

Spannungen:

Spannungsvektor:

$\vec{s} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta A}$ $\Delta F \rightarrow \Delta \sigma$
 $\Delta F < 0 \rightarrow$ Zug
 $\Delta F > 0 \rightarrow$ Druck

Spannungen immer bzgl. einer Schnittfläche

$$\vec{s} = T \cdot \vec{n} \quad \sigma_n = \vec{s} \cdot \vec{n} \quad \vec{t} = \frac{\vec{T}_n}{|\vec{T}_n|}$$

Normalenvektor: $|\vec{n}| = 1$

Spannungstensor:

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

Tensor ist symmetrisch, abhängig von Ort und Orientierung

hydrostatischer Druck: p

keine Schubspannungen
 Spannungen unabhängig von der Schnittfläche
 senkrecht zur Schnittfläche

Gleichgewichtsbedingungen:

$$\begin{aligned} \partial_x(\sigma_x) + \partial_y(\tau_{xy}) + \partial_z(\tau_{xz}) + f_x &= 0 \\ \partial_x(\tau_{yx}) + \partial_y(\sigma_y) + \partial_z(\tau_{yz}) + f_y &= 0 \\ \partial_x(\tau_{zx}) + \partial_y(\tau_{zy}) + \partial_z(\sigma_z) + f_z &= 0 \end{aligned}$$

Hauptspannung:

Extremwerte der Normalspannungen an einem Materialpunkt heißen Hauptspannungen
 Schubspannung = 0 $\rightarrow$ alle 90°

Zusammenhänge gültig für σ, ϵ, γ :

$$\begin{aligned} \Delta: \sigma_x, \sigma_y, \dots; \epsilon_x, \epsilon_y, \dots; \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \dots \\ \nabla: \tau_{xy}, \tau_{xz}, \dots; \epsilon_{xy}, \epsilon_{yz}, \dots; \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \dots \end{aligned}$$

Koordinatentransformation / Winkeländerung:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_1(\alpha) &= \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + 2\tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha \\ \Delta \sigma_2(\alpha) &= \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha - 2\tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha \\ \Delta \tau_{12}(\alpha) &= (\sigma_y - \sigma_x) \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{xy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \end{aligned}$$

Hauptrichtungen: (2D)

$$\tan(2\alpha_1) = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad 0 \leq \alpha_1 \leq \pi/2$$

Hauptwert: (2D)

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2}$$

ohne Hauptachsentransformation

Maximales γ in der x, y -Ebene:

ebener Spannungszustand oder 2-Hauptrichtungen

$$\gamma_{max} = \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} \quad \propto \gamma_{max} = \alpha \pm \frac{\pi}{4}$$

Hauptwerte: (3D)

$\vec{n}$ ist eine Hauptrichtung $\Leftrightarrow T \cdot \vec{n} = \lambda \vec{n}$

Eigenwertproblem $\rightarrow \lambda_i$: Hauptwerte

$$\text{Löse: } \det(T - \lambda I) = 0 \quad \rightarrow \lambda^3 - I_1 \lambda^2 + I_2 \lambda - I_3 = 0$$

Invarianten:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_2 = -\sigma_x \sigma_y - \sigma_y \sigma_z - \sigma_z \sigma_x + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2$$

$$I_3 = \det[T]$$

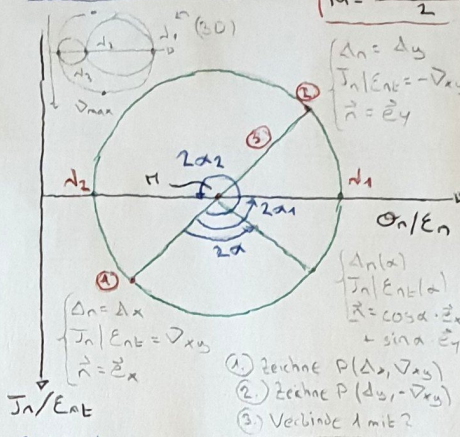
Hauptrichtungen: (3D)

$$\text{Löse: } (T - \lambda_i I) \cdot \vec{n}_i = 0$$

maximales γ : (3D)

$$\gamma_{max} = \frac{1}{2}(\max(|\lambda_i|) - \min(|\lambda_i|)) \rightarrow \text{d.h. Hauptwerte}$$

