

Alles Wichtige findest Du hier:

Website: Slides, Zusatzmaterial, Links



n.ethz.ch/~ncantieni/digitech

Polybox: Slides, Zusatzmaterial

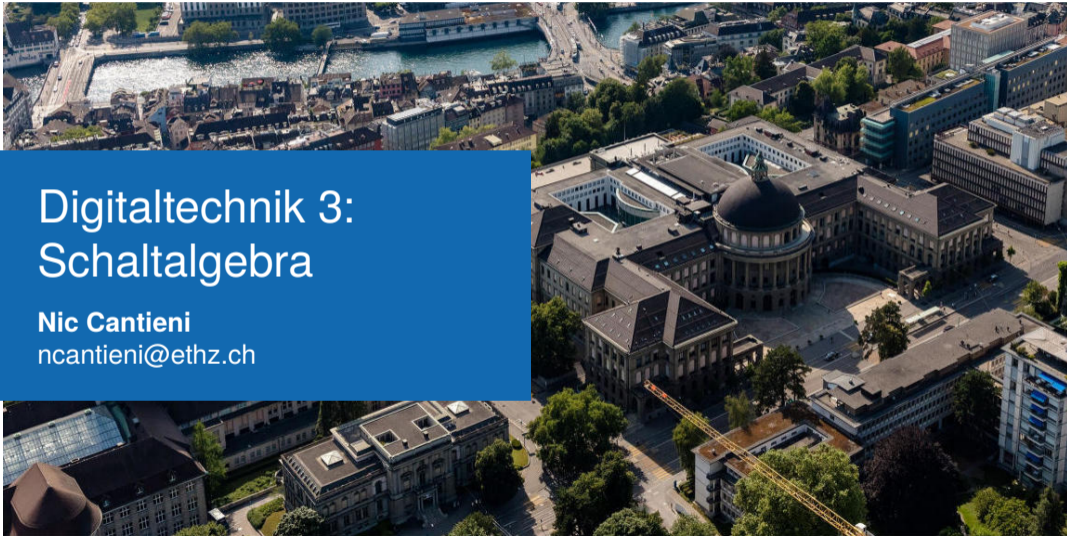


u.ethz.ch/NXMB8

ncantieni@ethz.ch

Digitaltechnik 3: Schaltalgebra

Nic Cantieni
ncantieni@ethz.ch



Persönliches

- Hallo! Ich bin Nic Cantieni, der rotierende TA.
- Jennifer ist nicht verloren gegangen, sie ist heute in der Online-Übung.
- Ihr habt sie nächste Woche wieder zurück :)

Organisatorisches

- Normale Übungsstunde (Theorie, Tipps, Fragen)
- Folien auf n.ethz.ch/~ncantieni/digitech
- Serienabgabe: auf Moodle oder auf Papier, ich korrigiere sie dann
- Serienrückgabe: auf Moodle, oder nächste Woche durch Jennifer
- Study Center: heute Abend im ETF E 1, mit NuS1 zusammen

Praktikum

- Ab nächster Woche: 3 Praktikumsversuche gemäss Plan
- Infos: <https://iis-students.ee.ethz.ch/lectures/digital-circuits/praktikum/>

Datum	Thema	Gruppe ETZ C96	Gruppe ETZ C99
20.10	1. Versuch	Gruppe 1	Gruppe 2
22.10		Gruppe 3	Gruppe 4
27.10		Gruppe 5	Gruppe 6
29.10		Gruppe 7	Gruppe 8
03.11		Gruppe 9	Gruppe 10
05.11		Gruppe 11	Gruppe 12
10.11	2. Versuch	Gruppe 1	Gruppe 2
12.11		Gruppe 3	Gruppe 4
17.11		Gruppe 5	Gruppe 6
19.11		Gruppe 7	Gruppe 8
24.11		Gruppe 9	Gruppe 10
26.11		Gruppe 11	Gruppe 12
01.12	3. Versuch	Gruppe 1	Gruppe 2
03.12		Gruppe 3	Gruppe 4
08.12		Gruppe 5	Gruppe 6
10.12		Gruppe 7	Gruppe 8
15.12		Gruppe 9	Gruppe 10
17.12		Gruppe 11	Gruppe 12
22.12		Reserve	Reserve

