

Alles Wichtige findest Du hier:

Website: Slides, Zusatzmaterial, Links



n.ethz.ch/~ncantieni/digitech

Polybox: Slides, Zusatzmaterial



u.ethz.ch/NXMB8

ncantieni@ethz.ch

Digitaltechnik 5: Rechenschaltungen

Nic Cantieni
ncantieni@ethz.ch



Persönliches

- Hallo! Ich bin Nic Cantieni, der rotierende TA.
- Elena ist nicht verloren gegangen, sie ist heute in der Online-Übung.
- Ihr habt sie nächste Woche wieder zurück :)

Organisatorisches

- Normale Übungsstunde (Theorie, Tipps, Fragen)
- Folien auf n.ethz.ch/~ncantieni/digitech
- Serienabgabe: auf Moodle oder auf Papier, ich korrigiere sie dann
- Serienrückgabe: auf Moodle, oder nächste Woche durch Elena
- Study Center: heute Abend im ETF E 1, mit NuS1 zusammen

1. Zahlensysteme / Codes

2. Fehlerkorrektur: Parity

3. Multiplexer / Demultiplexer

4. Addition von Binärzahlen

Zahlensysteme

- Wir betrachten nur **Stellwertsysteme**
- positive Zahl D mit Basis R und Ziffern b_i :

$$D = \sum_{i=-\infty}^{\infty} b_i \cdot R^i$$

- Ein System hat R verschiedene Ziffernsymbole
- Zahl wird geschrieben als:

$$\dots b_3 b_2 b_1 b_0 . b_{-1} b_{-2} b_{-3} \dots$$

- Typische Beispiele:

$$R = 10 : b_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$R = 10 : b_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$R = 16 : b_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$$

$$R = 2 : b_i \in \{0, 1\}$$

Codes

- Abbildungen zwischen Ziffernsymbolen und Binärzahlen
- Beispiel

(Vielleicht nicht sinnvoll, aber möglich)

0 → 0001	5 → 0110
1 → 0010	6 → 1100
2 → 0100	7 → 0111
3 → 1000	8 → 1110
4 → 0011	9 → 1111

- Sinnvolle Beispiele: Vorlesungsfolien

Umrechnung zwischen Zahlensystemen

- Dezimal \rightarrow Binär
 - wiederholte Ganzzahldivision durch 2; Rest sind die Bits, sortiert von LSB zu MSB
- Dezimal \rightarrow R
 - wiederholte Ganzzahldivision durch R; Rest sind die Digits, sortiert von LSD zu MSD

Berechnungen im Binärsystem

- Addition: Schriftlich Rechnen (Stellenweise Addition mit Übertrag)
- Subtraktion: Schriftlich rechnen mit Zweier-Komplement (Stellenweise **Addition** mit Übertrag)

Tricks: Umwandlungen

- $2 \rightarrow 16$
 - Binärzahl von hinten in 4er-Gruppen zerlegen, jede Gruppe einzeln in Dezimal umwandeln, dann in Hexadezimal schreiben
- $2 \rightarrow 8$
 - Binärzahl von hinten in 3er-Gruppen zerlegen, jede Gruppe einzeln in Dezimal umwandeln, dann in Oktal schreiben
- Zahlentabelle...

Zweierkomplement

Simple Konzept

- MSB: negativ Zählen; alle anderen Bits: positiv dazuaddieren

$$1101001 \rightarrow -64 + 32 + 8 + 1 = -23$$

- Bemerke:
 - **1**101001 = 101001 \Rightarrow führende 1en sind nicht wichtig
 - **0**0101001 = 0101001 \Rightarrow führende 0en sind nicht wichtig
 - **0**101001 \neq 101001 \Rightarrow MSB 0 ist wichtig
 - falls MSB = 0: normale Binärzahl
 - Algorithmus \leftrightarrow : Bitweise invertieren, 1 Addieren, Vorzeichenbit ansetzen

Prüfungsaufgabe Zahlensysteme HS18

Teilaufgabe 1: Umrechnung zwischen Zahlensystemen und Dualzahloperationen

1. Wandeln Sie -51_{10} in eine 8-stellige Zweierkomplementzahl um. (1 Punkt)
2. Wandeln Sie die 8-stellige Zweierkomplementzahl 11110100_2 in die entsprechende ganzzahlige Dezimalzahl um. (1 Punkt)
3. Wandeln Sie 447.65_{10} in eine BCD Zahl um. (1 Punkt)
4. Wandeln Sie -5.375_{10} in eine Zweierkomplementzahl mit 4 Bits vor und 4 Bits nach dem Komma um. (1 Punkt)
5. Wandeln Sie die folgende Binärzahl 1111010101.1_2 in die entsprechende Hexadezimalzahl um. (1 Punkt)

Aufgabe C

Zahlensysteme, Rechnen und Minimieren (18 Punkte)

Teilaufgabe 1: Umrechnung zwischen Zahlensystemen und Dualzahloperationen

1. $-51_{10} = 11001101_2$
(Korrektur: richtig oder falsch)
2. $11110100_2 = -12_{10}$
(Korrektur: richtig oder falsch)
3. $447.65_{10} = 010001000111.01100101_{BCD}$
(Korrektur: richtig oder falsch)
4. $-5.375_{10} = 1010.1010_2$
(Korrektur: richtig oder falsch)
5. $1111010101.1_2 = 3D5.8_{16}$
(Korrektur: richtig oder falsch)

1. Zahlensysteme / Codes

2. Fehlerkorrektur: Parity

3. Multiplexer / Demultiplexer

4. Addition von Binärzahlen

Parity

Gesendet: 0010|1101|1010|1000

Empfangen: 0010|1101|1110|1000

4-Bit-Worte mit Even Parity-Bit
Spalten mit Odd Parity-Bit

0	0	1	0		1
1	1	0	1		1
1	0	1	0		0
1	0	0	0		1
<hr/>					
0	0	1	0		0

0	0	1	0		1
1	1	0	1		1
1	1	1	0		0
1	0	0	0		1
<hr/>					
0	0	1	0		0

- Even Parity
 - Korrektur mit Parity-Bit, so dass Anzahl 1 gerade
- Odd Parity
 - Korrektur mit Parity-Bit, so dass Anzahl 1 ungerade
- Maximal 1 Fehler möglich (sonst heben sich die Fehler auf)

1. Zahlensysteme / Codes

2. Fehlerkorrektur: Parity

3. Multiplexer / Demultiplexer

4. Addition von Binärzahlen

Multiplexer



Idee / Problemstellung

Multiplexing

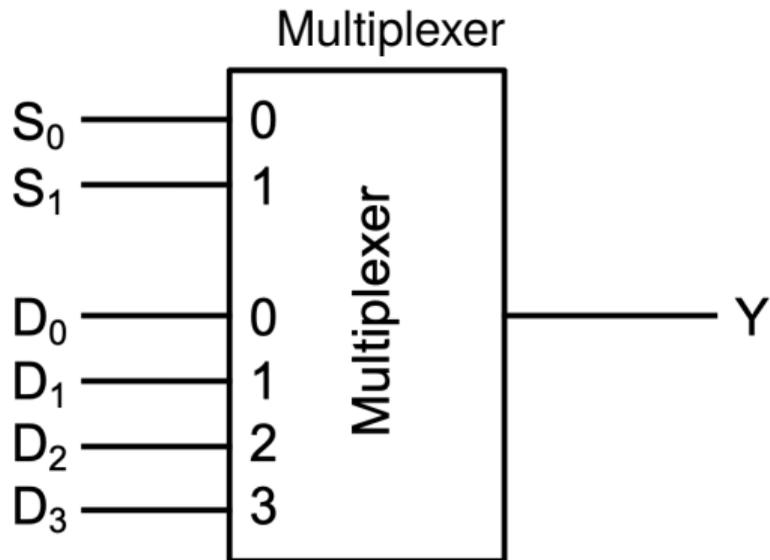
- \LaTeX -Präsentation in Digitaltechnik-Übungsstunde
- 4 Eingänge \leftrightarrow 1 Beamer
- + Auswahlpanel für Eingangsauswahl

\Rightarrow Datenselektor wählt Eingang aus

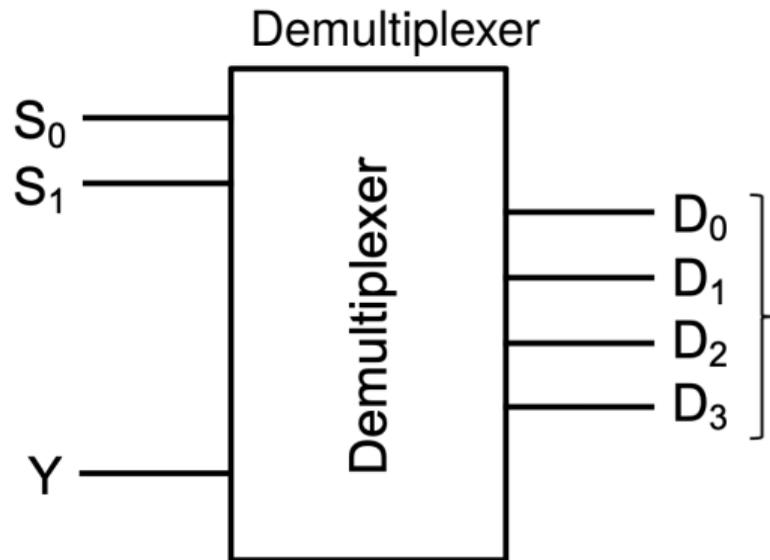
Demultiplexing

- Alarmierungssystem der ETH
- 1 Alarmzentrale mit Mikrofonsystem \leftrightarrow Viele Gebäude
- + Auswahlpanel für Durchsagelautsprecher

