

Physik

Elektrizität:

Elektrische Ladung:

- es gibt positive und negative Ladung
- Ladungen mit gleichem Vorzeichen stoßen sich ab, solche mit Ungleichem an.
- Kraftwirkung ist kugelsymmetrisch
- Ladung ist erhalten
- kleinstmögliche Ladung: Elementarladung e
- keine Ladung ohne Masse, aber Masse ohne Ladung
- Ladung ist quantisiert $q = n \cdot e$
- in abgeschlossenen Systemen ist die Summe aller Ladungen konstant

elektrische Ladung $Q = 1C = 1As$
Elementarladung $e = 1.602 \cdot 10^{-19} C$

Coulombkraft (elektrostatische Kraft):

→ für 2 Ladungen:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q_0 Q_1 \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_1|^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q_0 Q_1 \frac{\vec{r}}{r^2}$$

→ für n Ladungen:

$$\vec{F} = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}_i}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_i|^3}$$

→ für kontinuierliche Ladungsverteilung:

$$\vec{F} = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_V \rho(\vec{r}') \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}'}{|\vec{r}_0 - \vec{r}'|^3} dV'$$

Dielektrizitätskonstante $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm}$
Volumenladungsdichte $\rho = 1 C/m^3$

Elektrisches Feld:

Kraft, die auf eine Einheitsladung $1C$ am Ort $\vec{r}_0$ wirkt

elektrisches Feld $\vec{E} = 1V/C = 1V/m$

→ Definition: → Punktladung:

$$\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{\vec{F}(\vec{r}_0)}{Q_0} \quad \vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}|^3}$$

→ diskrete Ladungsverteilung:

$$\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}_i}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_i|^3}$$

→ kontinuierliche Ladungsverteilung:

$$\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \rho(\vec{r}') \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}'}{|\vec{r}_0 - \vec{r}'|^3} dV'$$

Feldlinien:

- können sich nicht schneiden
- Dichte der Feldlinien ist proportional zur Stärke des Feldes
- Anfang und Ende, können auch geschlossen sein

Elektrischer Dipol:

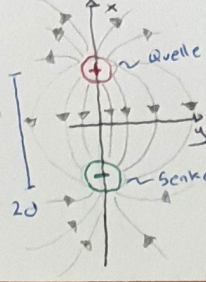
2 Ladungen im Abstand $2d$ mit gleichem Betrag aber umgekehrten Vorzeichen

elektrische Dipolmoment $\vec{p} = Q \cdot 2d$

1 Debye = $3.335 \cdot 10^{-30} Cm$

→ zeigt von der negativen zur positiven Ladung

- Dipol ist ladungsneutral
- Fernfeld nimmt mit r^3 ab



Formeln für den Dipol:

Richtung x $\vec{E}(x) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{4x}{(x-d)^2(x+d)^2} \vec{e}_x$

Fernfeld $x \gg d$ $\vec{E}(x) \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{4d}{x^3} \vec{e}_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{x^3} \vec{e}_x$

Richtung y $\vec{E}(y) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2d}{(y^2+d^2)^{3/2}} \vec{e}_x$

Fernfeld $y \gg d$ $\vec{E}(y) \approx -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2d}{y^3} \vec{e}_x = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{y^3} \vec{e}_x$

allg. $\vec{E}(\vec{r}) = \nabla \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} \right) \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3}$

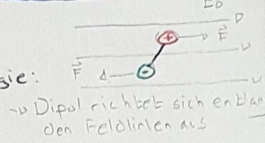
Dipol im elektrischen Feld:

→ Drehmoment:

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}_0$$

→ potentielle Energie:

$$E_{el} = -\vec{p} \cdot \vec{E}_0$$



→ Dipol richtet sich entlang der Feldlinien aus

Elektrischer Fluss:

entspricht der Anzahl Feldlinien die durch eine Fläche hindurchlaufen

elektrischer Fluss $\Phi_E = 1 Nm^2/C$

→ allgemeine Definition:

$$\Phi_E = \int_A \vec{E}(\vec{r}') \cdot d\vec{A}'$$

→ homogenes elektrisches Feld:

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = |\vec{E}| \cdot |\vec{A}| \cdot \cos(\theta)$$

→ Flächennormale $\vec{A}$ Winkel zwischen $\vec{E}$ und $\vec{A}$

Gesetz von Gauss:

Der Fluss durch die Oberfläche eines Volumens ist proportional zur eingeschlossenen Ladung. Der Fluss hängt nur von der eingeschlossenen Ladung ab, nicht von der Fläche.

→ diskrete Ladungsverteilung:

$$\oint_A \vec{E}(\vec{r}') \cdot d\vec{A}' = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i Q_i$$

→ kontinuierliche Ladungsverteilung:

$$\oint_A \vec{E}(\vec{r}') \cdot d\vec{A}' = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho(\vec{r}') dV'$$

→ Differentialform:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

→ Die in einem Volumen eingeschlossene Gesamtladung ist proportional zur Differenz der Anzahl hinauslaufenden minus der Anzahl hineinlaufenden Feldlinien

Wichtige elektrische Felder:

→ unendlich ausgedehnte Platte:

$$\oint \vec{E}(\vec{r}') \cdot d\vec{A}' = \int \vec{E}(\vec{r}') \cdot d\vec{A}' = E(r) \cdot A = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

→ unendlich langer Draht:

$$\oint \vec{E}(\vec{r}') \cdot d\vec{A}' = \int \vec{E}(\vec{r}') \cdot d\vec{A}' = E(r) \cdot 2\pi r L = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Flächenladungsdichte $\sigma = C/m^2$
Linienladungsdichte $\lambda = C/m$

Elektrostatische Energie:

$$E_{el} = - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} Q \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

→ elektrische Feld ist konservativ
→ Arbeit hängt nur Anfangs- und Endpunkt ab, nicht vom Weg

Elektrostatische Energie im homogenen elektrischen Feld:

$$E_{el} = -Q \vec{E} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

Elektrische Spannung:

Potentialdifferenz zwischen 2 Punkten
→ elektrostatische Energie pro Einheitsladung $Q = 1C$

$$U = \frac{E_{el}}{Q} = - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Spannung $U = 1V = 1J/C$

Elektrisches Potential:

Spannung relativ zum definierten Nullpunkt (unendliche Entfernung)

→ elektrische Feldlinien zeigen in Richtung abnehmendes Potential
→ ein geladenes Teilchen bewegt sich immer dorthin, wo seine potentielle Energie abnimmt

$$\Phi(\vec{r}) = - \int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r}') \cdot d\vec{r}'$$

→ Potential einer Punktladung:

$$\Phi(\vec{r}) = - \int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r}') \cdot d\vec{r}' = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^{\vec{r}} \frac{Q}{r'^2} \cdot d\vec{r}' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

→ Potential eines Punktdipols:

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2d \cos \theta}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

→ Potential einer kontinuierlichen Ladungsverteilung:

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

Äquipotentiallinien / -flächen:

- senkrecht auf el. Feldlinien
- können sich bei einem Sattelpunkt kreuzen

Feldgleichungen:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} \Phi(\vec{r}) = - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0} = -\Delta \Phi(\vec{r}) \quad \rightarrow \text{Poissonsgleichung}$$

Leitender Körper:

- el. Feld ist 0 im Inneren
- Potential ist konstant im Inneren
- alle Ladungen befinden sich auf der Oberfläche
- el. Feld steht senkrecht zur Oberfläche
- wird ein leitender Körper in ein el. Feld gebracht, gruppieren sich die Oberflächenladungen dorthin, dass das el. Feld im Inneren ausgeglichen wird
- $\vec{r} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q(\vec{r})}{\epsilon_0}$; $\vec{n} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \vec{\sigma}$; $\Phi(\vec{r}) = \text{const}$

Eigenschaften el. Feld:

Beim Durchqueren einer Oberfläche mit Ladungsdichte σ , ändert sich das el. Feld um den Betrag σ/ϵ_0

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left| \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \right| \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left| \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \right| \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\vec{E}\text{-Feld} \propto \frac{1}{\text{Krümmungsradius}}$$

→ elektrische Durchschläge treten an Orten mit starker Krümmung auf

Elektrizität (Fortsetzung)

Influenz:

El. Leiter verschieben ihre Ladungen so, dass das elektrische Feld im Inneren 0 ist.

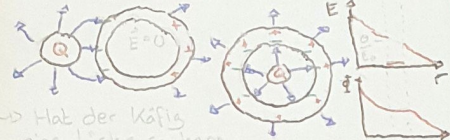
→ Ladungsseparation

Erdung:

Elektronen aus der Erde neutralisieren die positive Ladung

Abschirmung (Faraday'scher Käfig):

ein leitender Hohlkörper in einem el. Feld bewirkt, dass das el. Feld im Inneren 0 ist



→ Hat der Käfig eine Lücke, so kann das el. Feld bis auf eine Distanz ähnlich der Lücke eindringen

Prinzip der Spiegelladung:

Eine Probeladung induziert auf einem el. Leiter eine Flächenladung, die dasselbe Feld generiert wie eine Spiegelbildliche Probeladung mit entgegengesetztem Vorzeichen

Kondensator:

→ insgesamt ladungsneutral

Plattenkondensator:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{r} + \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} (-\vec{r}) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{r} = \frac{Q}{A\epsilon_0} \vec{r}$$

$$U = |\vec{E}|d = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = \frac{Qd}{A\epsilon_0}$$

→ Feld ist homogen (positionsunabhängig)

Kapazität:

Mass für das Ladungsfassungsvermögen bei gegebener Spannung

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{A\epsilon_0}{d} \quad \text{Kapazität } [C] = 1 \text{ C/V}$$

$$= 1 \text{ Farad} = 1 \text{ F}$$

→ Kapazität eines Plattenkondensators

Energie im Kondensator:

$$E_{el} = \int_0^Q U(Q') dQ' = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} U^2 C$$

