines Teilchens:

$\langle E_{kin} \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} K_B T$

Innere Energie eines einatomigen idealen Gases:

$U = \sum_i E_i = \sum_i (E_{kin,i} + E_{pot,i}) = n \cdot \langle E_{kin} \rangle = n \cdot \frac{3}{2} K_B T$

Innere Energie eines allgemeinen Gases:

$U = \tilde{n} c_v T$

Bem: bei idealen Gasen: die absolute Temperatur ist ein Mass für $\langle E_{kin} \rangle$ der Teilchen.

3.1.8 Boltzmanns Postulat:

$P_i = P_0 e^{-\frac{E_i}{k_B T}}$ Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilchen in Energie E_i vorliegt.

3.2 Temperatur & kinetische Gastheorie:

Gay-Lussac:

$V = c_p T$ $p = \text{const.}$

$p = c_v T$ $V = \text{const.}$

Boyle-Mariot:

$p \cdot V = \text{const.}$ $T = \text{const.}$

bei Gase mit genügend niedriger Dichte

0. Hauptsatz der Thermodynamik:



$\textcircled{1} \wedge \textcircled{2} \Rightarrow T_A = T_C$

=> thermisches Gleichgewicht hat sich eingestellt
-> A, B, C müssen dafür nicht im direkten Kontakt zueinander stehen.

3.3 Wärmekapazität:

molare Wärmekapazität mit V const.: $c_v, \frac{dU}{dT} = \tilde{n} c_v$

molare Wärmekapazität mit p const.: $c_p, \frac{dU}{dT} = \tilde{n} c_p - \tilde{n} R$

Für ideale Gase gilt: $c_p = c_v + R$

Gleichverteilungsgesetz:

innere Energie: $U = \frac{f}{2} \tilde{n}RT$ $\left\{ \begin{array}{l} c_v = \frac{f}{2} R \\ c_p = \frac{f+2}{2} R \end{array} \right.$

f.. Freiheitsgrad pro Teilchen

Adiabatenkoeffizient: $\kappa = \gamma = \frac{c_p}{c_v} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{f+2}{f} = \frac{\ln(P_E/P_A)}{\ln(V_A/V_E)} \\ \frac{c_v+R}{c_v} = 1 + \frac{R}{c_v} \end{array} \right.$

auch: $\gamma = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2}$

$\frac{dT}{T} = -\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dV}{V} = -(\kappa-1) \frac{dV}{V}$

Freiheitsgrade

System:	Transl.	Rot.	Total	c_v	c_p	κ
1 atomiges Gas	3	0	3	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{5}{3}$
2 atomiges Gas	3	2	5	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	$\frac{7}{5}$
3 atomiges Gas	3	3	6	$3R$	$4R$	$\frac{4}{3}$
Festkörper	3 kin. + 3 pot.		6		$c_m \approx 3R$	

Definition Freiheitsgrad: Jede voneinander unabhängige Bewegungsmöglichkeit. z.B. bei Atomen: wie sich ein Atom ändern kann, sodass es nachher anders aussieht (Form ändert sich)

Bem: für die Berechnung der von einem Gas geleisteten Arbeit spielt die # Freiheitsgrade keine Rolle.

3.4 Wärme & 1. Hauptsatz der Thermodynamik:

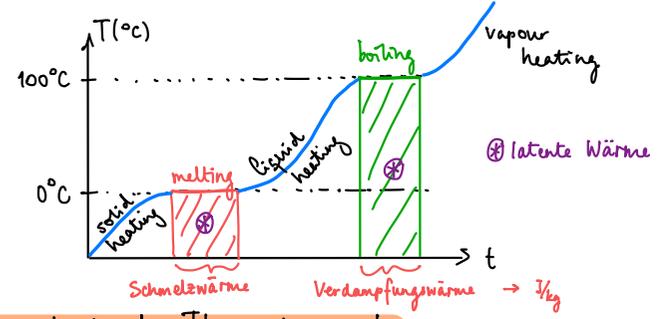
3.4.1 Wärme: = Energie, die infolge einer Temperaturdifferenz von ein System zu einem anderen übergeht.

3.4.2 Erwärmung: $Q = m \cdot c_m \cdot \Delta T$ $c = m \cdot c_m = \tilde{n} c_{mol}$
 $Q = \tilde{n} c_{mol} \cdot \Delta T$

wobei c_m .. spezifische Wärmekapazität \rightarrow FoTa S.190~191
 c_{mol} .. molare Wärmekapazität

3.4.3 Phasenübergang: $Q_{S,D} = m \cdot \lambda_{S,D}$ (Latente Wärme)

Index: S.. Schmelzen, D.. Verdampfen



1. Hauptsatz der Thermodynamik:

$\Delta U = W^{\leftarrow} + Q^{\leftarrow}$ auch: $dU = dW + dQ$

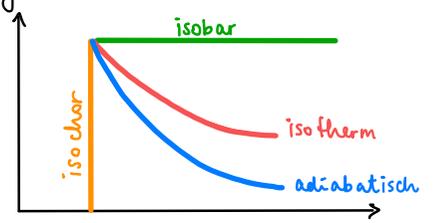
ΔU .. Änderung der inneren Energie
 W^{\leftarrow} .. am System verrichtete Arbeit
 Q^{\leftarrow} .. dem System zugeführte Energie
Wenn nichts steht: \leftarrow

Pfeile: \leftarrow : dem System zugeführt \rightarrow : vom System abgeführt

3.4.4 Volumenarbeit: (p konstant)

$\delta W^{\rightarrow} = -F dx = p A dx = p \cdot dV \Rightarrow W = -\int_{V_A}^{V_E} p dV$

3.4.5 PV-Diagramme: verbildlichen das Verhalten von einem Gas:)



Bem: vom Gas abgegebene / verrichtete Arbeit = orientierter Flächeninhalt unter der Kurve.
* pos. Fläche => Gas leistet W in die Umgebung.

