

Übung 4: [52]

mit Taschenrechner

Tipp: charakteristische Gleichung verwenden

$$I_1 = \text{spur}(\underline{E}) = E_x + E_y + E_z = 0$$

$$I_2 = -E_x E_y - E_x E_z - E_z E_y + E_{xy}^2 + E_{xz}^2 + E_{yz}^2 = 1 \cdot 10^{-6}$$

$$I_3 = \det(\underline{E}) = 0$$

Hauptachsen:

$$\rightarrow \lambda^3 - I_1 \lambda^2 - I_2 \lambda - I_3 = 0$$

$$\hookrightarrow \lambda^3 - 10^{-6} \lambda = 0 \rightarrow \lambda(\lambda^2 - 10^{-6}) = 0 \rightarrow \lambda_1 = 0$$

$$\rightarrow \lambda^2 - 10^{-6} = 0 \rightarrow \lambda^2 = 10^{-6} \rightarrow \lambda_{2,3} = \pm 10^{-3}$$

$$\rightarrow E_1 = 0, E_2 = 10^{-3}, E_3 = -10^{-3}$$

Hauptrichtungen:

$$(\underline{E} - \lambda_i \underline{I}) \cdot \underline{n}_i = 0$$

$$\rightarrow E_1 = 0: \begin{bmatrix} 11 & 5\sqrt{3} & 2\sqrt{3} \\ 5\sqrt{3} & 1 & -6 \\ 2\sqrt{3} & -6 & -12 \end{bmatrix} \frac{1}{16} \cdot 10^{-3} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss}}$$

$$\begin{array}{ccc|c} \alpha & \beta & \gamma & 1 \\ 11 & 5\sqrt{3} & 2\sqrt{3} & 0 \\ 5\sqrt{3} & 1 & -6 & 0 \\ 2\sqrt{3} & -6 & -12 & 0 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{5}{11}\sqrt{3} \\ -\frac{2}{11}\sqrt{3} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{ccc|c} \alpha & \beta & \gamma & 1 \\ 11 & 5\sqrt{3} & 2\sqrt{3} & 0 \\ 0 & -\frac{64}{11} & -\frac{96}{11} & 0 \\ 0 & -\frac{96}{11} & -\frac{144}{11} & 0 \end{array} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{ccc|c} \alpha & \beta & \gamma & 1 \\ 11 & 5\sqrt{3} & 2\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \end{array} \cdot (-1) \Rightarrow$$

$$\begin{array}{ccc|c} \alpha & \beta & \gamma & 1 \\ 11 & 5\sqrt{3} & 2\sqrt{3} & 0 \rightarrow \alpha = \sqrt{3}/2 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \rightarrow \beta = -3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \rightarrow \text{Wähle } \gamma = 1 \end{array}$$

↳ Lösen durch Rückwärts einsetzen

$$\underline{n}_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -3/2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{normiert}} \frac{1}{4} \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

→ das Gleiche für E_2 und E_3