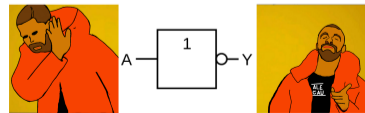
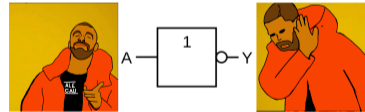
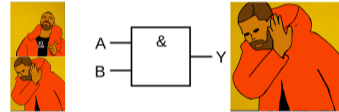
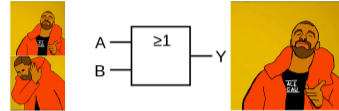
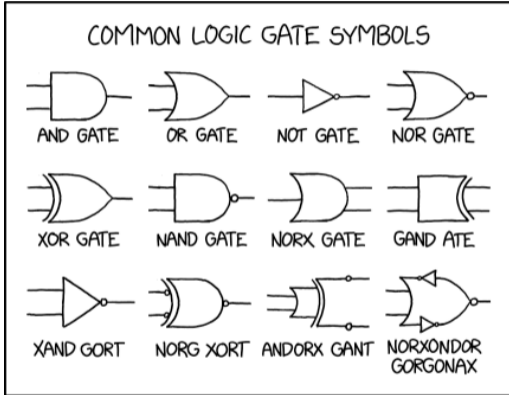
Zwischentest

- nächste Woche: 1. Zwischentest
 - Hilfsmittel: vermutlich alles, open-book
 - Tipp: sucht euch eine Zusammenfassung aus und kontrolliert sie fortlaufend auf Fehler (amiv.ethz.ch; z.B. Andrej Scheuer)
 - Abgabe in der Übungsstunde (beim zugeteilten Assistenten) oder über Moodle
 - 2 von 3 Tests abgegeben: Bonus (mit Übungen)
 - Rückgabe Test: folgende Woche
- keine normalen Übungen (weder Präsenz noch online)
- Abgabe Serie 3: 28. Oktober (eine Woche nach dem Test)

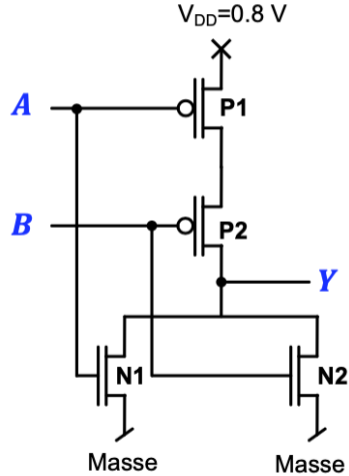
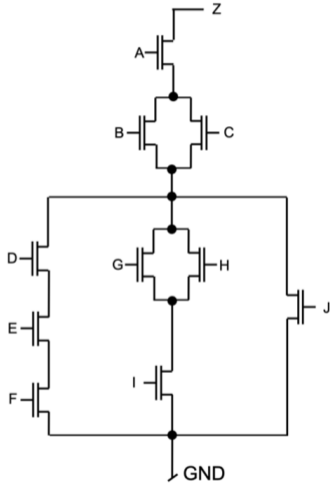
Fragen?

Was bisher geschah:

Schaltgatter



Was bisher geschah: CMOS-Schaltnetze



Fragen?

Programm heute

Schaltalgebra

Diese beiden Schaltgleichungen sehen ziemlich ähnlich aus:

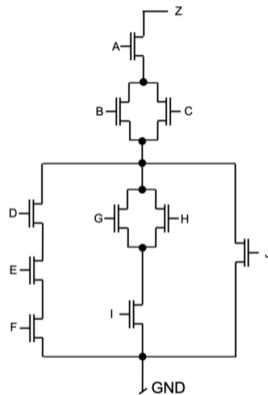
- Pull-Up-Gleichung

$$Z_{PU} = \bar{A} \vee (\bar{B} \wedge \bar{C}) \vee [(\bar{D} \vee \bar{E} \vee \bar{F}) \wedge ((\bar{G} \wedge \bar{H}) \vee \bar{I}) \wedge \bar{J}]$$

- Pull-Down-Gleichung

$$Z_{PD} = \overline{A \wedge (B \vee C) \wedge [(D \wedge E \wedge F) \vee ((G \vee H) \wedge I) \vee J]}$$

Was ist der Zusammenhang?