→ Plattenkondensator:

$$E_{el} = \frac{Q^2 d}{2A\epsilon_0} = \frac{U^2 A\epsilon_0}{2d} = \frac{U^2 C}{2}$$

Energiedichte des E-Feldes:

$$w = \frac{1}{2} \epsilon_0 |\vec{E}|^2 \quad \text{→ Energie skaliert mit der Grösse}$$

→ Plattenkondensator: → Speichereffizienz

$$w = \frac{E_{el}}{V} = \frac{U^2 A\epsilon_0}{2d(A\epsilon_0)} = \frac{U^2 \epsilon_0}{2d}$$

Schaltung von Kondensatoren:

→ Serienschaltung: → Parallelschaltung:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad C = C_1 + C_2$$



Kondensator mit Dielektrikum:

→ Konstante Ladung:

$$U = \frac{U_0}{\epsilon_r}; \quad C = \frac{Q\epsilon_r}{U_0} = C_0 \epsilon_r; \quad \epsilon_r = \frac{|\vec{E}_0|}{|\vec{E}|}$$

Dielektrizitätszahl $[\epsilon_r]$ = skalar

→ Konstante Spannung:

Wegen der Verschiebungspolarisation erzeugt ein Dielektrikum ein Gegenfeld zum Feld des Kondensators → die Batterie muss Arbeit verrichten, um mehr Ladungen auf die Platten zu bringen, um das Gegenfeld auszugleichen → diese zusätzliche Energie steckt im Feld

→ Energie im Kondensator und die Ladung auf den Platten erhöht sich um ϵ_r

Dielektrizitätskonstante der Materie / elektrische Permittivität $[\epsilon]$ $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$

Elektrische Polarisierung:

→ Verschiebungspolarisation:

→ Atomkerne und Elektronen verschieben sich wegen dem Feld geringfügig → Dipol

→ makroskopische el. Polarisierung

→ Orientierungspolarisation:

→ das E-Feld öbt auf Moleküle mit permanentem el. Dipol ein Drehmoment aus → mak. el. Polarisierung

→ Vergleich:

Eigenschaft	Verschiebung	Orientierung
Vorkommen	alle Atome, Moleküle	nur bei solchen mit permanentem Dipol
relative Stärke	schwach	stark
Temperaturabhängig	nein	ja: $T \uparrow \rightarrow \downarrow$
Polarisierbarkeit α	$\propto$ Molekülgrösse	Dipolmoment, Temperatur

→ mittlere Dipolmoment:

$$\langle \vec{p} \rangle = \alpha \vec{E}$$

makroskopische Polarisierung $[\vec{P}]$

$$\vec{P} = \frac{N}{V} \langle \vec{p} \rangle = \frac{N}{V} \alpha \vec{E} \quad \text{→ } N: \# \text{ Atome / \# Moleküle}$$

→ Prinzip der Oberflächenladung:

$$\vec{E}_p = -\frac{\vec{P}}{\epsilon_0} = -\frac{N\alpha}{V\epsilon_0} \vec{E} = -\chi_E \vec{E}$$

elektrische Suszeptibilität $[\chi_E]$

$$\chi_E = \frac{|\vec{E}_p|}{|\vec{E}|} \quad \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p \quad \epsilon_r = 1 + \chi_E$$

E-Feld wegen der Polarisierung, Oberflächenladungen

Elektrischer Strom:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{dQ}{dt} \quad [I] = 1 \text{ Ampère} = 1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$$

→ Ladung pro Zeit

→ Ladungsträger:

- Elektronen in Metallen

- Ionen in Salzen / Lösungen

- Teilchenstrahlen im Vakuum

→ technische Stromrichtung:

Bewegungsrichtung der positiven Ladung

→ physikalische Stromrichtung:

Bewegungsrichtung der negativen Ladung

→ Ursache des elektrischen Stroms:

Teilchen erfahren eine Coulombkraft im E-Feld

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{Q}{m} \vec{E} \quad \vec{a} = \text{Beschleunigung}$$

Dichte der Ladungselektronen

Driftgeschwindigkeit von Elektronen

$$[\vec{v}_D] = -\frac{\vec{I}}{neA} = -\frac{\vec{J}}{e \cdot n} \quad n = \frac{N}{V} = \frac{N}{A \cdot L}$$

Leiterquerschnitt Distanz, die die e⁻ zurücklegen

$$B = \mu \cdot H$$

Elektrischer Widerstand:

$$\text{Stromdichte } [\vec{J}] \quad \vec{J} = \frac{\vec{I}}{A}$$

spezifische Leitfähigkeit $[\sigma] = 1 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$

$$\sigma = \frac{I_{\text{Vollst.}}}{|\vec{E}|} = \frac{|\vec{J}|}{|\vec{E}|} \quad \text{→ Verhältnis von transportierter Ladung zum E-Feld}$$

spezifischer Widerstand $[\rho] = 1 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = |\vec{E}| / |\vec{J}| \quad \text{→ Inverse der Leitfähigkeit}$$

makroskopischer el. Widerstand $[R]$

$$R = \rho \frac{L}{A} = \frac{|\vec{E}| L}{|\vec{J}| A} = \frac{U}{I} \quad \text{→ Abhängig von der Geometrie}$$

makroskopischer el. Leitwert $[G]$

$$[G] = \frac{1}{R} = S = \text{Siemens} \quad G = \frac{1}{R} = \frac{I}{U}$$

Ohm'sches Gesetz:

- Widerstand ist unabhängig von der Grösse der angelegten Spannung

- Driftgeschwindigkeit ist proportional zum angelegten elektrischen Feld

Elektrische Leistung:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{U \Delta Q}{\Delta t} = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

→ durch Zusammenstösse geben e⁻ fortlaufend Bewegungsenergie an Atome

→ Widerstand ist temperaturabhängig

→ steigt mit zunehmender Temperatur

Magnetismus:

→ Magnetfelder:

→ Allgemeines:

- Vektorfeld: Stärke und Richtung

- werden durch elektrische Ströme (bewegte Ladung) erzeugt

- gleiche Pole stossen sich ab, ungleiche an

- es gibt nur Dipole

- magnetische Feldlinien sind geschlossen

→ Biot-Savart Gesetz:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q \cdot \vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

→ bewegte Punktladung:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q \cdot \vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

- v: Geschwindigkeit der Ladung

- r: Abstand zur Ladung

magnetische Feldkonstante $[\mu_0] = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

→ Permeabilität des Vakuums

→ konstanter Strom:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I \cdot d\vec{L} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

Abstand zwischen den Punkten

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I \cdot d\vec{L} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV$$

→ r: Ort, wo das Feld gemessen wird

→ r': Integrationsvariable, Position auf dem Pfad des Stroms

magnetische Flussdichte $[B] = 1 \text{ Tesla}$

$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ Gauss} = 10^4 \text{ G} = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$$

magnetische Feldstärke $[H] = \frac{A}{m}$

$$B = \mu \cdot H$$

Magnetfeld eines unendlich langen, geraden Leiters:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{e}_r}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I \vec{l} \times \vec{e}_r}{|\vec{r}|^2} \quad \vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

Magnetfeld auf der Achse einer kreisförmigen Leiterschleife:

→ Zentrum: $B(0) = \frac{\mu_0 I}{2R}$

→ Fernfeld: $B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2|z|^3}$

→ Magnetfeld eines Kreisstroms ist identisch mit dem Feld eines Dipols

Magnetischer Dipol:

magnetisches Dipolmoment $[\vec{m}]$

$$\vec{m} = I \vec{A} = I \pi R^2 \vec{n}$$

→ Fernfeld eines Dipols:

$$\vec{B}(\vec{r}) \approx \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\vec{e}_r (\vec{m} \cdot \vec{e}_r) - \vec{m}}{|\vec{r}|^3}$$

→ Drehmoment auf einen mag. Dipol im äusseren mag. Feld:

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}_0$$

→ Energie eines mag. Dipols: $E_{\text{pot}} = -\vec{m} \cdot \vec{B}_0$

Zylinderspule:

$$B_z(0) = \frac{\mu_0 I N}{2\sqrt{R^2 + (z/2)^2}}$$

$$\approx \frac{N}{L} \mu_0 I = \mu_0 j_A$$

N : # Leierschleifen
 N/L : Windungsdichte

$j_A = IN/L$
Längsstromdichte

Magnetischer Fluss:

$$\Phi_H = \int_A \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{A}$$

→ homogenes Feld $\Phi_H = \vec{B} \cdot \vec{A}$

magnetischer Fluss $[\Phi_H] = 1 \text{ Weber}$

$$= 1 \text{ Wb} = 1 \text{ Tm}^2$$

→ mag. Fluss ist proportional zur Anzahl Feldlinien, die durch A hindurchgehen

Gesetz von Gauss:

→ Fluss durch die Oberfläche eines geschlossenen Volumens ist proportional zur eingeschlossenen Ladung → keine mag. Ladung

$$\oint_A \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{A} = 0 \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}) = 0$$

→ # der Feldlinien in ein Volumen = # der Feldlinien aus einem Volumen

Durchflutungsgesetz:

Der Strom durch eine Fläche ist proportional zum Magnetfeld, welches tangential dem Rand der Fläche entlang läuft

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \vec{j}(\vec{r})$$

→ Winkel spielt keine Rolle → Projektion des $\vec{B}$ -Feldes wird kleiner, dafür über Integrationsweg länger

→ Umlaufweg ist wichtig

Lorentzkraft:

ein Magnetfeld erzeugt eine Kraft auf eine bewegte Ladung

$$\vec{F}(\vec{r}) = q \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{F} = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$

Ampere'sches Gesetz:

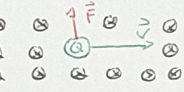
2 Stromdurchflossene Leiter üben eine Kraft aufeinander aus

→ 2 bewegte Ladungen:

$$\vec{F} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_1 \vec{v}_1 \times (Q_2 \vec{v}_2 \times (\vec{r}_1 - \vec{r}_2))}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$

→ 2 Ströme:

$$\vec{F} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{L_1} \int_{L_2} \frac{I_1 d\vec{l}_1 \times (I_2 d\vec{l}_2 \times (\vec{r}_1 - \vec{r}_2))}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$



Halleffekt:

→ Kräftegleichgewicht

$$\vec{F}_L + \vec{F}_C = 0$$

$$\frac{IB}{nb} = \frac{eU}{b}$$

b : Breite des Leiters
 d : Dicke des Leiters
 n : Ladungsträgerdichte

Eigenschaften des Magnetismus:

Magnetisierung:

relative magnetische Feldkonstante μ_r

$$\mu_r = \frac{|\vec{B}|}{|\vec{B}_0|} \quad \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_M = \mu_r \vec{B}_0$$

$\vec{B}_0$: Magnetfeld im Material

→ μ_r ist unabhängig von $\vec{B}_0$

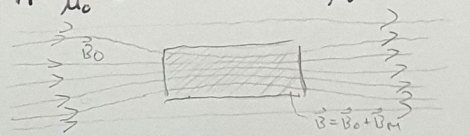
magnetische Suszeptibilität χ_m

$$\chi_m = \frac{|\vec{B}_M|}{|\vec{B}_0|} = \mu_r - 1$$

$\vec{B}_M$: Feld, dass durch das Material selbst erzeugt wird

magnetische Erregung $\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}$ $[\vec{H}] = A/m$

Magnetisierung $\vec{M} = \frac{\vec{B}_M}{\mu_0}$ $[\vec{M}] = A/m$

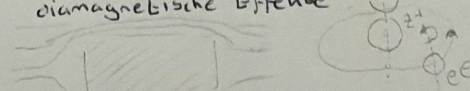


Atomarer Ursprung:

→ atomare Kreisströme
→ negativ geladene e^- umkreisen den Atomkern → mag. Dipol
→ Auch drehen sich die e^- um ihre Achse
→ normalerweise kreisen die e^- in paarweise entgegengesetzter Richtung
→ Felder heben sich auf

→ nur bei ungepaarten e^- (ungerade #) besitzt das Atom einen mag. Dipol

→ alle Materialien zeigen diamagnetische Effekte



→ es gibt keine permanente Diamagnete

	Dia	Para	Ferro
Ursache	keine ungepaarte e^- → Lorentzkraft überwindet Zentralkraft	unkompensierte atomare Kreisströme umkreisen einen Dipol	kollektive Ausrichtung von atomaren Dipolen
Wirkung	Feld wird abgeschwächt	Feld wird verstärkt	Feld wird stark verstärkt
Feld	$\vec{B} = \mu_r \vec{B}_0$	$\vec{B} = \mu_r \vec{B}_0$	$\vec{B} = \mu_r \vec{B}_0$
μ_r	$\mu_r < 1$	$\mu_r > 1$	$\mu_r \gg 1$
χ_m	$\chi_m < 0$	$\chi_m > 0$	$\chi_m \gg 0$
Temperatur	nein	T ↑, χ_m ↓	noch Curie-Temperatur
Bewegung	verdrängt Feldlinien → aus dem Feld hinaus gedrückt	zieht Feldlinien an → ins Feld hinein gedrückt	zieht Feldlinien an → ins Feld hinein gedrückt

Translatatorische Kraft:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E_{\text{pot}} = \vec{\nabla} (\vec{m} \cdot \vec{B}) = \pm |\vec{m}| |\vec{B}|$$

Oberflächenströme:

in einem magnetisierten Material heben sich die atomaren Kreisströme im Inneren gegenseitig auf → nur am Rand verbleibt ein resultierender Strom

$$\vec{M} = \frac{\vec{m}}{V} = \frac{I \vec{A}}{A d} = \vec{n} \times \vec{j}_A$$

→ j_A : Längsstromdichte

Magnetfeld einer homogen magnetisierten Kugel:

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 2 |\vec{m}|}{4\pi |z|^3} = \frac{3\mu_0 |\vec{M}| R^3}{3|z|^3}$$

$$\vec{m} = 4\pi R^3 \vec{M} / 3$$

Grenzflächen:

→ senkrechte / normal Komponente bleibt gleich

→ parallel / tangential Komponente erhöht sich um μ_r / Betrag der Längsstromdichte

→ A: $\vec{B}_{\text{aus}} = \vec{B}_{\text{in}}$

→ B: $\vec{B}_{\text{aus}} = \vec{B}_0$
 $\vec{B}_{\text{in}} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M} = \vec{B}_0 + \mu_0 (\vec{n} \times \vec{j}_A)$

Grenzflächenbedingung:

senkrechte Komponente: $\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0$

parallele Komponente: $\vec{n} \times (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = -\mu_0 j_A$

→ $\vec{B}_1$ und $\vec{B}_2$ sind die Magnetfelder auf den beiden Seiten der Grenzfläche

→ $\vec{n}$: Normalenvektor von 2 zu 1

Magnetische Abschirmung:

Medium 1: $\mu_{r1} = 1$

Medium 2: $\mu_{r2} \gg 1$

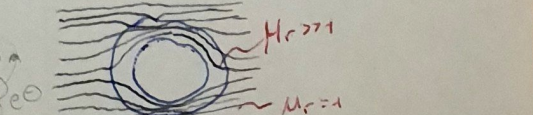
$$B_{1,z} = B_{2,z}$$

$$B_{2,x} = B_{1,x} + \mu_0 j_A = B_{1,x} + \mu_0 M_2 = \mu_{r2} B_{1,x}$$

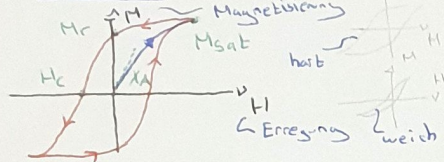
→ ausserhalb des Ferromagneten: senkrecht

→ innerhalb des Ferromagneten: parallel

→ Feldlinien verlaufen immer möglichst im magnetischen Material



Hysteresese:



- erstmalige Magnetisierung: blaue Kurve
- wiederholtes (Ent-)magnetisieren: rote Kurve

M_{sat} : Sättigungsmagnetisierung

M_r : Remanenzmagnetisierung

H_c : Koerzitivfeld

χ : Steigung der Neukurve, Anfangsuszeptibilität

Magnetische Anisotropie:

ein magnetisches Material lässt sich nicht in alle Richtungen gleich gut magnetisieren

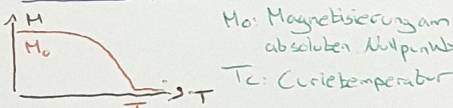
→ leichte und schwere Achsen

→ Ursache: Kristallstruktur, Geometrie

$E = KV \sin^2(\theta)$ Winkel zwischen Magnetachse und Magnetisierung

Anisotropieparameter Volumen E : Anisotropieenergie

Curie-Temperatur:



- ab T_c verliert ein Ferromagnet seine ferromagnetischen Eigenschaften → Paramagnet

Magnetische Induktion:

Faraday'sches Induktionsgesetz:

$$U = - \frac{d}{dt} \int_A \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{A} = - \frac{d\Phi_M}{dt}$$

$\vec{A}$: Fläche der Schleife

U : Induktionsspannung (EMF, electromotive force) → dynamische, nicht konservative Spannung

→ Differentialform: $\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$U \sim A \sim B \sim v$

→ Vorzeichen der Spannung wechselt mit Vorzeichen des Magnetfeldes

→ periodisch wechselnde magnetische Feldlinien erzeugen elektrische Wirbel um sie herum

Lenz'sche Regel:

Die induzierte Spannung und der induzierte Strom sind so gerichtet, dass sie eine der Ursache entgegengerichtete Wirkung erzielen.

→ Bsp: 2 Leiterschleifen

→ Strom durch Schleife 1 wird erhöht

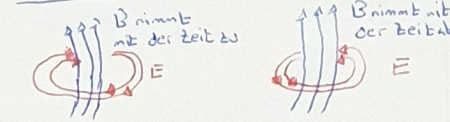
→ in Schleife 2 wird ein Strom in entgegengesetzter Richtung induziert, $U_2 < 0$

→ Lenz: Strom in 2 bewirkt ein B -Feld, welches das B -Feld in 1 reduziert

→ Abstand z wird vergrößert

→ in Schleife 2 wird ein Strom in gleicher Richtung induziert, $U_2 > 0$

Wirbelströme:



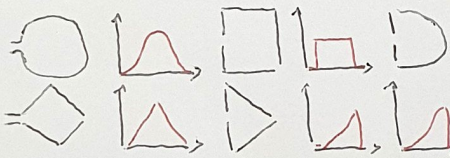
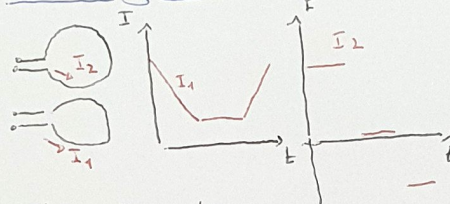
elektrischer Leiter wird in einem inhomogenen Magnetfeld bewegt → magnetischer Fluss ändert sich → es werden lokal Ströme induziert → erfahren eine Lorentzkraft

→ auf Kreisbahnen abgelenkt

→ Wirbelströme → generieren wiederum ein Magnetfeld → führen zu Leistungsverlusten infolge des el. Widerstandes des Leiters

[Wirbel $\uparrow$ v_{Leiter} $\uparrow$ B $\uparrow$ σ $\uparrow$ A_{Leiter}]

Anwendungen der Lenz'schen Regel:



Skinneffekt:

hochfrequente Ströme fließen nur in einer dünnen Oberflächenschicht des Leiters

→ Ursache: Induktion

→ Eindringtiefe $\delta \sim 1/\sqrt{f}$

Induktivität:

$$U_{ind} = - \frac{d\Phi_M}{dt} = - \frac{d(LI)}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$L = \frac{\Phi_M}{I} = \frac{1}{I} \int_A \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{A}$$

Gegeninduktion von 2 Leiterschleifen:

$$L = \frac{\Phi_M}{I_1} = \frac{BA}{I_1} = \frac{\mu_0 \pi R^4}{2z^3}$$

Selbstinduktion einer langen Spule:

$$L = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^N \int_A \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{A}_i = \frac{N}{I} \int_A \frac{\mu_0 I N}{\ell} dA = \frac{N^2 \mu_0 \pi R^2}{\ell}$$

Energie des Magnetfeldes:

in einer Spule kann mag. Energie gespeichert werden

→ Energie in einer Induktivität:

Strom wird in einer Induktivität in der Zeit T auf I_0 erhöht

$$I(t) = I_0 \frac{t}{T}, U(t) = L \frac{dI}{dt} = L I_0 / T$$

$$W = \int_0^T P(t) dt = \int_0^T U(t) I(t) dt = \int_0^T \frac{L I_0^2}{T} dt = \frac{1}{2} L I_0^2$$

$$E_{mag} = \frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{1}{2} L (N^2 \mu_0 \pi R^2 I_0^2 / \ell)$$

$$w = \frac{E_{mag}}{V} = \frac{N^2 \mu_0 I_0^2}{2 L^2} = \frac{1}{2 \mu_0} |\vec{B}|^2$$

Nützliches zu Wirbelströmen

- Schlitze verhindern die meisten Ringströme
- Transformator besteht aus einzelnen Platten
- viele Kabel mit kleinem Φ anstatt 1 grossen
- Coaxialkabel: Aussenschicht aus Silber
- Drähte werden verdrängt um Induktivität zu vermeiden

Maxwell'schen Gleichungen:

Kraftgesetz:

$$\vec{F}(\vec{r}) = q_0 [\vec{E}(\vec{r}) + \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r})]$$

→ erweiterte Lorentzkraft

Ursache Elektrische Felder:

→ elektrische Ladung

→ zeitlich änderndes Magnetfeld

Ursache Magnetfelder:

→ elektrischer Strom (atomar und makroskopisch)

→ zeitlich änderndes el. Feld

1. Maxwell Gleichung:

→ Gesetz von Gauss

$$\oint_A \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0}$$

2. Maxwell Gleichung:

→ Gesetz von Gauss für Magnetfelder

$$\oint_A \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{A} = 0 \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}) = 0$$

3. Maxwell Gleichung:

→ Faraday'sches Induktionsgesetz

$$\oint_L \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_A \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) = - \partial_t \vec{B}(\vec{r})$$

4. Maxwell Gleichung:

→ Erweitertes Durchflutungsgesetz

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_A \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \partial_t \vec{E}(\vec{r})$$

Vektoroperatoren:

→ Divergenz: $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$

→ Rotation: $\vec{\nabla} \times \vec{v}$

Mass für Quellsichte Masse für Wirbel

Maxwell'scher Verschiebestrom:

Erweiterung des Durchflutungsgesetzes von statische auf dynamische Felder

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_A \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{A}$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I + I_v)$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = 0$$

Elektromagnetisches Feld:

Nahfeld:

- nahezu statisches Feld, kurze Distanzen
- Beiträge der Ladung und des Stroms dominieren

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\Delta(\vec{r})}{\epsilon_0} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}) \approx \mu_0 \vec{j}$$

Fernfeld:

- schnell ändernde (hochfrequente) Felder
- grosse Distanzen
- Beiträge der Ladung und Ströme fallen mit der Distanz schnell ab

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r})}{\partial t} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}) \approx \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(\vec{r})}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

entspricht einer elektromagnetischen Welle

Elektromagnetische Welle:

Erzeugung der el. mag. Welle:

- Ursprung in beschleunigter Ladung welche el. und mag. Felder generiert
- zeitlich ändernde el. und mag. Felder können sich eigenständig aufrecht erhalten
- ohne Ladungsträger, Materie

Gleichungen der el. mag. Welle:

$$\frac{\partial^2 \vec{B}(\vec{r})}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \vec{\nabla}^2 \vec{B}(\vec{r}) \quad \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r})}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \vec{\nabla}^2 \vec{E}(\vec{r})$$

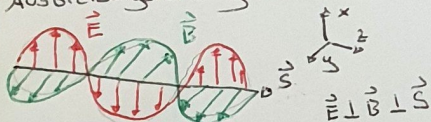
Wellen-Gleichung mit Ausbreitungsgeschwindigkeit $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$

Definition:

Elektromagnetische Wellen (Licht) sind die Fernwirkung beschleunigter Ladung

Eigenschaften:

- el. Feld und mag. Feld einer elektromagnetischen Welle stehen senkrecht aufeinander und sind senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle



Poynting Vektor:

- gibt die Ausbreitungsrichtung der EM Welle an

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B}) = \vec{E} \times \vec{H}$$

- Betrag ist die Leistungsichte/ Intensität, die durch die EM Welle transportiert wird $[\vec{S}] = \text{W/m}^2$

Amplitudenvergleich:

$$|\vec{B}| = 1/c |\vec{E}|$$

Eigenschaften:

- Transversalwellen
- 2 Schwingungsrichtungen/ Polarisation

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kx + \phi)} \quad \vec{B}(x,t) = \vec{B}_0 e^{i(\omega t - kx + \phi)}$$

$$c_0 = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

Schwebefrequenz mit Betrag der modifizierten Amplitude $\rightarrow f \cdot 1/2 = \Delta f$

Licht und Wellen:

Wellenlehre:

Ein-dimensionale Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2}$$

$\Psi(x,t)$: Wellenfunktion: Auslenkung einer Grösse $\Psi(x,t)$ an der Stelle x zur Zeit t

c : Wellengeschwindigkeit

- Welle ohne Dämpfung mit $c = \text{konst.}$: Spannkraft

- Seilwelle: $m/L = \mu$

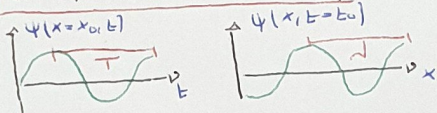
$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = c^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Harmonische Welle:

$$\Psi(x,t) = \Psi_0 e^{i(\omega t \pm kx + \phi)}$$

- physikalische Welle ist immer reell

$$\Psi(x,t) = \Psi_0 \cos(\omega t \pm kx + \phi)$$



- Zeitgrössen: ω : Kreisfrequenz, f : Frequenz ($\checkmark$), T : Periodendauer

- Ortsgrössen: k : Wellenvektor, $\checkmark$: Wellenzahl, λ : Wellenlänge

- allgemeine Grössen: Ψ_0 : Amplitude, ϕ : Phase der Welle

- Zusammenhänge: $T = 1/f = 2\pi/\omega$, $f = \omega/2\pi = 1/T$, $\lambda = v/f = \omega/k$, $k = 2\pi/\lambda$, $v = \lambda/T = \omega/k$

v Ausbreitung = $\omega/k = c$ = Wellengeschw.

- Ausbreitungsrichtung: $\rightarrow$ rechtslaufende Welle: bewegt sich in positive x -Richtung $\ominus$, $\rightarrow$ linkslaufende Welle: bewegt sich in negative x -Richtung $\oplus$

$\Psi(x,t) = \Psi_0 \cos(\omega t \pm kx + \phi)$

- nur das relative Vorzeichen zwischen ω und k zählt

Phase:

Amplitude der Welle zur Zeit $t=0$ am Ort $x=0$

Superpositionsprinzip:

Wellengleichung erfüllt das Superpositionsprinzip $\rightarrow$ Summe von harmonischen Wellen ist auch eine Lösung

- harmonische Welle: Basis-/Elementarwelle $\Psi(x,t) = \sum_{n=1}^N \Psi_{0,n} e^{i(\omega_n t - k_n x + \phi_n)}$

- Schwebung: 2 Wellen mit ω_1 und ω_2 , die nahe beieinander liegen

$\rightarrow \Psi_{0,1} = \Psi_{0,2}$

$\rightarrow \Psi_1 = \Psi_2 = 0$

$$\Psi(t) = \Psi_0 e^{i\omega_1 t} + \Psi_0 e^{i\omega_2 t} = \Psi_0 e^{i\omega t} (e^{-i\Delta\omega t} + e^{i\Delta\omega t}) = \Psi_0 e^{i\omega t} 2 \cos(\Delta\omega t)$$

$\omega = 1/2(\omega_1 + \omega_2)$ mittlere F., $\Delta\omega = 1/2(\omega_2 - \omega_1)$ Frequenzdifferenz

ω : mittlere Frequenz, $\Delta\omega$: Breite des Wellenpakets

$\Delta x = c \Delta t$: räumliche Ausdehnung des Pakets

$\rightarrow$ Frequenzen im Wellenpaket: $\omega \pm \Delta\omega$

$\Psi_0(\omega) = \frac{1}{\Delta\omega} e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2(\Delta\omega)^2}}$

- Zusammenhänge: $\rightarrow$ kurzes Zeitsignal $\rightarrow$ langes Frequenz-Spektrum

- Energie: (Seilwelle) $E = E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} m \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right)^2 = \frac{1}{2} \mu \lambda \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right)^2_{\text{max}}$

$\mu = m/\Delta x$: Massenbelegung, $\partial \Psi / \partial t$: Maximalgeschwindigkeit beim Nullp.

- Energieeichte: $w = \frac{E}{\Delta x} = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right)^2_{\text{max}}$

- Leistung: $P = \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial E}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{E}{\Delta x} c = \frac{1}{2} \mu c \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right)^2_{\text{max}}$

- Intensität: $\rightarrow$ eindimensionale Welle: $I = P$, $\rightarrow$ zweidimensionale Welle: $I = P/L$, $\rightarrow$ dreidimensionale Welle: $I = P/A$

$\rightarrow$ Quadrat der Amplitude: $I = \frac{1}{2} \mu c \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^2(x,t) dx = \frac{1}{2} \Psi_0^2$ root mean square

$\Psi_{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{2}} |\Psi_0|$: mittlere Amplitude, rms

- Wellenimpedanz: $\rightarrow$ Verhältnis von auslenkender Kraft zur Geschwindigkeit der Auslenkung

Gaussförmiges Wellenpaket:

$\rightarrow$ Einhüllende entspricht einer Gaußkurve

$\rightarrow \Psi = 0, x = 0$

$$\Psi(t) = \Psi_0 e^{i\omega t} e^{-\frac{t^2}{2\Delta t^2}}$$

ω : mittlere Frequenz, Δt : Breite des Wellenpakets

$\Delta x = c \Delta t$: räumliche Ausdehnung des Pakets

$\rightarrow$ Frequenzen im Wellenpaket: $\omega \pm \Delta\omega$

$\Psi_0(\omega) = \frac{1}{\Delta\omega} e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2(\Delta\omega)^2}}$

- Zusammenhänge: $\rightarrow$ kurzes Zeitsignal $\rightarrow$ langes Frequenz-Spektrum

- Energie: (Seilwelle) $E = E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} m \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right)^2 = \frac{1}{2} \mu \lambda \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right)^2_{\text{max}}$

$\mu = m/\Delta x$: Massenbelegung, $\partial \Psi / \partial t$: Maximalgeschwindigkeit beim Nullp.

- Energieeichte: $w = \frac{E}{\Delta x} = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right)^2_{\text{max}}$

- Leistung: $P = \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial E}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{E}{\Delta x} c = \frac{1}{2} \mu c \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right)^2_{\text{max}}$

- Intensität: $\rightarrow$ eindimensionale Welle: $I = P$, $\rightarrow$ zweidimensionale Welle: $I = P/L$, $\rightarrow$ dreidimensionale Welle: $I = P/A$

$\rightarrow$ Quadrat der Amplitude: $I = \frac{1}{2} \mu c \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^2(x,t) dx = \frac{1}{2} \Psi_0^2$ root mean square

$\Psi_{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{2}} |\Psi_0|$: mittlere Amplitude, rms

- Wellenimpedanz: $\rightarrow$ Verhältnis von auslenkender Kraft zur Geschwindigkeit der Auslenkung

$\rightarrow$ Eigenschaft des Trägermediums und nicht der Welle

$\rightarrow$ Ein Medium ist durch die Wellenimpedanz und die Wellengeschwindigkeit charakterisiert

Wellenimpedanz = $\frac{\text{Auslenkende Kraft}}{\text{Geschwindigkeit} \cdot \text{Auslenkung}}$

- charakterisiert Reflexion/Transmission an Mediengrenzen

- Elektrotechnik: $\rightarrow$ EM-Welle: Spannung $\vec{E}$ -Feld, Strom $\vec{B}$ -Feld

- Seilwelle: $Z = \frac{F_{\text{max}}}{\left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right)_{\text{max}}} = T \frac{\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right)}{\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \right)} \approx \frac{T}{c} = \sqrt{\mu T}$

- Allgemein: $Z = \sqrt{T \mu}$, $[Z] = \text{kg/s}$

- Dispersion: $T = c^2 \mu$

Wellengeschwindigkeit ist frequenzabhängig

$\rightarrow$ Wellengleichung nicht mehr erfüllbar

$\rightarrow$ Welle ändert Form, verliert Energie

$\rightarrow$ Erbt immer mit Absorption auf

$\rightarrow c = c(\omega) = \omega/k(\omega)$

$\rightarrow$ Phasengeschwindigkeit

Geschwindigkeit eines Wellenmaximums $\rightarrow$ ohne Dispersion: Phasengeschwindigkeit = Gruppengeschwindigkeit

$v_p = \omega/k$

$\rightarrow$ Gruppengeschwindigkeit

Geschwindigkeit der Einhüllenden

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = v_p + k \frac{dv_p}{dk}$$

Absorption:

- Intensität der Welle nimmt ab
- Welle gibt Energie an das Medium ab
- Abfall der Amplitude bei einer gedämpften Schwingung

Amplitude als Funktion der Zeit:

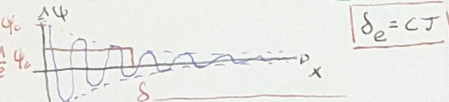
$$\psi(t) = \psi_0 e^{-t/\tau}$$

exponentielle Abklingzeit
 $\tau = 1/\alpha \approx 0,368$

Amplitude als Raumzeit-Funktion:

$$\psi(x,t) = \psi_0 e^{-\alpha x/2} e^{i(\omega t - kx + \varphi)}$$

α : Absorptionskoeffizient
 δ_e : charakteristische Abfallkonstante / Eindringtiefe



- Intensität: $I(x) = I_0 e^{-\alpha x}$
- Absorption und Dispersion treten immer zusammen auf

Ebene Welle:

$$\psi(\vec{x}, t) = \psi_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x} + \varphi)}$$

dreidimensionale Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 \psi(\vec{x}, t)}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \psi(\vec{x}, t) = c^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi$$

Kugelwelle:

$$\psi(\vec{x}, t) = \psi(r, t) = \frac{\psi_0}{\sqrt{4\pi r}} e^{i(\omega t - kr + \varphi)}$$

- Ausgehend von einer Punktquelle
- Amplitude nimmt linear ab mit r
- Intensität der Welle über die Kugeloberfläche muss konstant sein

Transversalwellen:

Schwingung $\perp$ Ausbreitungsrichtung

- 2 Freiheitsgrade (horizontale und vertikale Polarisation)

Bsp: Seilwellen, EM-Wellen

Longitudinalwellen:

Schwingung $\parallel$ Ausbreitungsrichtung

Bsp: akustische Welle (Schall)

- Transversal- und Longitudinalwellen können überlagert werden (Wasser)

Reflexion und Transmission:

Tritt an der Grenzfläche zwischen 2 Medien auf. Ein Teil der Welle wird reflektiert, der andere durchgelassen.

$$\psi_{\text{refl}} = \psi_0 e^{-ik_1 x}$$

Impedanz Z_1

$$\psi_{\text{trans}} = \psi_0 e^{-ik_2 x}$$

Impedanz Z_2

Stetigkeitsbedingungen:

- Amplitude: $\psi_{0,A} + \psi_{0,B} = \psi_{0,C}$
- Kräftegleichgewicht: $Z_1 \psi_{0,A} - Z_1 \psi_{0,B} = Z_2 \psi_{0,C}$

Reflexionskoeffizient:

$$r = \frac{\psi_{0,B}}{\psi_{0,A}} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Transmissionskoeffizient:

$$t = \frac{\psi_{0,C}}{\psi_{0,A}} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} = 1 + r$$

Leistung der reflektierten Welle:

$$P_B = \left(\frac{\psi_{0,B}}{\psi_{0,A}} \right)^2 P_A = r^2 P_A = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2 P_A$$

Leistung der transmittierten Welle:

$$P_C = P_A - P_B = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} P_A$$

Reflexionsgrad:

$$R = \frac{P_B}{P_A} = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2 = r^2$$

Transmissionsgrad:

$$T = \frac{P_C}{P_A} = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} = \frac{Z_2}{Z_1} t^2 = 1 - R$$

Spezialfälle:

Reflexion an hartem Medium, Wand:

$$Z_2 \rightarrow \infty; \psi_{0,B} = -\psi_{0,A}; \psi_{0,C} = 0; P_C = 0$$

Reflexion an weichem Medium: (loses Ende)

$$Z_2 \rightarrow 0; \psi_{0,B} = \psi_{0,A}; \psi_{0,C} = 2\psi_{0,A}; P_C = 0$$

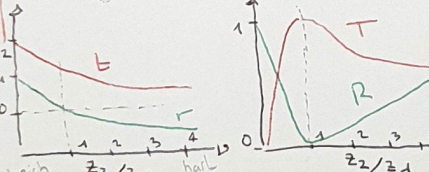
Kraft = 0 $\rightarrow$ transportierte Energie = 0

Impedanzanpassung:

$$Z_2 = Z_1; \psi_{0,B} = 0; \psi_{0,C} = \psi_{0,A}; P_C = P_A$$

Zusammenhänge:

$$Z_2 > Z_1 \quad \quad \quad Z_2 < Z_1$$



bei kontinuierlicher Impedanzänderung tritt keine Reflexion auf und 100% Transmission auf

Bsp: Wasserwelle am Strand

passende Dämpfung verhindert Reflexion

Stehende Wellen:

Amplitude ist nur eine Funktion des Ortes, Selbstüberlagerung von einkommender und transmittierter Welle

zeitliche und örtliche Schwingung sind voneinander separiert

Selbstüberlagerung:

$$\psi_A(x,t) = \psi_0 e^{i(\omega t - kx + \varphi)}$$

rechtslaufend

$$\psi_B(x,t) = \psi_0 e^{i(\omega t + kx + \varphi)}$$

linkslaufend

$$\psi(x,t) = \psi_A + \psi_B = 2\psi_0 \cos(kx) \sin(\omega t + \varphi)$$

harteres Ende

$$\psi(x,t) = \psi_A + \psi_B = 2\psi_0 \sin(kx) \sin(\omega t + \varphi)$$

weicheres Ende

Superposition:

$$\psi(x,t) = \psi_A + \psi_B = \psi_0 e^{i(\omega t + \varphi)} (e^{-ikx} + e^{ikx})$$

$$= 2\psi_0 \cos(kx) \sin(\omega t + \varphi)$$

$$= 2\psi_0 \sin(kx) \sin(\omega t + \varphi)$$

Stehende Welle: Gerader Fall:

2 feste oder 2 lose Ende

Randbedingungen:

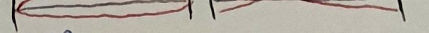
2 feste Enden $\rightarrow$ Amplitude = 0

$$\sin(k \cdot 0) = \sin(k \cdot L) = 0$$

$$k_n = \frac{n\pi}{L} \quad \quad \quad n_n = \frac{2\pi}{k_n} = \frac{2L}{n}$$

$n=1$: 1. Knoten n Bäuche

$n=2$: 2. Knoten n Bäuche



Stehende Welle: Ungerader Fall:

wie ein festes und loses Ende

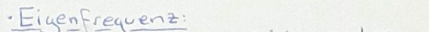
Randbedingungen:

$$x=0: \sin(k \cdot 0) = 0 \quad \quad \quad x=L: \sin(kL) = 1$$

$$k_n = (n - 1/2)\pi/L \quad \quad \quad n_n = \frac{4L}{2n-1}$$

$n=1$: 1. Knoten n Bäuche

$n=2$: 2. Knoten n Bäuche



Eigenfrequenz:

Wellengeschwindigkeit ist gegeben

gerader Fall: ungerader Fall:

$$f_n = \frac{c}{\lambda_n} = n \frac{c}{2L} \quad \quad \quad f_n = \frac{c}{\lambda_n} = (n - 1/2) \frac{c}{2L}$$

Frequenz $\propto f$ $\lambda_f = n \cdot \lambda_n = n \cdot 2L$

$n=1$: Grundschwingung $\rightarrow$ Oberlinie

$n>1$: Oberschwingung $\rightarrow$ Oberlinie

Akustische Wellen:

Eigenschaften:

Gas und Flüssigkeiten: nur Longitudinalwellen, in Festkörpern auch Transversalwellen

Auslenkung aus der Gleichgewichtslage:

$$s(x,t) = s_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

Teilchengeschwindigkeit (Schallschnelle):

$$v(x,t) = \frac{ds(x,t)}{dt} = v_0 \sin(\omega t - kx + \varphi)$$

Veränderung des lokalen Drucks (Schalldruck):

$$p(x,t) = p_0 + \delta p_0 \sin(\omega t - kx + \varphi)$$

$v_0 = -\omega s_0$: Amplitude der Schallschnelle

δp_0 : Amplitude des Schalldrucks

p_0 : Gleichgewichtsdruck

Akustische Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -K \frac{d\varphi}{dx} = \frac{K}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

Schallgeschwindigkeit: $c = \sqrt{K/\rho}$

Schallgeschwindigkeit in Gasen:

$$c = \sqrt{K/\rho} = \sqrt{\gamma p_0/\rho} = \sqrt{\gamma R T / M}$$

$K = \gamma p_0 \rightarrow$ ideales Gasgesetz

$\gamma = c_p/c_v$: Isentropenkoeffizient

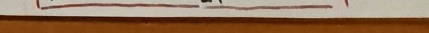
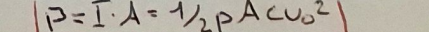
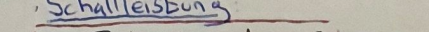
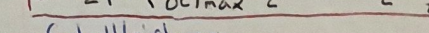
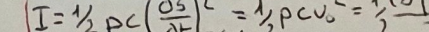
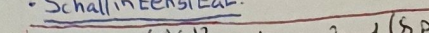
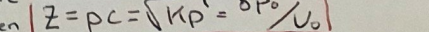
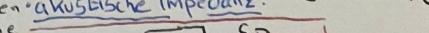
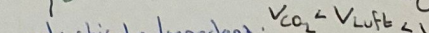
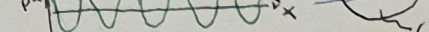
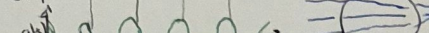
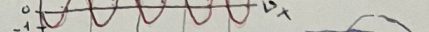
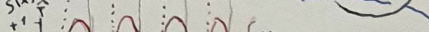
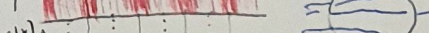
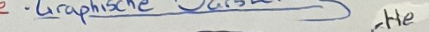
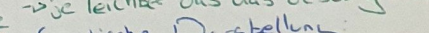
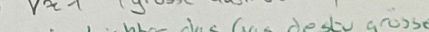
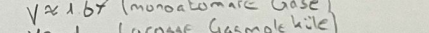
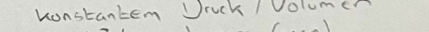
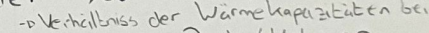
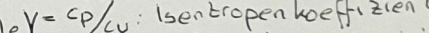
Verhältnis der Wärmekapazitäten bei konstantem Druck / Volumen

$\gamma \approx 1,67$ (monatomare Gase)

$\gamma \approx 1$ (große Gasmoleküle)

je leichter das Gas desto größer c

Graphische Darstellung:



Schallpegel:

$$L = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$: Hörschwelle eines Tons mit 1000 Hz

Schallausbreitung in Rohren:

$\lambda \ll d \rightarrow$ Schallwelle verhält sich wie ein eindimensionale Welle

akustische Flussimpedanz:

$$Z_a = \frac{\delta p_0}{q_0} = \frac{\delta p_0}{v_0 A} = \frac{Z}{A} = \frac{\sqrt{\rho c}}{A} = \frac{\sqrt{\rho c}}{A}$$

- alternative Definition der Impedanz, da die Welle eindimensional ist
- gilt solange die Schallschnelle aller Teilchen gleich ist - keine Wandreibung

Ende	Impedanz	Schalldruck	Schallschnelle
geschlossen	$Z_a = \infty$	$ \delta p = \delta p_0$	$v = 0$
offen	$Z_a \approx Z/n^2$	$\delta p = 0$	$ v = v_0$

bestehende Welle in Rohren:

→ Offene oder 2 geschlossene Enden - je ein offenes und geschlossenes Ende

$$F_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{nc}{2L}$$

- verändert ein Rohr sein Radius, dann tritt Reflexion auf

Dopplereffekt:

beschreibt den Unterschied zwischen einer ruhenden und sich bewegenden Schallquelle
- Relativbewegungen

$$F_E = F_S \left(\frac{c \pm v_E}{c \mp v_S} \right)$$

Überschall:

Bewegen sich Empfänger und Sender schneller als die Schallgeschwindigkeit im Medium voneinander fort, dann trifft der Schall gar nie beim Empfänger an

Machscher Kegel:

$$\sin(\theta) = \frac{c_b}{v_{sb}} = \frac{c}{v_s}$$

→ Elektromagnetische Wellen:

Wellenimpedanz des Vakuums:

$$Z = \frac{E_0}{H_0} = \frac{E_0}{B_0/\mu_0} = \mu_0 c_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

Energiedichte einer EM-Welle:

$$w = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 + \frac{1}{2} \mu_0 B_0^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$$

Intensität einer EM-Welle:

$$I = \frac{1}{A} \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} c_0 \epsilon_0 E_0^2$$

Lichtgeschwindigkeit in Materie:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r}} = \frac{c_0}{n}$$

→ μ_r und ϵ_r sind frequenzabhängig

- elektrische Feld der EM-Welle führt zu einer Polarisierung des Materials → Gegenfeld

Dispersion

Brechungsindex:

$$n = \frac{c_0}{c} = \sqrt{\mu_r \epsilon_r} \geq 1$$

c_0 : Vakuumlichtgeschwindigkeit

Wellenimpedanz der Materie:

$$Z = \mu c = \sqrt{\mu/\epsilon} = \sqrt{\mu_r/\epsilon_r} Z_0$$

- nicht-magnetische Materialien: $\mu_r \approx 1$

$$n \approx \sqrt{\epsilon_r} \quad Z \approx Z_0/n$$

Reflexionsgrad:

$$R = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2 \approx \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$

Transmissionsgrad:

$$T = 1 - R = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$

→ Wellen fallen senkrecht ein

Lambert-Beer-Gesetz:

Absorption wird zur Messung von Konzentrationen von Lösungen verwendet

- Intensität der transmittierten Welle:

$$I(d) = e^{-\alpha d} I_0$$

d : Distanz im Lösungsmedium [m]

α : Absorptionskoeffizient [m^{-1}]

- Gesetz:

$$E = -\log_{10}(e^{-\alpha d}) = \log_{10}(e^{\alpha d})$$

$$\approx 0.434 \alpha d = \epsilon c d$$

ϵ : Extinktionskoeffizient

ϵ : molare Extinktionskoeffizient

Reflexion an einer Metalloberfläche:

→ komplexe Wellenvektor: $\tilde{k} = k - i\alpha/2$

→ gedämpfte Welle:

$$E(x,t) = E_0 e^{i(kx - \omega t + \phi)}$$

→ komplexe Brechungsindex:

$$\tilde{n} = \frac{\tilde{k}}{k_0} = n - i \frac{\alpha}{2k_0} = n - i\kappa \quad \kappa = \frac{\alpha}{2k_0}$$

→ komplexe Dielektrizitätskonstante:

$$\tilde{\epsilon}_r = \epsilon_{r,1} + i\epsilon_{r,2} \quad \tilde{n} = \sqrt{\tilde{\epsilon}_r}$$

$$n = \left(\frac{1}{2} \sqrt{\epsilon_{r,1}^2 + \epsilon_{r,2}^2} + \frac{1}{2} \epsilon_{r,1} \right)^{1/2}$$

$$\kappa = \left(\frac{1}{2} \sqrt{\epsilon_{r,1}^2 + \epsilon_{r,2}^2} - \frac{1}{2} \epsilon_{r,1} \right)^{1/2}$$

→ Reflexionsgrad mit Absorption:

$$R = \left| \frac{\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2}{\tilde{n}_1 + \tilde{n}_2} \right|^2 = \left| \frac{n_1 - n_2 + i\kappa_2}{n_1 + n_2 - i\kappa_2} \right|^2$$

$$= \frac{(n_1 - n_2)^2 + \kappa_2^2}{(n_1 + n_2)^2 + \kappa_2^2}$$

$\mu_r = \mu_2 = \mu_0$

→ Medium ohne Absorption: $\kappa_2 = 0$

→ Medium mit Absorption: $\kappa_2 > 0$

stark absorbierende Materialien

→ gute Reflektoren

→ Dielektrizitätskonstante als Funktion der Frequenz:

- tiefe Frequenz

→ Elektronenpolarisation

$\epsilon_r(\omega) \rightarrow \infty$ für $\omega \rightarrow 0$

- hohe Frequenz

→ Feld ändert sich so schnell, dass die Elektronen nicht folgen können

$\epsilon_r(\omega) \rightarrow 1$ für $\omega \rightarrow \infty$

→ Grenzfrequenz: (Plasmafrequenz)

$\omega_p(\text{Metalle})$: 10^{15} Hz (200-500 nm)

Eindringtiefe:

$$\delta_e \approx \left(\frac{c_0^2 2\omega \epsilon_0}{\sigma} \right)^{1/2} = \left(\frac{2}{\omega \sigma \mu_0} \right)^{1/2}$$

Abschirmung bei hohen Frequenzen durch Induktion (Wirbelströme)

Brechung:

→ einfallende Welle:

$$\psi_A(x,y) = \psi_0 e^{-i(k_A x + k_A y)}$$

→ reflektierte Welle:

$$\psi_R(x,y) = \psi_0 e^{-i(k_R x + k_R y)}$$

→ transmittierte Welle:

$$\psi_T(x,y) = \psi_0 e^{-i(k_T x + k_T y)}$$

→ Stetigkeitsbedingung:

$$\psi_0 e^{-i(k_A x + k_A y)} + \psi_0 e^{-i(k_R x + k_R y)} = \psi_0 e^{-i(k_T x + k_T y)}$$

→ $k_A y = k_R y = k_T y$

→ Reflexionsgesetz: $\sin(\alpha_1) = \sin(\alpha_2)$

→ Brechungsgesetz von Snellius:

$$n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2)$$

Beim Übergang von einem optisch dünneren zu einem optisch dichteren Medium wird der Strahl zum Lot hin gebrochen

Prinzip von Huygens:

Jeder Punkt einer bestehenden Lichtwelle produziert eine neue Kugelwelle. Alle Kugelwellen summieren sich zu einer neuen Lichtwelle zum späteren Zeitpunkt.

$$x_1 = c_1 \Delta t = \frac{c_0 \Delta t}{n_1}$$

$$x_2 = c_2 \Delta t = \frac{c_0 \Delta t}{n_2}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{x_1}{r}; \sin \alpha_2 = \frac{x_2}{r}$$

$$\rightarrow x_2 \sin \alpha_1 = x_1 \sin \alpha_2$$

Prinzip von Fermat:

Das Licht nimmt immer den schnellsten Weg um von Punkt A zu Punkt B zu gelangen.

$$\Delta t = \frac{L_1}{c_1} + \frac{L_2}{c_2} = \frac{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{x_2^2 + (y_2 - y_1)^2}}{c_2}$$

$$0 = \frac{d\Delta t}{dy_1} = \frac{y_1}{c_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2}} - \frac{y_2 - y_1}{c_2 \sqrt{x_2^2 + (y_2 - y_1)^2}} = \frac{\sin \alpha_1}{c_1} - \frac{\sin \alpha_2}{c_2}$$

$$\rightarrow \frac{\sin \alpha_1}{c_1} = \frac{\sin \alpha_2}{c_2}$$

$$\rightarrow \frac{\sin \alpha_1}{n_1} = \frac{\sin \alpha_2}{n_2}$$

$$\rightarrow n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

Totalreflexion:

→ kritischer Winkel:

$$\alpha_{1,c} = \arcsin(n_2/n_1)$$

$$n_1 > n_2 \rightarrow n_1 \sin(\alpha_{1,c}) = n_2 \sin(90^\circ)$$

Evaneszenz:

Verhalten bei Totalreflexion an der Grenzfläche

→ transmittierte Welle fällt in x-Richtung ab

→ Eindringtiefe: exponentiell ab

$$\delta = 1/\alpha; \quad \kappa_z^2 = -\beta^2; \quad \beta = k_1 \sqrt{\sin^2 \alpha_1 - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2}$$

→ Eigenschaften:

Evaneszenz führt nicht zu Absorption

→ 100% wird reflektiert

→ Ausbreitungs- und Dämpfungsrichtung sind verschieden

Elektromagnetisches Spektrum:

Polarisation:

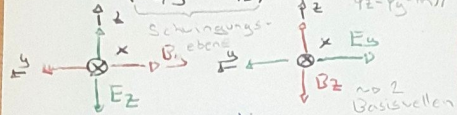
Allgemeines

- 2 mögliche Schwingungsrichtungen
↳ 2 Freiheitsgrade

Linienpolarisation:

Phasendifferenz: $\Delta\varphi = m\pi$

$$\vec{E}(x,t) = (\vec{E}_{0,1} \pm \vec{E}_{0,2}) e^{i(\omega t - kx + \varphi)}$$

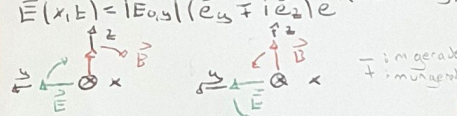


Zirkularpolarisation

Phasendifferenz: $\Delta\varphi = (m + 1/2)\pi$

- Amplituden sind gleich: $|\vec{E}_{0,1}| = |\vec{E}_{0,2}|$
- $\vec{E}$ Vektor rotiert in der yz-Ebene

$$\vec{E}(x,t) = |\vec{E}_{0,1}| (\vec{e}_y \mp i \vec{e}_z) e^{i(\omega t - kx + \varphi)}$$

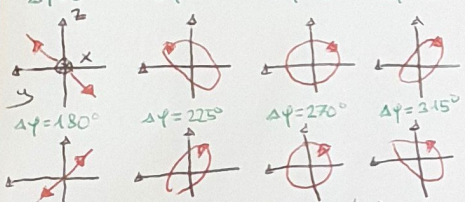


- rechtsdrehend: $\Delta\varphi = 90^\circ$
- linksdrehend: $\Delta\varphi = -90^\circ$

Periode der Rotation ist eine Periodendauer resp. eine Wellenlänge

Überlagerung von horizontaler und vertikaler Polarisation:

$\Delta\varphi = 0^\circ$ $\Delta\varphi = 45^\circ$ $\Delta\varphi = 90^\circ$ $\Delta\varphi = 135^\circ$



Elliptische Polarisation:

Phasendifferenz: $\Delta\varphi \neq m\pi$

- $\vec{E}$ Vektor rotiert in der yz-Ebene und beschreibt eine Ellipse
- Superposition von linear oder zirkular polarisierter Welle

Polarisationsfilter:

anisotrope Materialien, die eine Polarisationsrichtung reflektieren oder absorbieren

- mittlere transmittierte Intensität beträgt 50%

Reflexion und Transmission unter einem Winkel:

einem Winkel:

- s-polarisiert: horizontal

$\vec{E}$ parallel zur Grenzfläche (TE)

- p-polarisiert: vertikal

$\vec{H}/\vec{B}$ parallel zur Grenzfläche (TM)

$\vec{E}$ parallel zur Einfallsebene

- Randbedingungen: $E_{1,\parallel} = E_{2,\parallel}$

- Reflexionskoeffizient:

$$R = \left(\frac{Z_{2,\parallel} - Z_{1,\parallel}}{Z_{2,\parallel} + Z_{1,\parallel}} \right)^2$$

Metallischer Polarisationsfilter:

- lässt s-Wellen durch

so wäre es leitfähig

und würde ein Grenzfeld erzeugen

und würde ein Grenzfeld erzeugen

Eigenschaften s-Wellen:

- Impedanzen:

einfallende Welle:

$$Z_{1s} = \frac{E_{1s}}{H_{1s}} = \frac{E_1}{H_1 \cos(\alpha_1)} = \frac{Z_1}{\cos(\alpha_1)} = \frac{Z_0}{n_1 \cos(\alpha_1)}$$

transmittierte Welle:

$$Z_{2s} = \frac{E_{2s}}{H_{2s}} = \frac{E_2}{H_2 \cos(\alpha_2)} = \frac{Z_2}{\cos(\alpha_2)} = \frac{Z_0}{n_2 \cos(\alpha_2)}$$

Reflexionsgrad:

$$R_s = \left(\frac{Z_{2s} - Z_{1s}}{Z_{2s} + Z_{1s}} \right)^2 = \left(\frac{n_1 \cos(\alpha_1) - n_2 \cos(\alpha_2)}{n_1 \cos(\alpha_1) + n_2 \cos(\alpha_2)} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\cos(\alpha_1) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}}{\cos(\alpha_1) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\alpha_1)}} \right)^2$$

- Strahl fällt unter einem beliebigen Winkel ein

- Perpendikularer Strahl wird unverändert

- transmittiert und polarisiert

- ausserordentlicher Strahl wird gebrochen und senkrecht dazu polarisiert

- Doppelbrechung

- Gangunterschied Δ $\rightarrow \Delta\varphi = 90^\circ$

- Wechsel von linear zu zirkular

- Gangunt. Δ $\rightarrow \Delta\varphi = 180^\circ$

- Wechsel von horizontal zu vertikal

- oder von links nach rechtsdrehend

Systeme mehrerer Polarisatoren:

Gesetz von Malus:

$$I_2 = I_1 \cos^2(\beta)$$

Optische Aktivität:

mit n Polarisatoren, die um einen kleinen Winkel β/n verschoben sind, lässt sich im Grenzfall $n \rightarrow \infty$ eine polarisierte Welle ohne Intensitätsverlust drehen

$$I_{n+1} = I_1 \cos^{2n}(\beta/n) \approx I_1 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{n} \right)^2 \right]^{2n}$$

$$\xrightarrow{n \rightarrow \infty} I_1 \rightarrow \text{z.B. mit chiralen Molekülen, Moleküle ohne Spiegelsymmetrie}$$