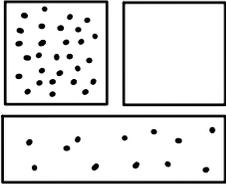
Begriffe:

- isotherm: T konstant
 - isobar: p konstant
 - isochor: V konstant
 - adiabatisch: es wird kein Q mit der Umgebung ausgetauscht
- ⚠ Wenn Gas expandiert -> Gas leistet W in die Umgebung!

3.5 Zustandsänderungen:

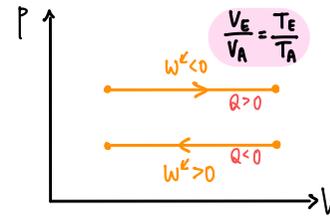
E. Ende
A. Anfang

3.5.1 freie Expansion: (irreversibel) → T ist konst. → isotherm



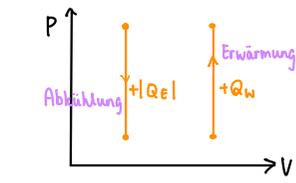
- innere Energie: $\Delta U = 0$
- zugeführte Wärme: $Q = 0$
- zugeführte Volumenarbeit: $W = 0$
- für ideale Gase: $T_E = T_A$
 $P_E = P_A \cdot \frac{V_A}{V_E}$

3.5.2 isobar ⇒ p = const.:



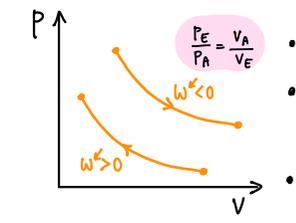
- innere Energie: $\Delta U = W + Q = \tilde{n} c_v \Delta T$
- zugeführte Volumenarbeit: $W = -p(V_E - V_A) = -\tilde{n} R \Delta T$
- zugeführte Wärme: $Q = \tilde{n} c_p \Delta T$, $c_p = c_{mol}$ bei p konstant

3.5.3 isochor ⇒ V = const.:



- innere Energie: $\Delta U = \Delta Q$
- zugeführte Wärme: $W = 0$ (dV=0)
- zugeführte Volumenarbeit: $\Delta Q = \tilde{n} c_v \Delta T$, $c_v = c_{mol}$

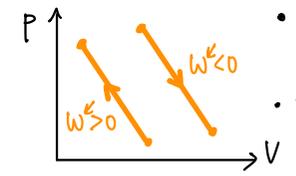
3.5.4 isotherm ⇒ T = const.:



- innere Energie: $\Delta U = 0$
- zugeführte Wärme: $Q = -W = W$
 $= \int_{V_1}^{V_2} p dV = \tilde{n} R T_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \tilde{n} R T_1 \ln(\frac{V_2}{V_1})$
- zugeführte Volumenarbeit: $W = -\tilde{n} R T \ln(\frac{V_E}{V_A}) = -\int_{V_A}^{V_E} \frac{\tilde{n} R T}{V} dV$

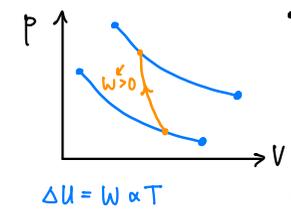
für ideale Gase: $W = -P_A V_A \ln(\frac{V_E}{V_A})$

3.5.5 linear:



- Gerade: $p(V) = p_1 + \frac{p_2 - p_1}{V_2 - V_1} (V - V_1)$
- zugeführte Volumenarbeit: $W = -[p_1(V_2 - V_1) + \frac{1}{2} \frac{p_2 - p_1}{V_2 - V_1} (V_2 - V_1)^2]$

3.5.6 adiabatisch: → Entropie ändert sich nicht



- innere Energie: $\Delta U = W$
 $du = dw = -pdv = -\frac{\tilde{n} R T}{V} dV$
- zugeführte Wärme: $Q = 0$
- zugeführte Volumenarbeit: $W = \tilde{n} c_v \Delta T = \frac{p_E V_E - p_A V_A}{\gamma - 1}$

allg: W, Q, U ∝ T

Die Poisson'schen Gleichungen: für adiabatische Prozesse:

$$\begin{cases} TV^{\gamma-1} = \text{const.} \\ pV^{\gamma} = \text{const.} \\ T^{\gamma} p^{1-\gamma} = \text{const.} \end{cases}$$

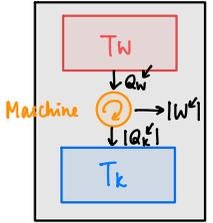
Erinnerung: $\gamma = K = \frac{c_p}{c_v}$
d.h. $p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$ usw.

Der 2. Hauptsatz der Thermodynamik:

Allgemein:
Thomson: Man kann mechanische Energie restlos in Wärme umwandeln, aber man kann unmöglich Wärme restlos in Arbeit umwandeln. ⇒ d.h. irreversibel.
↳ man kann keinen perfekten Kreislauf machen. Es geht immer Energie dabei verloren. (→ Kreisläufe sind irreversibel).

Die ideale Wärmekraftmaschine:

wandelt Wärme komplett in mechanische Arbeit um.