Vergleich "Mathematik" und "Digitaltechnik"

1. Kommutativität

$$a + b + c \equiv b + c + a \equiv c + a + b$$

2. Assoziativität

$$a + (b + c) \equiv (a + b) + c$$

3. Distributivität

$$(a \cdot b) + (a \cdot c) \equiv a \cdot (b + c)$$

$$(a + b) \cdot (a + c) \not\equiv a + (b \cdot c)$$

1. Kommutativität

$$A \vee B \vee C \equiv B \vee C \vee A \equiv C \vee A \vee B$$

2. Assoziativität

$$A \vee (B \vee C) \equiv (A \vee B) \vee C$$

3. Distributivität

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \equiv A \wedge (B \vee C)$$

$$(A \vee B) \wedge (A \vee C) \equiv A \vee (B \wedge C)$$

Zusatzgesetze Bool'sche Algebra

Der Beweis wird dem Leser überlassen.

1. Nicht

$$\overline{\overline{A}} = A$$

2. Null-Theorem

$$A \vee 0 = A \quad A \wedge 0 = 0$$

3. Eins-Theorem

$$A \vee 1 = 1 \quad A \wedge 1 = A$$

4. Idempotenz

$$A \vee A = A \quad A \wedge A = A$$

5. Verknüpfung mit Komplement

$$A \vee \overline{A} = 1 \quad A \wedge \overline{A} = 0$$

6. Adsorptionsgesetze

$$A \vee (\overline{A} \wedge B) = A \vee B \quad A \wedge (\overline{A} \vee B) = A \wedge B$$

7. Absorptionsgesetze

$$A \vee (A \wedge B) = A \quad A \wedge (A \vee B) = A$$

8. Nachbarschaftsgesetze

$$(A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge B) = B \quad (A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee B) = B$$

Vorrangregeln

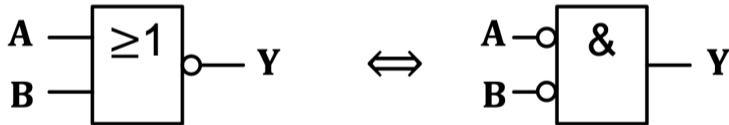
1. Klammern
2. Negation (NOT)
3. {AND, NAND, OR, NOR} vor {XOR, XNOR}
4. {AND, NAND, OR, NOR} und {XOR, XNOR} sind untereinander gleichwertig

Fragen?

De Morgan'sche Regeln

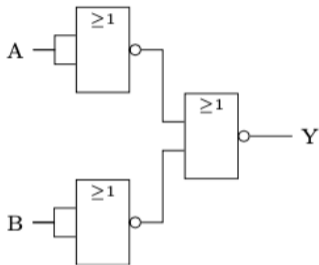
$$1. Y = \overline{A \wedge B \wedge C \wedge D \wedge \dots} \equiv \overline{A} \vee \overline{B} \vee \overline{C} \vee \overline{D} \vee \dots$$

$$2. Y = \overline{A \vee B \vee C \vee D \vee \dots} \equiv \overline{A} \wedge \overline{B} \wedge \overline{C} \wedge \overline{D} \wedge \dots$$

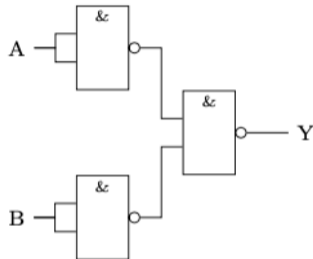


Anwendung: Gatter aus NAND und NOR

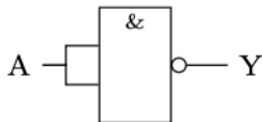
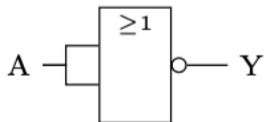
AND aus NOR



OR aus NAND



NOT aus NAND und NOR



Programm heute

Schaltalgebra

Diese beiden Schaltgleichungen sehen ziemlich ähnlich aus:

- Pull-Up-Gleichung

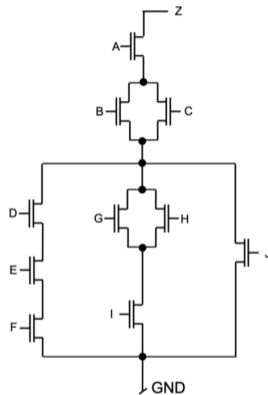
$$Z_{PU} = \bar{A} \vee (\bar{B} \wedge \bar{C}) \vee [(\bar{D} \vee \bar{E} \vee \bar{F}) \wedge ((\bar{G} \wedge \bar{H}) \vee \bar{I}) \wedge \bar{J}]$$

- Pull-Down-Gleichung

$$Z_{PD} = \overline{A \wedge (B \vee C) \wedge [(D \wedge E \wedge F) \vee ((G \vee H) \wedge I) \vee J]}$$

Was ist der Zusammenhang?

