

Mechanik II - Theorie 12

Methode der Hilfskräfte (virtuelle Kräfte)

· Ziel:

Verschiebung oder Verdrehung an einem beliebigen Punkt im System bestimmen

Statisch bestimmtes System

1.) LFO (Lastfall 0), reales System

↳ Beanspruchung bestimmen $\rightarrow N_0, M_0, T_0, \dots$

2.) LF1 (Lastfall 1), virtuelles System

→ alle Kräfte & Momente weglassen

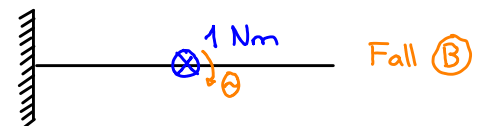
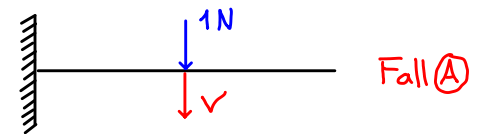
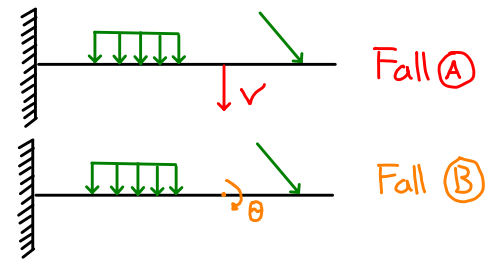
→ Fall (A): Verschiebung ist gesucht:

↳ Hilfskraft mit Betrag 1 N an der Stelle der gesuchten Verschiebung in Verschiebungsrichtung einführen

→ Fall (B): Verdrehung ist gesucht

↳ Hilfsmoment mit Betrag 1 Nm an der Stelle der gesuchten Verdrehung einführen

→ Beanspruchung bestimmen $\rightarrow N_1, M_1, T_1, \dots$



3.)

$$v/\theta = \int_l \frac{M_0 \cdot M_1}{EI} dx + \int_l \frac{N_0 \cdot N_1}{EA} dx + \int_l \frac{T_0 \cdot T_1}{G \cdot I_T} dx + \int_l \frac{Q_0 \cdot Q_1}{GA_s} dx$$

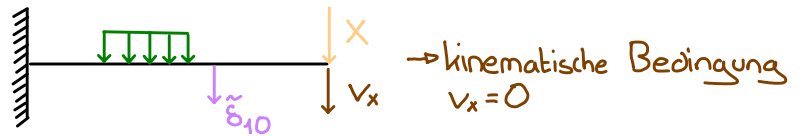
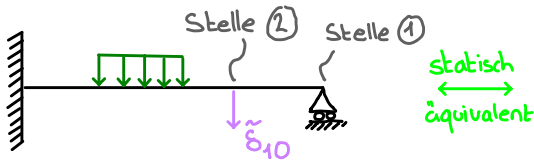
1-fach stat. unbestimmtes System

→ Verschiebungsnomenklatur:

δ_{xy} : Verschiebung an der Stelle X durch Lastfall y

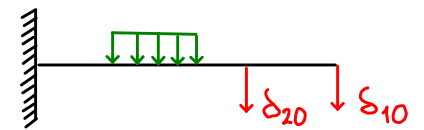
$\delta_{xy} = \delta_{yx}$ δ_{SL} S: Stelle L: Lastfall $\tilde{\delta}$: Verschiebung im realen System

1.) Wahl eines stat. bestimmten Systems



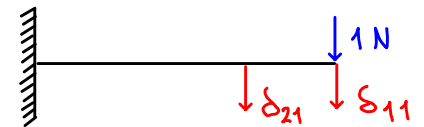
2.) LFO - reale Lasten

↳ Beanspruchung bestimmen → $N_0, M_0, T_0, \dots$



3.) LF1 - Hilfskraft am ersetzten Lager mit Betrag 1 N

↳ Beanspruchung bestimmen → $N_1, M_1, T_1, \dots$



4.) Verschiebungen δ_{10} & δ_{11} berechnen

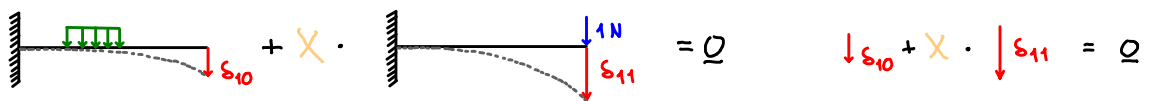
$$\delta_{10} = \int_l \frac{M_0 \cdot M_1}{EI} dx + \int_l \frac{N_0 \cdot N_1}{EA} dx + \int_l \frac{T_0 \cdot T_1}{G \cdot I_T} dx + \int_l \frac{Q_0 \cdot Q_1}{GA_s} dx$$

5.) Lagerbedingung

$$v_x = \delta_{10} + X \cdot \delta_{11} = 0$$

$$X = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}$$

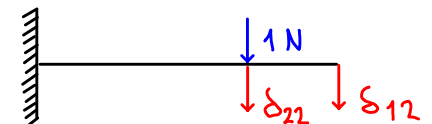
X: unbekannte Lagerreaktion



6.) LF2

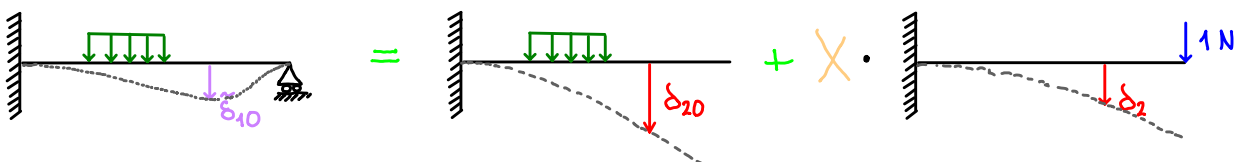
↳ Hilfskraft mit Betrag 1 N an der Stelle der gesuchten Verschiebung in Verschiebungsrichtung einführen

↳ Beanspruchung bestimmen → $N_2, M_2, T_2, \dots$



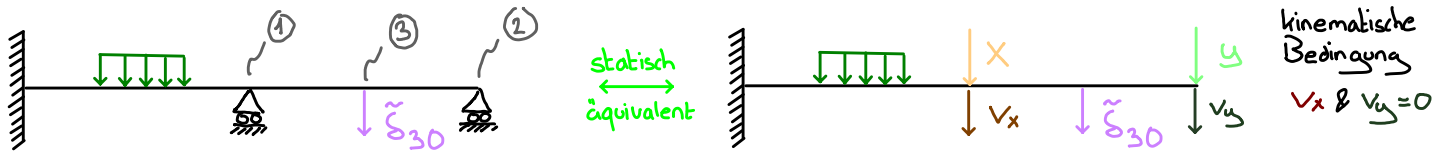
7.) Verschiebungen δ_{20} & δ_{21} berechnen

$$\tilde{\delta}_{20} = \delta_{20} + X \cdot \delta_{21} = \delta_{20} - \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} \delta_{21}$$



2-fach stat. unbestimmtes System

1.) Wahl eines stat. bestimmten Systems



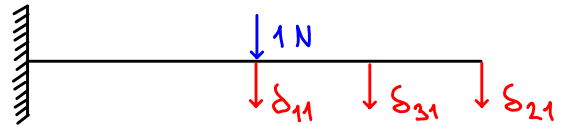
2.) LFO - reale Lasten

↳ Beanspruchung bestimmen $\rightarrow N_0, M_0, T_0, \dots$



3.) LF1 - Hilfskraft am ersten ersetzten Lager mit Betrag 1 Nm

↳ Beanspruchung bestimmen $\rightarrow N_1, M_1, T_1, \dots$



4.) LF2 - Hilfskraft am zweiten ersetzten Lager mit Betrag 1 Nm

↳ Beanspruchung bestimmen $\rightarrow N_2, M_2, T_2, \dots$



5.) LF3

↳ Hilfskraft mit Betrag 1 N an der Stelle der gesuchten Verschiebung in Verschiebungsrichtung einführen

↳ Beanspruchung bestimmen $\rightarrow N_3, M_3, T_3, \dots$



6.) Verschiebungen $\delta_{10}, \delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{13}, \delta_{20}, \delta_{21}, \delta_{22}, \delta_{23}, \delta_{30}$ berechnen

7.) Lagerbedingung:

$$\begin{cases} v_x = \delta_{10} + x \cdot \delta_{11} + y \cdot \delta_{12} = 0 \\ v_y = \delta_{20} + x \cdot \delta_{21} + y \cdot \delta_{22} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\delta_{10} \\ -\delta_{20} \end{bmatrix}$$

$$\delta_{30} = \delta_{30} + x \cdot \delta_{31} + y \cdot \delta_{32}$$