

Mechanik II - Theorie 10

Schubspannungen infolge von Torsion

• Vollquerschnitte:

→ Kreisvollquerschnitt:

$$\tau_{\varphi x}(r) = \frac{T}{I_p} r$$

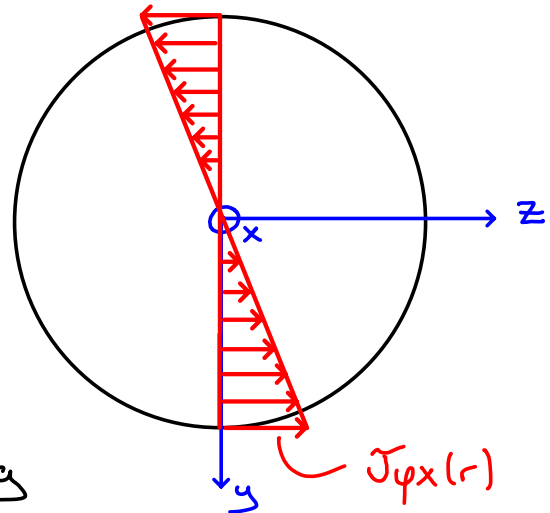
I_p : polares Flächen-
trägheitsmoment

r : Radius

→ linear in radiale Richtung

→ keine Spannungen in der Mitte

→ Randbedingung der spannungsfreien Oberfläche ($\underline{T} \cdot \underline{n} = \underline{0}$) ist erfüllt



• Dünnwandig geschlossene Querschnitte:

→ Schubspannungen sind parallel zur Querschnittsmittellinie
↳ Laufvariable s einführen

$$\tau_{xs}(s) = \frac{T}{2 \cdot A_m \cdot e(s)}$$

A_m : von der Querschnittsmittellinie
eingeschlossene Fläche

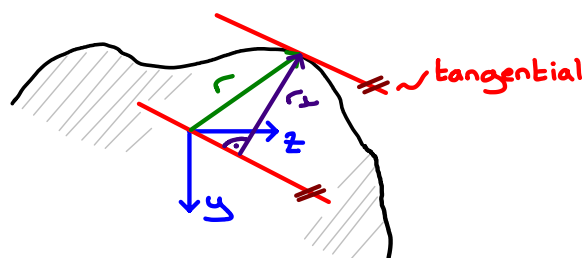
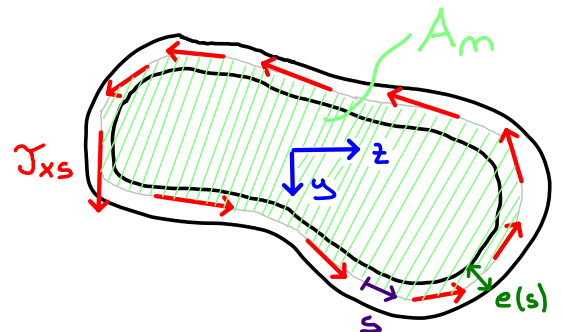
$e(s)$: Wanddicke an der Stelle s

↳ 1. Bredt'sche Formel

$$A_m = \frac{1}{2} \oint_s r_{\perp} ds$$

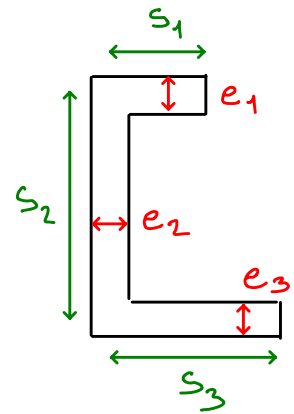
$$I_T = \frac{4 \cdot A_m^2}{\oint_s \frac{1}{e(s)} ds}$$

↳ Umlaufintegral



Dünnwandig offene Querschnitte:

→ eigentlich unbrauchbar für Torsionsbeanspruchung



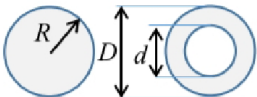
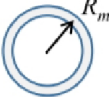
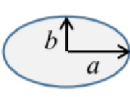
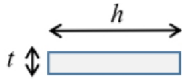
$$I_T \approx \frac{1}{3} \sum_i s_i \cdot e_i^3 \rightarrow s_i : \text{Länge des Teilsegments}$$

Torsionswiderstandsmoment

→ unabhängig vom Material

→ fasst geometrische Eigenschaften zusammen

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_T}$$

								
					$\frac{h}{t} = 2$ $\frac{h}{t} = 4$ $\frac{h}{t} = \infty$			
I_T	$\frac{\pi R^4}{2}$	$\frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}$	$2\pi R_m^3 t$	$\frac{\pi a^3 b^3}{a^2 + b^2}$	$0.141a^4$ $0.23ht^3$ $0.28ht^3$ $\frac{ht^3}{3}$			
W_T	$\frac{\pi R^3}{2}$	$\frac{\pi(D^4 - d^4)}{16D}$	$2\pi R_m^2 t$	$\frac{\pi ab^2}{2}$	$0.208a^3$ $0.25ht^2$ $0.28ht^2$ $\frac{ht^2}{3}$			
Verwölbung	nein	nein	nein	ja	ja	ja	ja	ja

Dünnwandig - geschlossen:

$$W_T = 2 \cdot A_m \cdot \min_s(e(s))$$

Dünnwandig - offen:

$$W_T \approx \frac{I_T}{\max(e_i)}$$

Verwölbung

elliptische Querschnitte:

$$u_x(y, z) = - \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \theta' y z$$