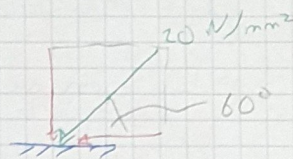


## Übung 2.

### Aufgabe 52

a)  $[T]_{xy} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} \end{bmatrix}_{xy}$



→ Projektion des Spannungvektor auf  $e_x$  und  $e_y$

⚠ Achtung: positive Definition der Spannungskomponenten beachten

$\uparrow \sigma_{yy} > 0$   
 $\rightarrow \tau_{xy} > 0$

$$\sigma_{yy} = -20 \text{ N/mm}^2 \sin(60^\circ) = -10\sqrt{3} \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = -20 \text{ N/mm}^2 \cos(60^\circ) = -10 \text{ MPa}$$

→ 2 Info verwenden:

$$T e_x = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \underline{s}$$

$$\rightarrow \underline{s} \cdot e_x = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \sigma_{xx} = 10 \text{ MPa}$$

$$\rightarrow [T]_{xy} = \begin{bmatrix} 10 & -10 \\ -10 & -10\sqrt{3} \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

b)  $\underline{n}_2$  bestimmen:  $\underline{n}_2 = \begin{bmatrix} \cos(30^\circ) \\ \sin(30^\circ) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{bmatrix}$

$$\underline{s} = T \underline{n}_2 = \begin{bmatrix} 10 & -10 \\ -10 & -10\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{bmatrix} \text{ MPa} = \begin{bmatrix} 10(\sqrt{3}/2 - 1/2) \\ -10(\sqrt{3}/2 + \sqrt{3}/2) \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

$$= \begin{bmatrix} 5(\sqrt{3} - 1) \\ -10\sqrt{3} \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

$$\sigma_n = \underline{s} \cdot \underline{n}_2 = \begin{bmatrix} 5(\sqrt{3} - 1) \\ -10\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{2} (\sqrt{3} - 1) - 5\sqrt{3} = \underline{\underline{-5.49 \text{ MPa}}}$$

$$\underline{\sigma}_n = \underline{n}_2 \cdot \underline{\sigma}_n = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{bmatrix} \cdot (-5.49 \text{ MPa}) \quad \underline{\tau}_n = \underline{s} - \underline{\sigma}_n = \begin{bmatrix} 8.41 \\ -14.57 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

$$\tau_n = \|\underline{\tau}_n\|_2 = \underline{\underline{16.82 \text{ MPa}}}$$

→ Alternative:  $\sigma_n(\alpha) = \sigma_x \cos^2(\alpha) + 2\tau_{xy} \sin(\alpha) \cos(\alpha) + \sigma_y \sin^2(\alpha) = \underline{\underline{-5.49 \text{ MPa}}}$

$$\tau_n(\alpha) = (\sigma_y - \sigma_x) \cos(\alpha) \sin(\alpha) + \tau_{xy} (\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha))$$

$$= \underline{\underline{-16.83 \text{ MPa}}}$$

→ Alternative: Mohrscher Spannungskreis

$$c) \quad \alpha_{J_{\max}} = \alpha_1 + \pi/4$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}\right) = -18.1^\circ$$

→ Da man nicht explizit an der 1. Hauptspannungsrichtung interessiert ist, muss man nicht  $+90^\circ$  machen

$$\alpha_{J_{\max}} = -18.1^\circ + 45^\circ = 26.9^\circ$$

$$|J_{\max}| = |J_n|_{\alpha=26.9^\circ} = 16.9 \text{ MPa}$$