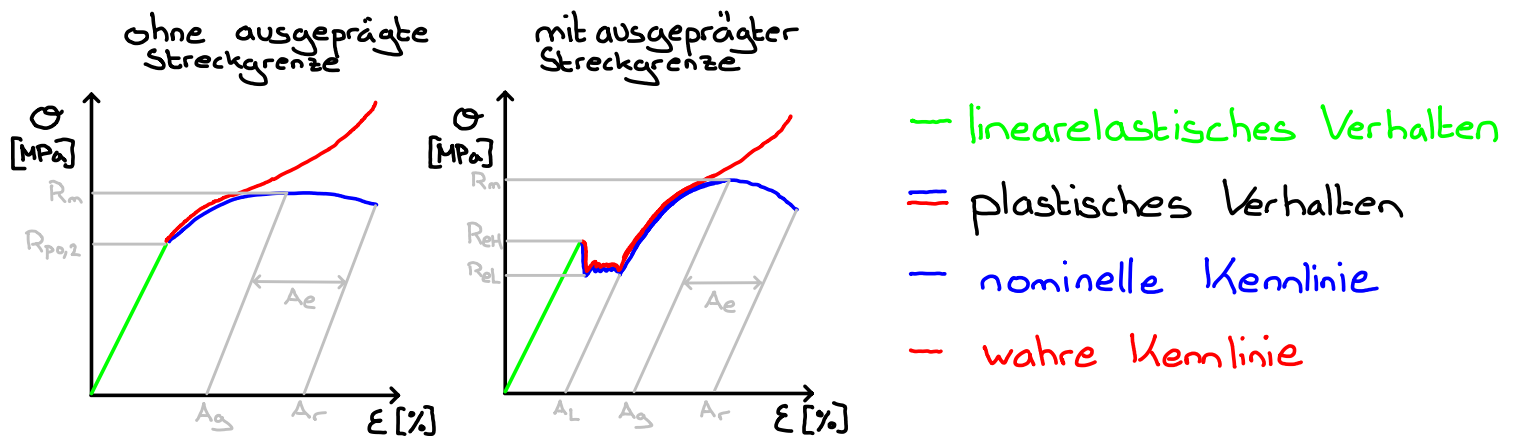


Mechanik II - Theorie 5

Spannung-Dehnung-Diagramm



R_{eL} : untere Streckgrenze

R_{eH} : obere Streckgrenze

R_m : Zugfestigkeit

$R_{p0.2}$: Fließgrenze

A_g : Gleichmassdehnung

A_r : Bruchdehnung

A_e : Einschnürdehnung

A_L : Lüdersdehnung

Linearelastisches Stoffgesetz

→ Zusammenhang zwischen Normalspannung und Normaldehnung im 1-D Fall

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

E : Elastizitätsmodul → Steigung im Spannung-Dehnung-Diagramm

→ Zusammenhang zwischen Schubspannung und Schubverzerrung

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy}$$

G : Schubmodul

→ Zusammenhang zwischen Verlängerung und Dehnung

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

ΔL : Verlängerung

L_0 : Ursprungslänge

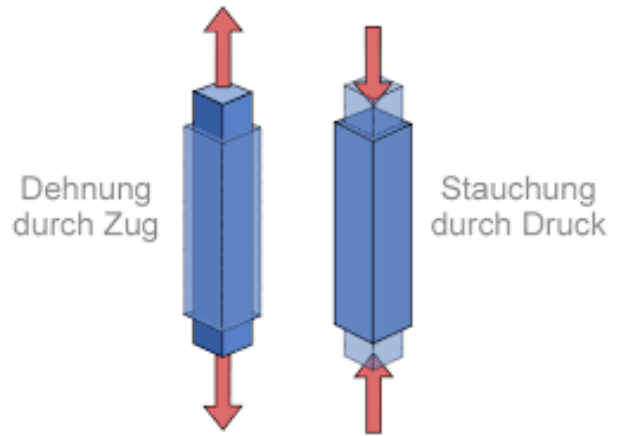
→ Zusammenhang zwischen E und G

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Querkontraktion

$$\nu = - \frac{\epsilon_{\text{quer}}}{\epsilon_{\text{längs}}}$$

ν : Poisson-Zahl / Quer-kontraktions-zahl



→ Weil das Volumen konstant bleibt, zieht sich ein Stab bei einer Verlängerung in Längsrichtung seitlich zusammen

→ Das Minus kommt daher, dass die Dehnungen in verschiedene Richtungen stattfinden

Thermische Dehnung

$$\epsilon_{\text{therm}} = \alpha \cdot \Delta T$$

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

α : Wärmeausdehnungskoeffizient

ΔT : Temperaturunterschied

→ Ursache: erhöhte Teilchenbewegung im Inneren

→ gleichmässige Dehnung in alle Richtungen

Nachgiebigkeitsmatrix

$$\underline{\epsilon} = \underline{H} \cdot \underline{\sigma}$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha \Delta T \\ \alpha \Delta T \\ \alpha \Delta T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Steifigkeitsmatrix

$$\underline{\underline{\Theta}} = \underline{\underline{K}} \cdot \underline{\underline{\epsilon}}$$

$$H^{-1} = K$$

$$\begin{bmatrix} \Theta_x \\ \Theta_y \\ \Theta_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & C_1 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & C_2 & C_1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \end{bmatrix} - \frac{E}{1-2\nu} \begin{bmatrix} \alpha \Delta T \\ \alpha \Delta T \\ \alpha \Delta T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \frac{1-\nu}{1-2\nu}$$

$$C_2 = \frac{\nu}{1-2\nu}$$

Volumendehnung

$$\epsilon_v \approx \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \text{spur}(\underline{\underline{\epsilon}})$$

Materialkennwerte

$$E_{\text{Stahl}} \approx 200 \text{ GPa}$$

$$E_{\text{Alu}} \approx 70 \text{ GPa}$$

$$E_{\text{Beton}} \approx 30 \text{ GPa}$$

$$E_{\text{Diamant}} \approx 1000 \text{ GPa}$$

$$\nu_{\text{Stahl}} \approx 0,3$$

$$\nu_{\text{Alu}} \approx 0,35$$

$$\nu_{\text{Beton}} \approx 0,2$$

$$\nu_{\text{Gummi}} \approx 0,5$$