\Rightarrow Datenselektor wählt Ausgang aus



$$Y = (\overline{S_0} \wedge \overline{S_1} \wedge D_0) \vee (\overline{S_0} \wedge S_1 \wedge D_1) \\ \vee (S_0 \wedge \overline{S_1} \wedge D_2) \vee (S_0 \wedge S_1 \wedge D_3)$$



$$D_0 = \overline{S_0} \wedge \overline{S_1} \wedge Y \quad D_1 = \overline{S_0} \wedge S_1 \wedge Y \\ D_2 = S_0 \wedge \overline{S_1} \wedge Y \quad D_3 = S_0 \wedge S_1 \wedge Y$$

Codeumsetzer

Logische Schaltung für Umwandlung von einer Codierung in eine andere.

Wahrheitstabelle → KV-Diagramm → Schaltgleichung → Schaltnetz

Binär	BCD	Excess-3	Aiken	4-2-2-1	Gray	O'Brien				
0000	0		0	0	0					
0001	1		1	1	1					
0010	2		2	2	3		0			
0011	3	0	3	3	2					
0100	4	1	4		7	4				
0101	5	2			6	3				
0110	6	3			4	4	1			
0111	7	4			5	5	2			
1000	8	5								
1001	9	6								
1010		7	9							
1011		8	5							
1100		9	6					6	8	5
1101		7	7					7	9	6
1110		8	8					8	7	
1111		9	9					9	8	

Fragen?

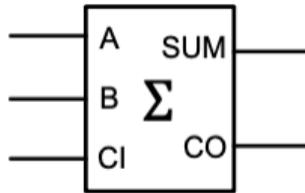
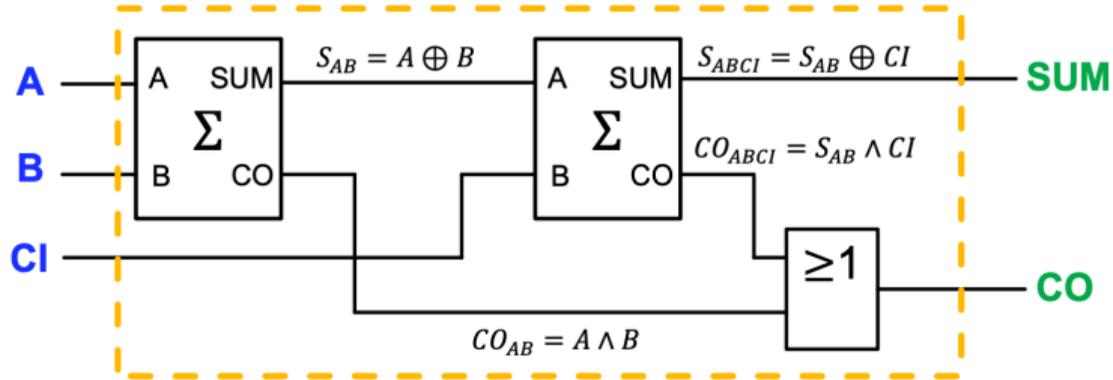
1. Zahlensysteme / Codes

2. Fehlerkorrektur: Parity

3. Multiplexer / Demultiplexer

4. Addition von Binärzahlen

Volladdierer: Schaltnetz



Mehrbitaddition

Seriell

1. Serielladdierer

⇒ langweilig

Parallel

1. Paralleladdierer Normalform
 - Für jede Anzahl n an Bits ein Schaltnetz konstruieren
2. Ripple-Carry Addierer (Kaskadierung Volladdierer)
 - Volladdierer verbinden
3. Carry-Look-Ahead Addierer
 - 2. verbessern mit Erkenntnissen aus 1.

⇒ ein bisschen spannend

Alle Schaltungen: Clock-gesteuert (Taktschaltungen)

Paralleladdierer Normalform

$$\begin{array}{rcccccc} & & c_3 & c_2 & c_1 & c_0 & & \\ & & & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \\ + & & & b_3 & b_2 & b_1 & b_0 & \\ \hline = & s_4 & s_3 & s_2 & s_1 & s_0 & & \end{array}$$

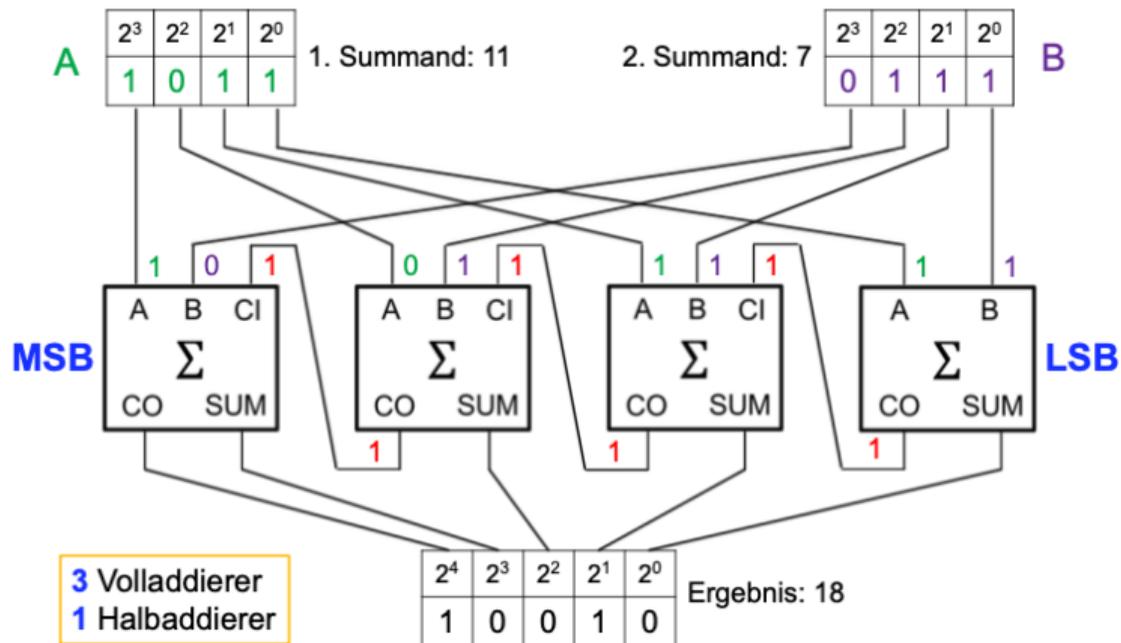
$$s_0 = a_0 + b_0 = a_0 \oplus b_0$$

$$c_0 = a_0 \wedge b_0$$

$$s_1 = a_1 + b_1 + c_0 = a_1 \oplus b_1 \oplus c_0 = \dots$$

$$c_1 = \dots$$

Ripple-Carry Addierer



Fragen?

Hints Serie 4

Prüfungsaufgabe Zahlensysteme HS18

6. Zwei Binärzahlen $A=1101.111_2$ und $B=111000.001_2$ sind gegeben. Gesucht ist $C=A-B$. Geben Sie A , $-B$ und C als Zweierkomplementzahlen (7 Bits vor dem Komma, 3 nach dem Komma) sowie C als Dezimalzahl an. (3 Punkte)
7. Zwei Binärzahlen $A=1011.01_2$ und $B=1100.10_2$ sind gegeben. Gesucht ist $C=A \times B$. Geben Sie das Ergebnis C als Binärzahl sowie A , B und C als Dezimalzahlen an. (3 Punkte)

Lösung Prüfungsaufgabe Zahlensysteme HS18

6. $A = 0001101.111_2$

$-B = 1000111.111_2$

$C = 1010101.110_2 = -42.25_{10}$

(Korrektur: 0.5 Punkt für A, 1 Punkt für B, 1 Punkt für C als Zweierkomplementzahl, 0.5 Punkt für C als Dezimalzahl, richtig oder falsch)

7. $C = 10001100.1010_2 = 140.625_{10}$

$A = 11.25_{10}$

$B = 12.5_{10}$

(Korrektur: 0.5 Punkt für A, 0.5 Punkt für B, 1.5 Punkte für C als Binärzahl, 0.5 Punkt für C als Dezimalzahl, richtig oder falsch)

Alles Wichtige findest Du hier:

Website: Slides, Zusatzmaterial, Links



n.ethz.ch/~ncantieni/digitech

Polybox: Slides, Zusatzmaterial



u.ethz.ch/NXMB8

ncantieni@ethz.ch