Mohrscher Kreis: (2D)



Zyklisches Verbalen:

$$T_{xyz} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow T_{xyz} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \gamma$$

Verzerrungen: einheitslos $|\epsilon| \ll 1$

Verzerrungstensor:

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

Verschiebungsfeld: γ : Schubwinkel

$$\vec{u} = (u_x(x, y), u_y(x, y)) \quad \epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = u_{x,x}$$

$$\gamma_y = \frac{\partial u_x}{\partial y} = u_{x,y} \quad \epsilon_{xy} = \frac{1}{2}(\gamma_y + \gamma_x)$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_x + \gamma_y = u_{y,x} + u_{x,y} = 2\epsilon_{xy}$$

Verzerrungsarten: $\rightarrow u_x = \int \epsilon_{xx} dx$

Starkkörperbewegung: $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_{xy} = 0$

Translation:

$$\vec{u} = (u_x, u_y) \quad \epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = u_{x,x}$$

Deformationen:

$$\epsilon_{xx} = u_{x,x} \quad \epsilon_{yy} = u_{y,y} \quad \epsilon_{xy} = \frac{1}{2}(\gamma_y + \gamma_x)$$

Dehnung:

$$\epsilon_{xx} = u_{x,x} \quad \epsilon_{yy} = u_{y,y} \quad \epsilon_{xy} = \frac{1}{2}(\gamma_y + \gamma_x)$$

Schubverzerrung:

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2}(\gamma_y + \gamma_x)$$

$$\vec{v}(\vec{r}) = \vec{E} \cdot \vec{r} \quad \epsilon_n = \vec{v} \cdot \vec{n} \quad \epsilon_{nt} = (\vec{v} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{n}$$

Stoffgesetze:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \sigma = E \cdot \epsilon \quad \epsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \quad \tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \nu = -\frac{\epsilon_{trans}}{\epsilon_{quer}} \quad \Delta L = \frac{1}{E} \int_0^L \frac{N(x)}{A(x)} dx$$

Nachgiebigkeitsmatrix: $\vec{\epsilon} = \underline{H} \cdot \vec{\sigma}$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{pmatrix} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} 1-\nu & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1-\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix}$$

Thermische Dehnung:

$$\epsilon_{therm} = \alpha \cdot \Delta T \quad \Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

Steifigkeitsmatrix: $\vec{\sigma} = \underline{K} \cdot \vec{\epsilon} \quad \underline{K}^{-1} = \underline{K}$

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} = \frac{E}{1+\nu} \begin{pmatrix} C_1 & C_2 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & C_1 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & C_2 & C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \end{pmatrix}$$

$$C_1 = \frac{1-\nu}{1-2\nu} \quad C_2 = \frac{\nu}{1-2\nu}$$

Schwerpunkt:

$$x_s = \frac{\int x \cdot dA}{A} \quad x_s = \frac{\sum x_i \cdot A_i}{\sum A_i}$$

Flächenträgheitsmoment: $I = \int y^2 dA$

$$I_z = \int y^2 dA \quad I_y = \int z^2 dA \quad C_{yz} = -\int yz dA$$

Querschnittshauptachsen:

4- und z-Achse sind Hauptachsen, wenn:

1) Schwerpunkt liegt bei $y=0$ und $z=0$

2) $C_{yz} = 0 \rightarrow$ Symmetrieachsen = Hauptachsen

Zusammengesetzte Querschnitte:

$$I_{gesamt} = I^{(1)} + I^{(2)} + \dots$$

Satz von Steiner:

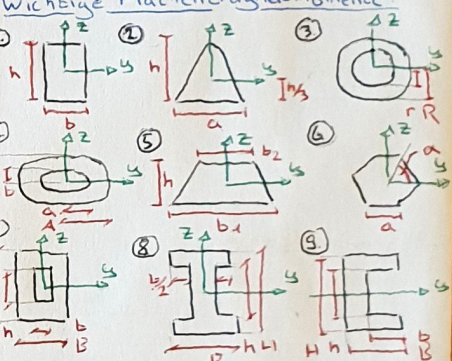
$$I_a = I_a^{CM} + A \cdot d^2$$

I_a = Trägheitsmoment um die Achse a

I_a^{CM} = TM um die Achse parallel zu a durch Schwerpunkt

d = Abstand der beiden Achsen $[I] = m^4$

Wichtige Flächenträgheitsmomente:



	I_y	I_z		I_y	I_z
1	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{hb^3}{12}$	4	$\frac{\pi}{4}(AB^2 - ab^2)$	$\frac{\pi}{4}(BA^2 - ba^2)$
2	$\frac{ah^3}{3b}$	$\frac{ha^3}{3b}$	5	$\frac{1}{36}(b_1+b_2)^2 + 2b_1b_2$	$\frac{1}{36}(b_1+b_2)(b_1^2+b_2^2)$
3	$\frac{\pi}{4}(R^4 - r^4)$		6	$\frac{na^4}{9b} \frac{2 + \cos(n\pi)}{(1 - \cos(n\pi))^2} \sin(n\pi)$	
7	$\frac{(B^3 - b^3)}{12}$	$\frac{(b^3 - B^3)}{12}$			
8	$\frac{B^3 - b^3}{12}$				
9	$\frac{B^3 - b^3}{12}$				

Spezielle Biegung: (Balkentheorie)

(1) Querschnitte bleiben eben und

(2) senkrecht zur Balkenmittellinie

Δx -Achse immer in Balkenrichtung

Vertikalverschiebung der Mittellinie / Biegelinie

$$v_y(x) = \int \theta(x) dx = \frac{1}{E} \int \int \frac{M_z(x)}{I_z(x)} dx$$

Integrationskonstanten nicht vergessen

axiale Verschiebung eines beliebigen Punktes

$$u(x, y) = -y v_y'(x) \quad v_y'(x) = \theta(x)$$

radiale Verschiebung eines beliebigen Punktes

$$v(x, y) = v_y(x) \quad |a| \ll 1$$

Position eines Punktes im belasteten Balken

$$\begin{pmatrix} x^* \\ y^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{pmatrix}$$

axiale Dehnungen:

$$\epsilon_x(x,y) = -y v''_y(x)$$

* Krümmung der Mittelachse

Normalspannungen in axiale Richtung:

$$\sigma_x(x,y) = -E y v''_y(x)$$

ohne Normalkraft

DGL der Mittelachse:

$$M_z = E I_z v''_y(x)$$

Bemerkungen:

- Normalkraft $N=0$ und resultierende Biegemoment wirkt um eine Hauptachse
- Widerstandsmoment: unabhängig vom Material

$$W_z = \frac{I_z}{\max |y|}$$

Randbedingungen:

$$b_{\max} = \frac{|M_z|}{W_z}$$

Lagerbedingungen:

- vertikale Verschiebung wird verhindert $\rightarrow v_y(x_0) = 0$ (z.B. Gelenk, Einspannung, Auflager)
- Verdrehung wird verhindert $\rightarrow v'_y(x_0) = 0$ (z.B. Einspannung, Längslager)

Stetigkeitsbedingungen:

- bei aufgeteilter Biegelinie des selben Stabes $v_1(x) = v_2(x)$ $v'_1(x) = v'_2(x)$
- bei gewissen Fällen gilt: $v''_{\max} = 0$
- bei symmetrischer Belastung mit konstantem E-Modul und I liegt $v_{\max}$ in der Mitte

Vorgehen beim Berechnen der Biegelinie:

- 1) Lagerkräfte berechnen (Mechanik I)
- 2) Beanspruchung berechnen $\rightarrow$ Biegemoment
- 3) I bestimmen 4) DGL $\rightarrow$ Biegelinie
- 5) Integrationskonstanten durch Randbedingungen
- 6) minimale Biegung $\Leftrightarrow$ maximales Biegemoment

Allgemeine Biegung:

Normalspannung in x-Richtung:

$$\sigma_x(x,y,z) = \frac{N(x)}{A} - \frac{M_z(x)}{I_z} \cdot y + \frac{M_y(x)}{I_y} \cdot z$$

Dehnung in x-Richtung:

$$\epsilon_x(x,y,z) = u'(x) - y \cdot v''(x) - z \cdot w''(x)$$

Differentialgleichungen:

$$u'(x) = \frac{N(x)}{E \cdot A} \quad v''(x) = \frac{M_z(x)}{E I_z} \quad w''(x) = \frac{M_y(x)}{E I_y}$$

$$M_z'(x) = -Q_y(x) \quad M_y'(x) = Q_z(x)$$

Lösungsmethoden für statisch unbestimmte Systeme:

- Biegelinie als zusätzliche Gleichung verwenden
- 1) Entfernen der überflüssigen Lager
- 2) Aufbringen der überflüssigen Lagerreaktion als äussere Last $\rightarrow$ mit G&B lösen
- 3) Biegebeanspruchung aufstellen $\rightarrow$ Biegelinie
- 4) Integrationskonstanten durch Randbedingungen
- 5) Bestimmen der überflüssigen Auflagerreaktionen, so dass alle kinematische Bedingungen erfüllt sind
- 6) freie Oberfläche: keine Spannungen
- 7) Eigengewicht: linienverteilte Last

Vereinfachungen:

$$v_y = \frac{\Delta L_{BD}}{\cos(\beta)}$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

$$u = \Delta L_{A,x} + \Delta L_{B,x}$$

$$v = v' + v''$$

$$v' = -(\Delta L_{B,y} + \Delta L_{C,y})$$

$$v'' = 2 \Delta L_{B,z}$$

Schiefe Biegung:

$$\vec{H} = \vec{H}_y + \vec{H}_z$$

$\rightarrow$ Formel für allgemeine Biegung verwenden

Statisches Moment des Teilquerschnitts:

$$H_z(y) = \int_{\Delta A(y)} y \, dA = y_s \cdot \Delta A$$

y_s : Schwerpunkt der Teilfläche ΔA
 ΔA : Fläche der Teilfläche

$$\text{Superposition: } H_z(y) = \sum y_{s,i} \cdot \Delta A_i$$

Schubspannungen:

Vollquerschnitte:

$$J_{xy}(y) = \frac{Q_y(x)}{I_z} \cdot \frac{H_z(y)}{b(y)}$$

$$H_z(y) = \int_y^{\max} \eta \cdot b(\eta) \, d\eta$$

Dünnwandige Querschnitte:

$\rightarrow$ Schubspannungen sind parallel zur Querschnittsmittelinie

$$J_{xs}(x,y) = -\frac{Q_y(x)}{I_z} \cdot \frac{H_z(s)}{e(s)}$$

$$H_z(s) = \int_0^s y(\eta) \cdot e(\eta) \, d\eta$$

$e(s)$: Breite an der Stelle s

Δy ist die Koordinate und nicht der Abstand

Δ bei Polarkoordinaten ist $d\eta = \rho \cdot d\varphi$

Schubmittelpunkt:

Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$$z_H = -\frac{I}{Q_y}$$

$\rightarrow$ Richtung von z_H aus Orientierung vom Torsionsmoment T

$\rightarrow$ Eigengewichtbelastung greift im Schwerpunkt an

wichtige Schubmittelpunkte:

Schubmittelpunkt ist der Punkt, durch den die Wirkungslinie der Querkraft verlaufen muss, damit der Querschnitt torsionsfrei bleibt

symmetrische Querschnitte

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt auf Symmetrieachse

doppelsymmetrische Querschnitte

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

$\Rightarrow$ Schubmittelpunkt = Schwerpunkt

Torsion: T_G

Vollquerschnitte:

$\rightarrow$ Torsionswinkel / Gesamtverdrehung

$$\theta(x) = \int_0^x \theta'(x) \, dx = \int_0^x \frac{T(x)}{G \cdot I_T(x)} \, dx$$

$\theta'(x)$: spezifischer Drehwinkel

$\rightarrow$ Verdrehung eines Stabs pro Länge

$\rightarrow$ Torsionssteifigkeit

$\rightarrow$ Kreisvollquerschnitt:

$$J_{\varphi x}(r) = \frac{T}{I_p} \cdot r$$

$$J_{xy} = -G \theta'_z$$

$$J_{xz} = G \theta'_y$$

$$J_{\max} = \frac{T}{W_T}$$

$\rightarrow$ Torsionswiderstandsmoment: W_T

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

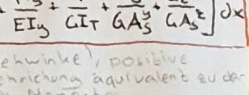
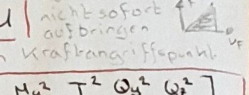
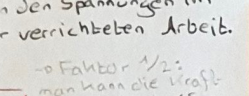
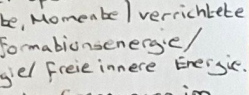
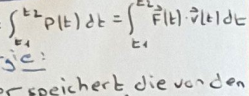
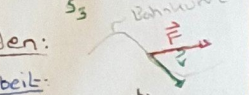
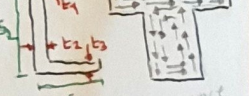
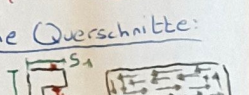
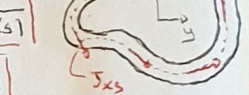
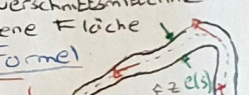
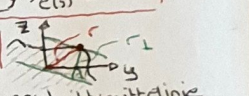
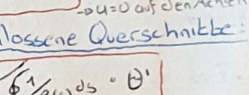
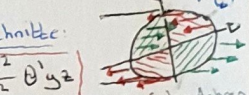
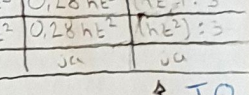
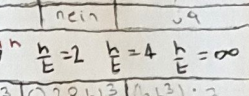
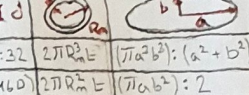
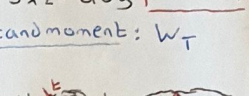
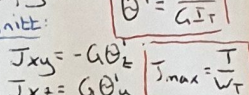
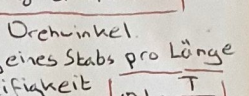
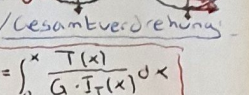
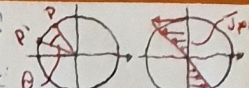
$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:

$\rightarrow$ Tabellenwerte:



Integraltabelle:

$p(x)$				
$k(x)$				
$\int p(x)k(x)dx$	$\frac{1}{2}pkx$	$\frac{2}{3}pkx$	$\frac{1}{3}pkx$	$\frac{1}{6}pkx$
$p(x)$				
$k(x)$				
$\int p(x)k(x)dx$	$\frac{1}{3}pkx$	$\frac{8}{15}pkx$	$\frac{kx}{2}(p_1+p_2)$	$\frac{kx}{6}(2p_1+p_2)$

Anwendung des Arbeitssatz:

Bemerkungen:

- Biegemomente müssen in Hauptachsenrichtung zeigen; Verformung durch Querkraft ist meistens vernachlässigbar

Korrigierte Schubfläche A_s :

A_s , Rechteck = $\frac{5}{6} \cdot A$; A_s , Kreis = $\frac{1}{2} \cdot A$

A_s , Doppel T-Träger = A_{ste} ; $A_s = \sum A_s$

direkte Anwendung des Arbeitssatzes:

-> Verschiebung in Kraftrichtung am Kraftangriffspunkt (stat. best. System)

1) Berechnung der Beanspruchung ($N(x), M_2(x), T(x)$)

2) Berechnung von U

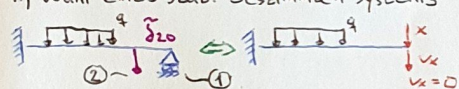
3) Anwendung des Arbeitssatzes ($W = \frac{1}{2} F \cdot u$)

-> Fachwerke nur Normalkräfte, Stabkraft berechnen

-> Bei einfacher Belastung nur Beanspruchungsverläufe für Integraltabelle zeichnen

- stat. unbestimmtes System: (1-fach)

1) Wahl eines stat. bestimmten Systems



2) LFO - wirkliche Lasten:

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_0, M_0, T_0, \dots$

3) LF1 - Hilfskraft am Auflager:

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_1, M_1, T_1, \dots$

4) Verschiebungen δ_{10}, δ_{11} gemäss Formel berechnen

5) Auflagerbedingungen: $X = \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}$

$V_X = \delta_{10} - X \delta_{11} = 0$

$\rightarrow$ L: unbekannte Lagerreaktion

6) LF2 - Hilfskraft an der Stelle der gesuchten Verschiebung mit 1 N

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

7) $\delta_{20} = \delta_{20} + X \delta_{21} = \delta_{20} - \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} \delta_{21}$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

$\rightarrow$ Beanspruchungen $N_2, M_2, T_2, \dots$

Methode der Hilfskräfte:

-> stat. bestimmtes System:

1) LFO, wirkliche Lasten

$\rightarrow$ Beanspruchung berechnen $= \delta_{10} = \delta_{01}$

2) LF1, Hilfskraft an der Stelle der gesuchten Verschiebung mit Betrag 1 N

in Verschiebungsrichtung

$\rightarrow$ Beanspruchung berechnen

-> Verdrehung: Hilfsmoment 1 Nm in Drehrichtung

$\rightarrow$ nicht durch Fließen

3) $\delta = \int_0^L \frac{M_0 \cdot M_1}{EI} dx + \int_0^L \frac{N_0 \cdot N_1}{EA} dx + \int_0^L \frac{T_0 \cdot T_1}{GI_p} dx + \dots$

-> stat. unbestimmtes System: (2-fach)

1) Wahl eines stat. bestimmten Systems

2) LFO

3) LF1

4) LF2

5) LF3

6) Verschiebungen $[\delta_{10}, \delta_{11}, \delta_{12}, \dots]$

gemäss Formel berechnen

7) Auflagerbedingungen:

$V_X = \delta_{10} + X \delta_{11} + Y \delta_{12} = 0$

$V_Y = \delta_{20} + X \delta_{21} + Y \delta_{22} = 0$

$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\delta_{10} \\ -\delta_{20} \end{pmatrix}$

$\delta_{xy} = \delta_{yx}$

S: Stelle

L: Lastfall

8) $\delta_{30} = \delta_{30} + X \delta_{31} + Y \delta_{32}$

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Beispielaufgaben:

Trigonometrie:

	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$

sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
-----	---	---------------	----------------------	----------------------	----------------------	---------------	---

cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0
-----	---	----------------------	----------------------	---------------	----------------------	----------------------	---

tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	∞
-----	---	----------------------	---	------------	------------	----------------------	----------

-> Falls Tang.-Werte nicht bekannt -> mit Seiten des Dreiecks

Beanspruchung:

$F = 10 \text{ N}$ $q_4 = 2.5 \text{ N/m}$

$M = 20 \text{ Nm}$ $A_x = -2 \text{ N}$ $A_y = 5 \text{ N}$ $A_{M2} = 20 \text{ Nm}$

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung:

$\rightarrow$ Beanspruchung: