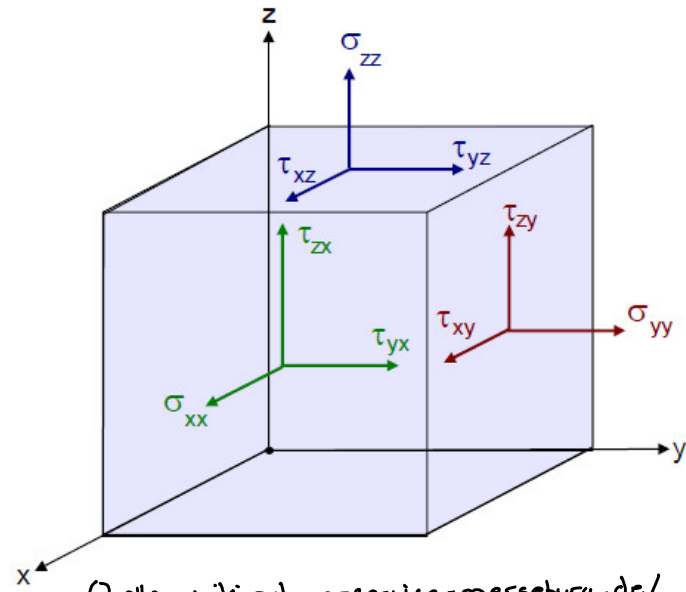


# Mechanik II - Theorie 3

## Spannungstensor in 3D

$$(\underline{T})_{xyz} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}_{xyz}$$

$\rightarrow \underline{s}_x \quad \rightarrow \underline{s}_y \quad \rightarrow \underline{s}_z$   
 $\hookrightarrow$  Orientierung der Fläche



## Hauptspannungen in 3D

### Variante 1: Eigenwertproblem

Hauptspannungen:

Hauptvektoren:

$$\det(\underline{T} - \lambda \underline{I}) = 0 \rightarrow \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$$

$$(\underline{T} - \lambda_i \underline{I}) \cdot \underline{n}_i = 0 \rightarrow n_1, n_2, n_3$$

### Variante 2: Charakteristische Gleichung

$$\lambda^3 - \lambda^2 \cdot I_1 - \lambda \cdot I_2 - I_3 = 0 \quad I_1, I_2, I_3 : \text{Invarianten}$$

$$I_1: \text{spur}(\underline{T}) = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad I_3 = \det(\underline{T})$$

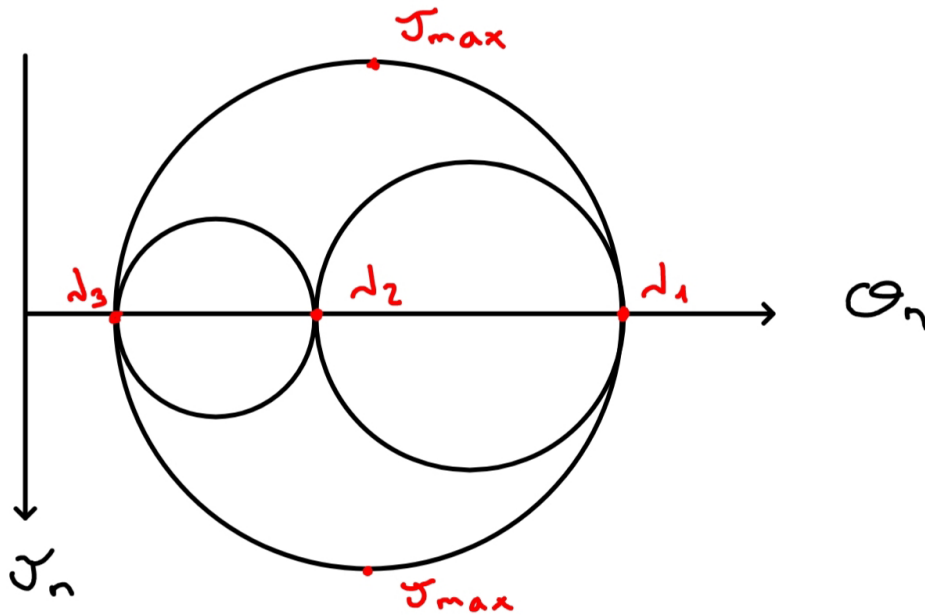
$$I_2: -\sigma_y \sigma_x - \sigma_z \sigma_y - \sigma_x \sigma_z + \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2$$

$\rightarrow$  Hauptachsen bilden eine Orthonormalbasis

### Maximale Schubspannungen in 3D

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} (\max(|\lambda_i|) - \min(|\lambda_i|))$$

# Mohrscher Kreis 3D



→ Es wird um die Hauptspannung gedreht, die nicht im Kreis vorkommt

## Hydrostatischer Druck

- keine Schubspannungen,  $\tau = 0$
- Spannungen sind unabhängig von der Schnittfläche und stehen senkrecht zu ihr
- Fluid:  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = a$

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$