

Mechanik II - Theorie 11

Energiemethoden

· Leistung:

$$P(t) = \vec{F} \cdot \vec{v}(t)$$

→ Einheit: $[W] = \left[\frac{kgm^2}{s^3} \right]$

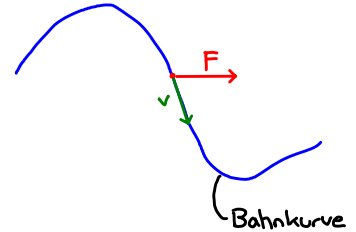
→ skalare Grösse

· Arbeit:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) \cdot \vec{v} dt$$

→ Einheit: $[J] = [Nm] = [Ws] = \left[\frac{kgm^2}{s^2} \right]$

→ skalare Grösse



· Deformationsenergie:

→ Ein elastischer Körper speichert die von den äusseren Lasten verrichtete Arbeit W_{ext} als Deformationsenergie $U \rightarrow W_{ext} = U$

→ Es entspricht der von den Spannungen im Inneren der Struktur verrichteten Arbeit

→ Synonyme: Formänderungsenergie & freie innere Energie

→ Einheit: $[J]$

Arbeitssatz

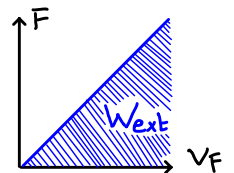
→ einfachere Alternative zur Biegelinie

$$W_{ext} = U = \frac{1}{2} \cdot F \cdot v_F = \frac{1}{2} \cdot M \theta_M$$

v_F : Verschiebung des Kraftangriffspunktes

θ_M : Verdrehung an der Stelle des Moments

↳ positive Drehrichtung ist äquivalent zu jener des Momentes



→ Faktor $\frac{1}{2}$ kommt daher, dass man die Kraft nicht sofort aufbringen kann

$$U = \frac{1}{2} \left[\int_{\ell} \frac{N^2}{EA} dx + \int_{\ell} \frac{Q_y^2}{GA_s} dx + \int_{\ell} \frac{Q_z^2}{GA_s} dx + \int_{\ell} \frac{M_x^2}{EI_x} dx + \int_{\ell} \frac{M_y^2}{EI_y} dx + \int_{\ell} \frac{T^2}{GI_T} dx \right]$$

→ korrigierte Schubfläche A_s : $A_s = \kappa_s \cdot A$ ↳ Polarkoordinaten: $dx = \rho dp$

→ Berücksichtigung der geometrieabhängigen Schubspannungsverteilung

$$A_s^{\text{Rechteck}} = \frac{5}{6} A$$

$$A_s^{\text{Kreis}} = \frac{1}{2} A$$

$$A_s^{\text{Doppel-T-Träger}} = A_{\text{Stege}}$$

Direkte Anwendung des Arbeitssatzes

· Ziel:

Verschiebung in Kraftrichtung am Kraftangriffspunkt berechnen

· Vorgehen:

1.) Berechnen der Beanspruchung $\rightarrow N(x), M_z(x), T(x), \dots$

2.) Berechnung von U

3.) Definition des Arbeitssatzes anwenden $v_F = \frac{2U}{F}$

· Bemerkungen:

$\rightarrow$ System muss statisch bestimmt sein

$\rightarrow$ Biegemomente müssen in Hauptachsenrichtung zeigen

· Tipps:

$\rightarrow$ Verformung durch Querkraft ist meistens vernachlässigbar

$\rightarrow$ Fachwerke: nur Normalkräfte / Stabkräfte

$\rightarrow$ Bei einfacher Belastung nur die Beanspruchungsverläufe skizzieren und anschliessend die Integraltabelle verwenden

Integraltabelle

$p(x)$								
$k(x)$								
$\int_0^s p(x)k(x)dx$	$\frac{1}{2} pks$	$\frac{2}{3} pks$	$\frac{1}{3} pks$	$\frac{1}{6} pks$	$\frac{1}{3} pks$	$\frac{8}{15} pks$	$\frac{ks}{2} (p_l + p_r)$	$\frac{ks}{6} (2p_l + p_r)$