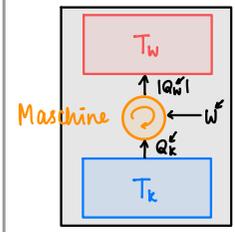


- Q_W .. zugeführte Wärme aus wärmeren Reservoir
- $|Q_K|$.. Abgegebene Wärme (von Maschine) in einem Zyklus
- $|W|$.. Die in einem Zyklus netto verrichtete Arbeit

Wirkungsgrad: $\eta = \frac{|W|}{Q_W} = 1 - \frac{|Q_K|}{Q_W}$

Die Kältekräftmaschine / Wärmepumpe:

↳ führt die entzogene Wärme komplett zu einem anderen Reservoir (ohne dabei Verluste zu erzeugen)



↳ Ziel: Kühlschrank kalt halten
↳ dafür müssen wir Wärme vom Kühlschrank entziehen → kein natürlicher Vorgang!
 Q_K .. den vom kälteren Reservoir entnommene Wärme (d.h. der Maschine zugeführt)
 $|Q_W|$.. dem wärmeren Reservoir zugeführte Wärme

$W = |Q_W| - Q_K$

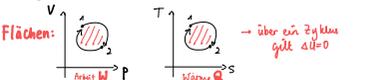
Wirkungsgrad: Wärmepumpe: $\eta = \frac{|Q_W|}{W} = \frac{|Q_W|}{|Q_W| - Q_K}$

Kältekräftmaschine: $\eta = \frac{Q_K}{W} = \frac{Q_K}{|Q_W| - Q_K}$

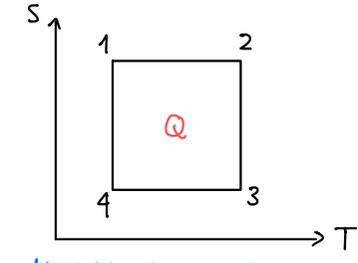
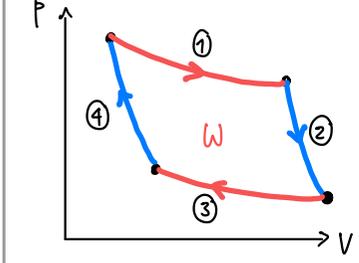
Unterschied:
Wärmepumpe: Ziel: Wärme zu einem Ort transportieren
Kältekräftmaschine: Ziel: möglichst viel Wärme von einem System wegziehen (≙ der ideale Kühlschrank)

Bem: diese idealen Maschinen existieren in der Realität nicht! → kein Prozess, durch den die Entropie des Universums abnimmt.

Carnot-Kreisprozesse:



↳ ist der effizienteste Kreisprozess, ≙ Gültigkeit 2.HS.



- ① isotherme Expansion
- ② adiabatische Expansion
- ③ isotherme Kompression
- ④ adiabatische Kompression

Bem: zwischen 2 gegebenen Wärmereservoiren hat die reversibel arbeitende Wärmekraftmaschine den höchstmöglichen η.

Wirkungsgrade der Carnot-Maschine:

Wärmeleistungsmaschine: $\eta_{\text{Carnot}} = \frac{T_w - T_k}{T_w}$

↳ Carnot-Prozess im Uhrzeigersinn

Wärmepumpe: $\eta_w = \frac{1}{\eta_{\text{Carnot}}} = \frac{T_w}{T_w - T_k}$

Kältemaschine: $\eta_k = \frac{T_k}{T_w - T_k}$

Carnot-Prozess im Gegen-Uhrzeigersinn

η allgemein: $\eta = \frac{\text{gewonnene Arbeit}}{\text{zugeführte Arbeit}} = \frac{\sum W^{\uparrow}}{\sum Q^{\leftarrow}} = \frac{W_+ - W_-}{Q_+ - Q_-}$

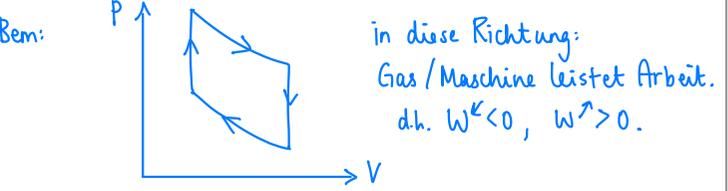
Stirling-Maschine:



↳ Effizienz ist kleiner als die der Carnot-Maschine.

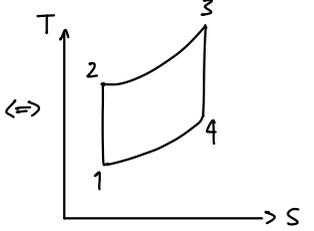
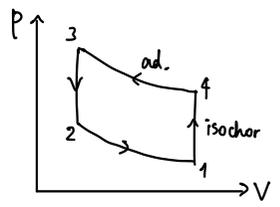
$\eta = \frac{\text{gewonnene Arbeit}}{\text{zugeführte Wärme}}$

↳ dh. nur $Q^{\leftarrow} > 0$ wird berücksichtigt!



Why? Die im Uhrzeigersinn orientierte eingeschlossene Fläche im pV-Diagramm entspricht der Arbeit, welche die Maschine/das Gas in die Umgebung verrichtet.

pV ↔ ST-Diagramm:



3.6 Entropie (≙ Maß für die Unordnung):

3.6.1 Allgemeines: Durch irreversible Prozesse geht die Gesamtheit aus System & Umgebung (≙ Universum) in einem Zustand geringerer Ordnung über. Ein Maß für diese Unordnung ist die Entropie S.

3.6.2 Entropie des Universums: (≙ abgeschlossenes System)

- Es gilt immer: $\Delta S \geq 0$
- Bei reversiblen Prozessen: $\Delta S = 0$
- Bei irreversiblen Prozessen: $\Delta S > 0$

Merke: ~~Es~~ kein Prozess, durch den die Entropie des Universums abnimmt (→ 2. HS der Thermodynamik)

⚠ nicht verwirren: lokal kann ich Ordnung erzeugen, aber ΔS vom Universum ist stets ≥ 0 .