Zusammenhang: de Morgan'sche Regeln



Übung: Vereinfachen (BP HS19)

$$\overline{(A \wedge \bar{B}) \vee (\bar{A} \wedge B)} \wedge (A \vee B) \quad [(A \wedge \bar{B} \wedge (C \vee (B \wedge D))) \vee \bar{A} \vee B] \wedge \bar{C}$$

ML: Vereinfachen (BP HS19)

$$A \wedge B \quad (\bar{A} \vee B) \wedge \bar{C}$$

$$\begin{aligned} \overline{(A \wedge \bar{B}) \vee (\bar{A} \wedge B)} \wedge (A \vee B) &= (\bar{A} \vee B) \wedge \underbrace{(A \vee \bar{B}) \wedge (A \vee B)}_{\underbrace{A \vee \underbrace{(B \wedge \bar{B})}_0}_A} \\ &= A \wedge (\bar{A} \vee B) = A \wedge B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ((A \wedge \bar{B} \wedge (C \vee (B \wedge D))) \vee \bar{A} \vee B) \wedge \bar{C} &= ((A \wedge \bar{B} \wedge C) \vee \underbrace{(A \wedge \bar{B} \wedge B \wedge D)}_0 \vee \bar{A} \vee B) \\ &= (\bar{A} \vee B \vee (A \wedge \bar{B} \wedge C)) \wedge \bar{C} \\ &= (\bar{A} \vee B \vee (\bar{A} \vee B \wedge C)) \wedge \bar{C} \\ &= (\bar{A} \vee B \vee C) \wedge \bar{C} \\ &= ((\bar{A} \vee B) \wedge \bar{C}) \vee \underbrace{(C \wedge \bar{C})}_0 \\ &= (\bar{A} \vee B) \wedge \bar{C} \end{aligned}$$

Standardisierte Schaltgleichungen

- Bis jetzt haben wir uns vor allem um Schaltfunktionen gekümmert, die keine standardisierte Form hatten:

–

$$\overline{(A \wedge \bar{B}) \vee (\bar{A} \wedge B)} \wedge (A \vee B)$$

–

$$[(A \wedge \bar{B} \wedge (C \vee (B \wedge D))) \vee \bar{A} \vee B] \wedge \bar{C}$$

- Wir führen nun eine standardisierte Form für Schaltgleichungen ein.

Minterm/Maxterm; DNF/KNF

A	B	C	Y = f(A,B,C)	Minterm	Maxterm
0	0	0	1	$\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}$	-
0	0	1	1	$\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C$	-
0	1	0	0	-	$A \vee \bar{B} \vee C$
0	1	1	1	$\bar{A} \wedge B \wedge C$	-
1	0	0	1	$A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}$	-
1	0	1	1	$A \wedge \bar{B} \wedge C$	-
1	1	0	0	-	$\bar{A} \vee \bar{B} \vee C$
1	1	1	0	-	$\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C}$

DNF: $Y = (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge C)$

KNF: $Y = (A \vee \bar{B} \vee C) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B} \vee C) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C})$

Minterm/Maxterm; DNF/KNF

- Minterm:
 - AND-Verknüpfung der Variablen
 - bilden bei $Y=1$
- DNF:
 - OR-Verknüpfung aller Minterme
 - Was passiert bei einer 1-Klammer?
- Maxterm:
 - OR-Verknüpfung der Variablen
 - bilden bei $Y=0$
- KNF:
 - AND-Verknüpfung aller Maxterme
 - Was passiert bei einer 0-Klammer?

Wichtig: die DNF / KNF sind höchst selten effizient

- Beweis: Schaltung von Folie vorher kann mit dieser Gleichung beschrieben werden:

$$Y = \bar{B} \vee (\bar{A} \wedge C)$$

- Aber: man kann sie effizienter machen (später in der Vorlesung)
- Aber: sie sind standardisiert

Fragen?

Hints Serie 3

1. Folie 16 mit Umwandlungen
2. Überlegung: Wahrheitstabelle
3. meine Folien von letzter Woche sind evtl. hilfreich

Alles Wichtige findest Du hier:

Website: Slides, Zusatzmaterial, Links



n.ethz.ch/~ncantieni/digitech

Polybox: Slides, Zusatzmaterial



u.ethz.ch/NXMB8

ncantieni@ethz.ch