"Regeln":

- Nur Vorgänge, bei denen die Entropie wächst, verlaufen von selbst.
- Entropie hängt vom Zustand des Systems ab, nicht vom Weg.
- Ist ein System nicht abgeschlossen, so kann $\Delta S < 0$ sein.

⚠ Unterscheide stets zwischen: Umgebung

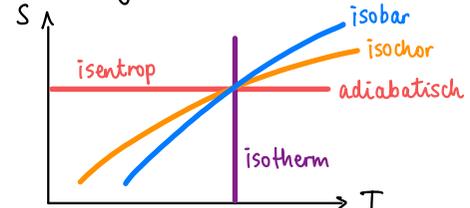
- i) System ii) Umgebung iii) Universum = System + Reservoir

3.6.3 Entropieänderung für reversible Prozesse:

$dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$ Q_{rev} ... zugeführte Wärme $\Rightarrow S = \int \frac{dQ_{\text{rev}}}{dT}$

$\Delta S_{\text{Universum}} = \Delta S_{\text{System}} + \Delta S_{\text{Reservoir}}$

3.6.5 S-T-Diagramm:

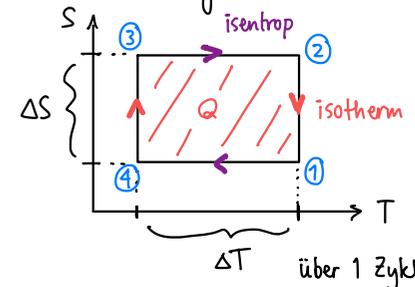


Bem: isentrop + reversibel => adiabatisch

3.6.4 Entropieänderung bei Zustandsänderungen:

Art der Zustandsänderung:	ΔS_{System}	$\Delta S_{\text{Umgebung}} (= \text{Reservoir})$
Allgemein	$\int \frac{dQ^{\leftarrow}(T_{\text{sys}})}{T_{\text{sys}}}$ Variable	$-\frac{1}{T_{\text{umg}}} \int dQ(T_{\text{umg}})$ Konstante, Endtemperatur
freie Expansion	$\tilde{n} R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	$-\tilde{n} R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$
isobar	$\tilde{n} c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$	$-\tilde{n} c_p \frac{T_2 - T_1}{T_2}$
isochor	$\tilde{n} c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$	$-\tilde{n} c_v \frac{T_2 - T_1}{T_2}$
isotherm	$\tilde{n} R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	$-\tilde{n} R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$
adiabatisch	0	0
Carnot	$\Delta S_{\text{Universum}} = 0$	0

3.6.6 S-T-Diagramm eines Carnot-Prozesses:



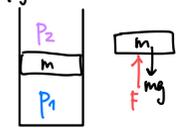
die im Uhrzeigersinn eingeschlossene Fläche entspricht der zugeführten Wärme (d.h. Q^{\leftarrow})

über 1 Zyklus (Carnot): $Q = \Delta T \cdot \Delta S$

Aufgabe etwas schmelzen: $Q = Q_{\text{erwärmen}} + Q_{\text{schmelzen}} = m \cdot c_m \cdot \Delta T + m \cdot \lambda_s$ (bei Verdampfen analog).
 ↳ bis $0^\circ\text{C} = 273.15\text{K}$
 ↳ von Eis bis 0°C spez. Schmelzwärme von Eis
 ↳ falls noch mehr erhitzen: $+ m \cdot c_m \Delta T$ bis gewünschte T. von Wasser

Aufgabe: Eiswürfel in Wasser: $Q_{\text{ab}} + Q_{\text{zu}} \stackrel{!}{=} 0$ in GGW-Temperatur.
 mit $Q_{\text{ab}} = m_w c_w \Delta T_w$ $\Delta T_w = T_{\text{ende}} - T_{\text{Anfang, Wasser}}$ und
 $Q_{\text{zu}} = m_{\text{Eis}} \lambda_s + m_{\text{Eis}} c_w (T_{\text{ende}} - T_{\text{Anfang, Eis}})$

Aufgabe: Druckkolben:



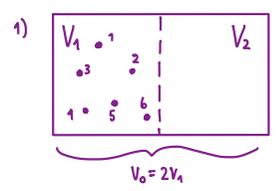
GGW: $m g = F = (p_2 - p_1) A$ ($p_1 > p_2$)
 ↳ F "entsteht" aufgrund des Druckunterschieds. (hier aufgrund des Überdrucks)

3.6.7 statistische Definition der Entropie:

$S = K_B \ln(W)$

W.. Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Zustands.
 $K_B = \frac{R}{N}$

Beispiele:



$W(1, V_1) = \frac{V_1}{V_0} = \frac{1}{2}$ # Teilchen
 $\Rightarrow W(1A2A \dots AN, V_1) = \left(\frac{V_1}{V_0}\right)^N = \left(\frac{1}{2}\right)^N$

2) Änderung der Entropie bei freier Expansion: (V_1 zu V_0)

$\Delta S = S_0 - S_1 = K_B \ln(W_0) - K_B \ln(W_1) = N K_B \ln\left(\frac{V_0}{V_1}\right)$

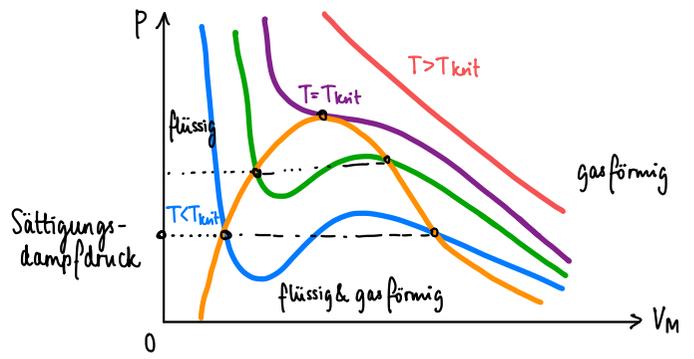
Ausgangszustand (alle Teilchen in V_0)
 ↑ Teilchen in V_0 & V_1
 $\left(\frac{V_0}{V_0}\right)^N = 1$
 $\left(\frac{V_1}{V_0}\right)^N$

3.7 Thermische Vorgänge:

3.7.1 Van-der-Waals Gleichung:

$\left(p + \frac{a}{V_M^2}\right)(V_M - b) = RT$ $V_M = \frac{V}{n}$ (Molvolumen)

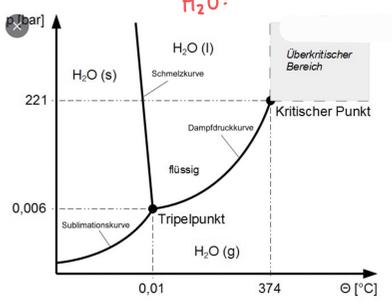
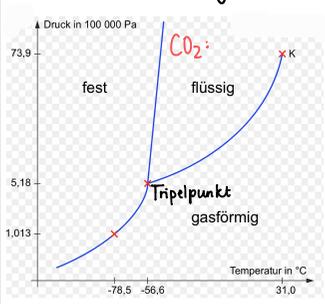
3.7.2 pV_M - Isothermen realer Gase:



Sättigungsdampfdruck: Druck, bei welchem Gas & Flüssigkeit bei einer bestimmten Temperatur im Gleichgewicht stehen

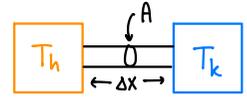
Normaler Siedepunkt: Temperatur, bei welcher der Sättigungsdampfdruck gerade 1 bar ist.

3.7.3 Phasendiagramm:



Tripelpunkt: Alle drei Phasen im Gleichgewicht miteinander
 kritischer Punkt: Ab hier sind Flüssigkeit und Gas nicht mehr voneinander zu unterscheiden (überkritische Flüssigkeit)

3.7.4 Wärmeübertragung:



$\Delta T = T_h - T_k$
 $\frac{\Delta T}{\Delta x} = \text{Temperaturgradient}$

Wärmestrom: $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \dot{Q} = kA \frac{\Delta T}{\Delta x}$
 mit k .. Wärmefähigkeit, $[k] = \text{W/mK}$

Wärmeleitwiderstand: $R = \frac{\Delta x}{kA} \rightarrow \Delta T = R \cdot I$

Wärmestrahlung: $P_e = \epsilon \sigma A T^4$
 mit ϵ .. Emissivität, $\epsilon \in [0, 1]$
 σ .. Stefan-Boltzmann-Konstante, $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$

Normalkoordinaten: bei 2 gekoppelten DGL anwenden die 2 DGL's addieren bzw. subtrahieren und DGL in Abhängigkeit von z_1 und z_2 erhalten.
 Dann löse DGL nach z_1, z_2 (Normalschwingungen)
 führe ein: $\begin{cases} z_1 = x_1 - x_2 \\ z_2 = x_1 + x_2 \end{cases}$
 \rightarrow am Schluss: $\begin{cases} x_1(t) = \frac{1}{2}(z_1 + z_2) \\ x_2(t) = \frac{1}{2}(z_2 - z_1) \end{cases}$

Aufgaben, Tipps:

Koordinatentransformation: z.B. bei Federspendel:

$\sin(y - y_{eq}) \rightarrow y_2 = y - y_{eq}$
 $\sin(y_2)$
 AB vorher: $y(t) = y_{eq} + \Delta y$
 $y(t) = 0 \rightarrow$ was bringt das? $\rightarrow M \ddot{y}_2 - k y_2 = 0$
 nun homogen
 neue AB: $y_2(t) = + \Delta y$
 $\dot{y}_2(t) = 0$

Überlagerung von Wellen & Interferenz:

Seien ξ_A, ξ_B Wellen mit gleichem A und gleicher Phase.
 $\xi_A(r) = A \cos(k \cdot (r - r_A) - \omega t)$ bei L!
 $\xi_B(r) = A \cos(k \cdot (r - r_B) - \omega t) = A \cos(k \cdot (r - r_A) - \omega t + k \Delta r)$ mit $\Delta r = r_B - r_A$
 $\xi_A + \xi_B = 2A \cos\left(\frac{k \Delta r}{2}\right) \cos(k \cdot (r - r_A) - \omega t + \frac{k \Delta r}{2})$

Amplitude der Überlagerten Schwingung: $2A \cos\left(\frac{k \Delta r}{2}\right)$
 \rightarrow anhand dessen kann man z.B. f_n so bestimmen, dass bei L eine konstruktive / destruktive Interferenz stattfindet.
 \rightarrow Ausdruck maximieren / minimieren

Falls "kein Beobachter" (d.h. kein geg. Punkt für Beobachter):
 $\xi_1 + \xi_2 = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(k(d-x) - \omega t + \varphi) \stackrel{!}{=} 0$ (destruktiv)
 $\rightarrow kx - \omega t = k(d-x) - \omega t + \varphi + n\pi, n = 2k+1, k \in \mathbb{N}$

Seien Mehrere Quellen, die sich konstruktiv interferieren (d.h. gleiche Phase), und man möchte die Gesamtleistung berechnen:

Man darf dann nicht die Teilleistungen zusammenaddieren, sondern zuerst die Gesamtamplitude ($P \propto A^2$) berechnen, und dann daraus die Leistung berechnen.

z.B. da $P \propto A^2 \rightarrow$ wenn z.B. $P = \frac{1}{4} P \rightsquigarrow \frac{P}{4} \propto \left(\frac{A}{2}\right)^2$
 \rightsquigarrow für eine $\frac{1}{4}$ so starke Leistung ist die Amplitude der Welle halb so gross.

Saiten: λ (derselben Saite & desselben Harmonischen) ist konstant.
 • Wenn man eine Saite zupft tönen auch die Höherharmonischen
 $\bullet \xi_n(x,t) = A_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L} vt + \varphi_n\right)$

Schallwellen: • Wellenlänge λ ist je nach Ton unterschiedlich.
 $\lambda = \frac{v}{f}$ • Schallgeschwindigkeit ist auch je nach Medium anders.

Licht: die Frequenz von Licht ist nur davon abhängig, wie es entsteht. nachher ändert sie sich nicht mehr.
 D.h. sie ist auch bei einem Übergang in ein anderes Medium konstant.
 Doch was ändert sich dann? \rightarrow Ausbreitungsgeschwindigkeit v & somit auch die Wellenlänge λ .

Achtung bei Reflexion: v, f, λ ändern sich nicht. A ändert sich.

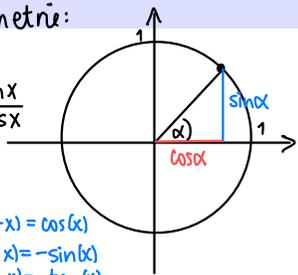
4. Anhang:

4.1 Trigonometrie:

Potenzreduktion:

$\triangleright \sin^2 x + \cos^2 x = 1$
 $\triangleright \sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$
 $\triangleright \sin^3 x = \frac{1}{4}(3\sin x - \sin(3x))$
 $\triangleright \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos(2x))$
 $\triangleright \cos^3 x = \frac{1}{4}(3\cos x + \cos(3x))$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$



$\cos(-x) = \cos(x)$
 $\sin(-x) = -\sin(x)$
 $\tan(-x) = -\tan(x)$

Summen von Argumenten

$\triangleright \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
 $\triangleright \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$

Produkt \rightarrow Summe

$\triangleright \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$
 $\triangleright \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$
 $\triangleright \sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$

Summe \rightarrow Produkt

$\triangleright \sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha \pm \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha \mp \beta}{2}\right)$
 $\triangleright \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$
 $\triangleright \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$

andere:

$\triangleright \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2} - \arctan(x)$
 $\triangleright A \sin(\omega t + \alpha) + B \sin(\omega t + \beta) = \sqrt{(A \cos \alpha + B \cos \beta)^2 + (A \sin \alpha + B \sin \beta)^2} \cdot \sin(\omega t + \arctan\left(\frac{A \sin \alpha + B \sin \beta}{A \cos \alpha + B \cos \beta}\right))$

Energiebilanz, allgemeine Formeln:

Energie:

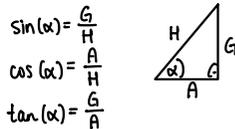
kinetische Energie: $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$

potenzielle Energie: $E_{pot} = mgh$

Leistung: $P = \frac{dE}{dt}$ Wärme: $\int P dt = Q$

Arbeit: $W = \Delta E$ wenn Anfangsenergie = 0: $E = W = \int \vec{F} ds$

\leftarrow Änderung der Energie



Approximationen für α klein:

$\sin \alpha \approx \alpha$
 $\cos \alpha \approx 1$
 $\tan \alpha \approx \alpha$

4.2 Einheiten

Symbol	Einheiten	Bedeutung
I	W/m ²	Schallintensität
p	Pascal = N/m ²	Schalldruck
v	m/s	Schallschnelle
$Z = c \cdot \rho$	N·s/m ³	Schallkennimpedanz, Akustische Feldimpedanz
ρ	kg/m ³	Luftdichte, Dichte der Luft (des Mediums)
a	m/s ²	Schallbeschleunigung
ξ	m, Meter	Schallauslenkung
$\omega = 2\pi \cdot f$	rad/s	Kreisfrequenz
f	Hertz	Frequenz
E	W·s/m ³	Schallenergiedichte
P_{ak}	W, Watt	Schalleistung
A	m ²	Durchschallte Fläche
c	m/s	Schallgeschwindigkeit

$[W, E, Q] = J$
 $[P] = W = \frac{J}{s}$
 $W_s = N_m = J$
 $J = N_m$
 $W = \frac{J}{s} = N_m/s$

$P = \frac{dE}{dt}$

SI-Basiseinheiten

Symbol	Bezeichnung	Einheit
t, T	Zeit (time)	s Sekunde
r, \vec{r}, x, s	Länge, Ort, Strecke,	m Meter
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	Verschiebung	
m	Masse (mass)	kg Kilogramm
n (= n für wwa)	Stoffmenge	mol Mol
I	Stromstärke (current)	A Ampere
T, ϑ	Temperatur	K, °C Kelvin, Grad Celsius
I_v	Lichtstärke	cd Candela

Abgeleitete SI-Einheiten

v, \vec{v}, c	Geschwindigkeit (velocity)	$\frac{m}{s}$	Meter pro Sekunde
p, \vec{p}	Impuls (momentum)	$kg \frac{m}{s}$	Kilogramm · Meter pro Sekunde
a, \vec{a}, g, \vec{g}	Beschleunigung (acceleration)	$\frac{m}{s^2}$	Meter pro Quadratsekunde
F, \vec{F}	Kraft (Force)	$N = kg \frac{m}{s^2}$	Newton
A	Fläche (Area)	m^2	Quadratmeter
V	Volumen	m^3	Kubikmeter
p	Druck (pressure)	$Pa = \frac{N}{m^2}$	Pascal
ρ	Dichte (density)	$\frac{kg}{m^3}$	Kilogramm pro Kubikmeter
W, E	Arbeit (Work), Energie	$J = N \cdot m$	Joule
$U, Q, \Delta Q$	Innere Energie, Wärme	$J = N \cdot m$	Joule
P	Leistung (Power)	$W = \frac{J}{s}$	Watt
f	Frequenz (frequency)	Hz	Hertz = Sekunde ⁻¹
$\omega, \vec{\omega}$	Winkelgeschwindigkeit	$\frac{1}{s}$	rad pro Sekunde
M, \vec{M}	Drehmoment (torque)	$N \cdot m$	Newton · Meter
L, \vec{L}	Drehimpuls, Drall	$kg \frac{m^2}{s}$	Kilogramm · Quadratmeter pro Sekunde
J, I, Θ	Trägheitsmoment (Inertia)	$kg \cdot m^2$	Kilogramm · Quadratmeter
Q, q	Ladung (charge)	$C = A \cdot s$	Coulomb
U	Spannung (voltage)	$V = \frac{kg \cdot m^2}{s^3 \cdot A}$	Volt
R	Widerstand (Resistance)	$\Omega = \frac{kg \cdot m^2}{s^4 \cdot A^2}$	Ohm
C	Kapazität (Capacitance)	$F = \frac{s^4 \cdot A^2}{kg \cdot m^2}$	Farad
L	Induktivität (inductance)	$H = \frac{kg \cdot m^2}{s^2 \cdot A^2}$	Henry
E, \vec{E}	Elektrisches Feld	$\frac{N}{C}$	Newton pro Coulomb
B, \vec{B}	Magnetfeld	$T = \frac{Vs}{m^2}$	Tesla
Φ_M	Magnetischer Fluss	$Wb = V \cdot s$	Weber

Lichtgeschwindigkeit: $c = 299 \times 10^6$ m/s

4.3 Das Griechische Alphabet:

Griechisches Alphabet:

A α Alpha	H η Eta	N ν Nü	T τ Tau
B β Beta	$\Theta \theta, \vartheta$ Theta	$\Xi \xi$ Xi	Y υ Ypsilon
$\Gamma \gamma$ Gamma	I ι Iota	O \omicron Omikron	$\Phi \phi, \varphi$ Phi
$\Delta \delta$ Delta	K κ Kappa	$\Pi \pi$ Pi	X χ Chi
E ϵ Epsilon	$\Lambda \lambda$ Lambda	P ρ, ϱ Rho	$\Psi \psi$ Psi
Z ζ Zeta	M μ Mü	$\Sigma \sigma, \varsigma$ Sigma	$\Omega \omega$ Omega

Andere, wichtige Formeln:

• Dichte: $\rho = \frac{m}{V}$ $F = m \cdot a$
 • $s = t \cdot v$
 • Druck: $p = \frac{F}{A}$

Formeln je nach Aufgabentyp:

• Wenn etwas in Luft schwebt:
 \triangleright Auftriebskraft in Luft: $F_{auf} = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g$, $\rho = \frac{m}{V}$

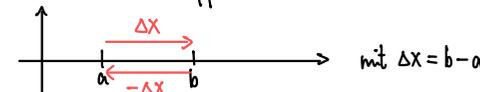
Dezibel:

in Physik: $10 \cdot \log_{10}(x)$ a dB

km/h v.s. m/s

$\frac{m}{s} \xrightarrow{\times 3,6} km/h$
 $km/h \xrightarrow{\div 3,6} \frac{m}{s}$

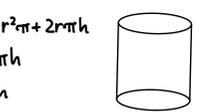
Differenz, Graphisch:



4.4 Geometrie:

> Kugeloberfläche: $4\pi r^2$
 > Kugelvolumen: $\frac{4}{3}\pi r^3$

> Kegeloberfläche: $r^2\pi + r\pi s$
 > Kegelvolumen: $\frac{1}{3}r^2\pi h$
 > Mantelfläche: $r\pi s$



> Zylinderoberfläche: $2r^2\pi + 2r\pi h$
 > Zylindervolumen: $r^2\pi h$
 > Mantelfläche: $2r\pi h$



l / kg / m³ Konventionen:

Liter zu Kubikmeter: $1\text{ l} \hat{=} 0,001\text{ m}^3 \rightarrow 1000\text{ l} \hat{=} 1\text{ m}^3$
 Liter zu Kilogramm: $1\text{ l} \hat{=} 1\text{ kg (Wasser)}$
 $1\text{ ml} \hat{=} 1\text{ g (Wasser)}$
 $1\text{ ml} \hat{=} 1\text{ cm}^3$

Physikalische Konstanten:

Konstante	Wert	Auf Seite...
Gravitationskonstante	$G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	6
Lichtgeschwindigkeit	$c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$	13, 15, 29, 30
Fallbeschleunigung	$g = 9.8067 \text{ m s}^{-2} \approx 9.81 \text{ m s}^{-2}$	6, 37
Masse Elektron	$m_e = 9.1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	30
Masse Proton	$m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	30
Masse Neutron	$m_n = 1.6748 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	30
Atommasse-Einheit	$u = 1.6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	22, 30
Elementarladung	$q_e = 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	20, 22, 30
Magnetische Feldkonstante	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs A}^{-1} \text{ m}^{-1}$	13, 23
Elektrische Feldkonstante	$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ As V}^{-1} \text{ m}^{-1}$	13, 20
Solarkonstante	$S = 1360 \text{ W m}^{-2}$	-
Hubblekonstante	$H_0 = 70.8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$	-
Normdruck	$p_0 = 1.0133 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-2} = 1.0133 \text{ bar}$	8, 19
Normtemperatur	$T_0 = 273.15 \text{ K} = 0^\circ\text{C}$	8, 19
Normvolumen ideales Gas	$V_0 = 22.4140 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$	8, 19
Boltzmann-Konstante	$k_B = 1.3807 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	18
Avogadro-Konstante	$N_A = 6.0221 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	19, 22
Universelle Gaskonstante	$R = 8.3145 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$	19
Plancksches Wirkungsquantum	$h = 6.6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.0546 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$	28
Rydberg-Konstante	$R_y = 1.0968 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$	28
Bohr'scher Atomradius	$a_B = 5.2918 \cdot 10^{-11} \text{ m}$	28
Stefan-Boltzmann-Konstante	$\sigma = 5.6704 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}^4}$	18

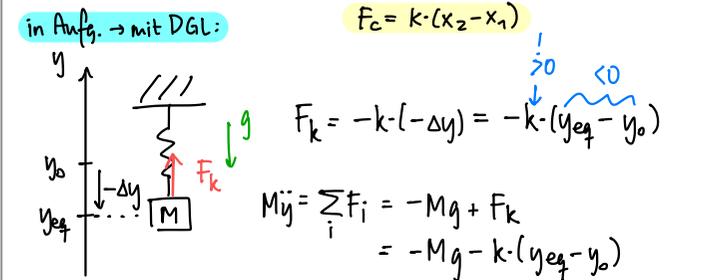
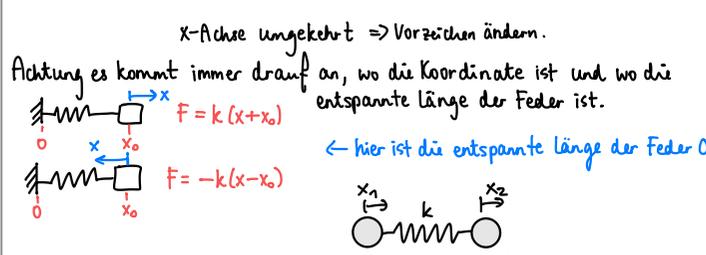
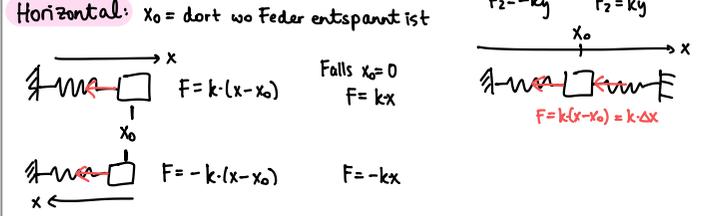
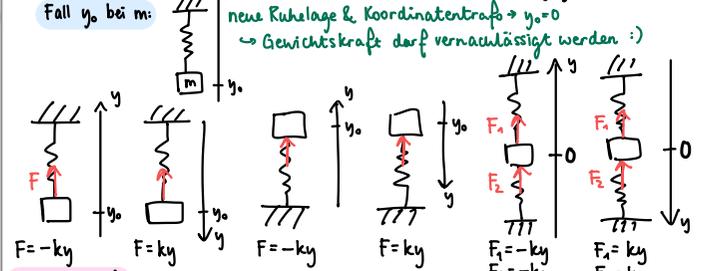
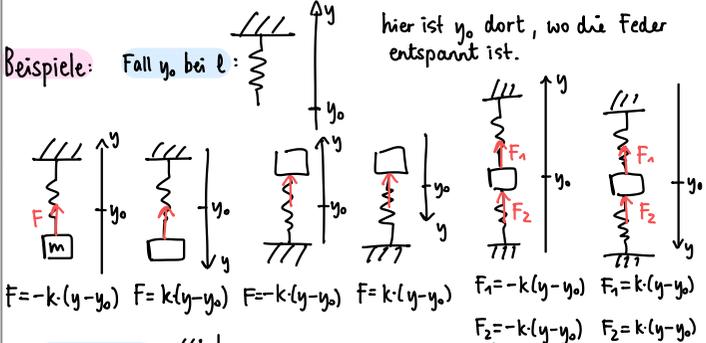
Größenordnungen, SI-Vorsätze

Bezeichnung	Symbol	Multiplikator	Bezeichnung	Symbol	Multiplikator
Tera	T	$\cdot 10^{12}$	Dezi	d	$\cdot 10^{-1} = -0.1$
Giga	G	$\cdot 10^9$	Centi	c	$\cdot 10^{-2} = -0.01$
Mega	M	$\cdot 10^6$	Milli	m	$\cdot 10^{-3} = -0.001$
Kilo	k	$\cdot 10^3 = -1000$	Mikro	μ	$\cdot 10^{-6}$
Hekto	h	$\cdot 10^2 = -100$	Nano	n	$\cdot 10^{-9}$
Deka	da	$\cdot 10^1 = -10$	Pico	p	$\cdot 10^{-12}$

$c_{m, \text{Wasser}} (\text{flüssig}) = 4,183 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
 $\rho_{\text{Wasser}} = 997 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Federn:

Federgesetz: $F = \pm k \cdot \Delta x$ mit $\Delta x = x - l$ (Verlängerungsstrecke)
 je nach dem in welche Richtung man das Pfeil eingezeichnet hat
 hier $x=0$ setzen $\rightarrow F = kx$



Winkelgeschwindigkeit v.S. Kreisfrequenz:

beide ω , $[\omega] = \frac{\text{RAD}}{\text{s}}$ ← Einheitslos.
 Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ (φ in Bogenmass!) = $\dot{\varphi}$

Kreisfrequenz: abstrakte Änderungsrate des Phasenwinkels in der komplexen Ebene des entsprechenden Zeigers
 \rightarrow Winkelgeschwindigkeit des Zeigers im Zeigerdiagramm, welche zur \cos/\sin -Schwingung entspricht.