Interferenz:

Überlagerung von Wellen nach dem Superpositionsprinzip

Kohärenz:

2 Wellen, deren Phasendifferenz an jedem Ort gleich ist heißen kohärent, wenn dies $\forall t$ gilt

↳ haben die selbe Frequenz meistens

- Unterscheidung zwischen räumlicher und zeitlicher Kohärenz

- Realität: nie die gleiche Frequenz

↳ Kohärenzlänge / -zeit

↳ Kohärenzlänge:

Distanz Δd , bei welcher die Differenz zwischen Interferenzmaximum- und -minimum auf $1/e \approx 37\%$ der Anfangsdifferenz abgefallen ist

↳ Superposition von 2 kohärenten Wellen:

$$Re[\psi(x,t)] = 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) - 2 \sin(\Delta\varphi) \psi_0 \sin(\omega t - kx + \varphi)$$

$$\psi = \frac{1}{2}(\psi_0, A + \psi_0, B): \text{mittlere Amplitude}$$

$$\Delta\psi = \frac{1}{2}(\psi_0, A - \psi_0, B): \text{halbe Amplitudendifferenz}$$

$$\varphi = \frac{1}{2}(\varphi_0, A + \varphi_0, B): \text{mittlere Phase}$$

$$\Delta\varphi = \frac{1}{2}(\varphi_0, A - \varphi_0, B): \text{halbe Phasendifferenz}$$

↳ gleiche Amplitude:

$$Re[\psi(x,t)] = 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

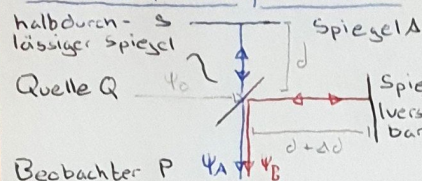
$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= 2 \cos(\Delta\varphi) \psi_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

Michelson-Interferometer:



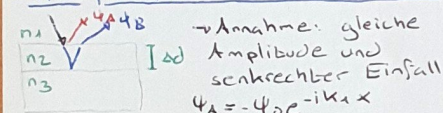
- Anordnung zum Erzeugen von Interferenz
- genaueste Methode, um Distanzen zu messen
- Spiegel S lässt 50% der Wellen passieren
 - ↳ Amplitude reduziert sich bei jedem Durchgang um den Faktor $1/\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}\psi_A(x) &= \frac{1}{2} \psi_0 e^{-ik(2d+x)} \\ \psi_B(x) &= \frac{1}{2} \psi_0 e^{-ik(2d+2\Delta d+x)} \\ \psi(x) &= \psi_A + \psi_B = \frac{1}{2} \psi_0 e^{-ik(2d+x)} (1 + e^{-ik2\Delta d}) \\ I &= |\psi_A + \psi_B|^2 = I_0 \cos^2(k\Delta d) \\ &= \frac{1}{2} I_0 [1 + \cos(2k\Delta d)], \quad A^2 = I_0\end{aligned}$$

- Interferometer mit Kohärenz:
 - Kohärenz im roten Strahl der Länge L_K
 - ↳ mit Gas füllbar, Index n
- $\psi_1 = A/2 \cos(k \cdot 2d - \omega t)$
- $\psi_2 = A/2 \cos(k \cdot 2[d - L_K] + k n 2 L_K - \omega t)$

$$\begin{aligned}\psi_{\text{ges}} &= \psi_1 + \psi_2 = A/2 \cos(k \cdot 2d - \omega t) + A/2 \cos(k \cdot 2d + k[n-1] \cdot 2L_K - \omega t) \\ &= A \cos[k(n-1) \cdot L_K] \cos[k2d + k(n-1)L_K - \omega t] \\ &= A \cos[k(n-1) \cdot L_K - \omega t] \\ \langle I \rangle &= \frac{1}{2} A^2 [1 + \cos(2k(n-1)L_K)] \\ N &= \# \text{ Wechsel von hell nach dunkel} \\ 2k(n-1)L_K &= N \cdot 2\pi \\ n &= 1 + \frac{N}{L_K} \cdot \frac{\pi}{k} = 1 + N \frac{\lambda}{2L_K}\end{aligned}$$

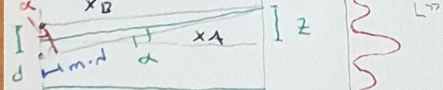
Interferenz an dünnen Filmen:



$$\begin{aligned}\psi_1 &= \psi_0 e^{-ik_1 x} \\ \psi_2 &= -\psi_0 e^{-ik_1 x + k_2 2d} \\ \psi_3 &= \psi_0 e^{-ik_1 x + k_2 2d} \\ \psi_2 &= \psi_0 e^{-ik_1 x + k_2 2d} \quad n_3 > n_2 \\ \psi_2 &= \psi_0 e^{-ik_1 x + k_2 2d} \quad n_3 < n_2\end{aligned}$$

- konstruktive Interferenz: $n = 1, 2, 3, \dots$
- $\Delta d = m \frac{\lambda}{2} \quad n_3 > n_2 \quad \Delta d = (m - \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2} \quad n_3 < n_2$
- Auslöschung: Intensitäten müssen gleich sein: $R_{12} = R_{23}$
- $n_2 = \sqrt{n_1 \cdot n_3} \rightarrow \Delta d = \frac{\lambda}{4n_2}$

Interferenz am Doppelspalt:



$$\begin{aligned}\sin(\alpha_{\text{max}}) &= m \frac{\lambda}{d} \\ \sin(\alpha_{\text{min}}) &= m \frac{\lambda}{d} \\ \sin(\Delta\alpha) &= \frac{\lambda}{d} \approx \frac{\Delta z}{L} \\ \Delta z &= \frac{m \lambda L}{d}\end{aligned}$$

Interferenz am Mehrfachspalt:

$$\begin{aligned}I(\alpha) &= I_0 \frac{\sin^2(N\Delta\phi)}{\sin^2(\Delta\phi)} \cdot I_0 \frac{\sin^2[\frac{N\pi d}{\lambda} \sin\alpha]}{\sin^2[\frac{\pi d}{\lambda} \sin\alpha]} \\ \Delta\phi &= \frac{\pi d}{\lambda} \sin\alpha\end{aligned}$$

Beugung:

Beugung am Spalt:

$$I(\alpha) = I_{\text{Eub}} \frac{\sin^2[(b\pi/\lambda) \sin\alpha]}{[(b\pi/\lambda) \sin\alpha]^2}$$

↳ Herleitung aus der Formel für Interferenz am Mehrfachspalt

$$\sin(\alpha_{\text{max}}) = m \frac{\lambda}{b} \quad \sin(\alpha_{\text{min}}) = m \frac{\lambda}{b}$$

Beugung am Mehrfachspalt:

$$I(\alpha) = I_{\text{Eub}} \frac{\sin^2[(b\pi/\lambda) \sin\alpha]}{[(b\pi/\lambda) \sin\alpha]^2} \frac{\sin^2[\frac{N\pi d}{\lambda} \sin\alpha]}{\sin^2[\frac{\pi d}{\lambda} \sin\alpha]}$$

Beugung an einer allgemeinen Blende:

$$\psi(y, z) = \frac{\psi_0}{\sqrt{4\pi R}} e^{-ikR} \int_A dy' dz' e^{ik(y'y' + z'z')}$$

Beugung an einer kreisförmigen Öffnung (Lochblende):

$$\begin{aligned}I(\alpha) &= I_{\text{Eub}} \left(\frac{2J_1(kR \sin\alpha)}{kR \sin\alpha} \right)^2 \\ &= I_{\text{Eub}} \left(\frac{2J_1([2\pi R/\lambda] \sin\alpha)}{[2\pi R/\lambda] \sin\alpha} \right)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R &= D/2 \rightarrow J(x) = \text{Besselfunktion} \\ J_1(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi d\varphi \cos(n\varphi - x \sin\varphi)\end{aligned}$$

Auflösungsvermögen: $m = 1.22, 2.23, 3.34, \dots$

$$\begin{aligned}\sin(\alpha_{\text{min}}) &= 1.22 \frac{\lambda}{D} \approx \alpha_{\text{min}} \approx \frac{\lambda}{L}\end{aligned}$$

Nützliches:

Doppler-Effekt mit Wind:

$$\begin{aligned}V_{\text{Wind}} &\text{ hat die gleiche Richtung wie } V_S \\ V_E &\text{ ist entgegengesetzt zu } V_S \\ V_E' &= V_E + V_W \quad V_S' = V_S - V_W\end{aligned}$$

Gangunterschied: $\Delta s \rightarrow \Delta s = \text{Distanz} \cdot n$

$$\begin{aligned}\rightarrow \text{konstruktive Interferenz: } \Delta s &= m\lambda \\ \rightarrow \text{destruktive Interferenz: } \Delta s &= (m + \frac{1}{2})\lambda\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\rightarrow \text{gleiche Anfangsphase \& Frequenz:} \\ \rightarrow \text{Phasenunterschied entsteht nur durch Gangunterschied} \rightarrow kR_2 = kR_1 + \phi\end{aligned}$$

Phasendifferenz ϕ :

$$\begin{aligned}\rightarrow \text{konstruktiv: } \phi &= 2n\pi \quad 2\Delta\phi = \phi \\ \rightarrow \text{destruktiv: } \phi &= (2n+1)\pi\end{aligned}$$

Punktförmige 2D-Welle:

$$\begin{aligned}\psi(x, t) &= \frac{1}{\sqrt{x}} \psi^0 \cos(\omega t \pm kx + \phi) \\ \psi(x=0) &\approx I_0 N^2\end{aligned}$$

Herleitung E-Feld einer Punktladung:

$$\begin{aligned}\rightarrow \text{Gesetz von Gauss} \\ Q &= \oint \epsilon_0 E(r) \vec{e}_r r^2 \sin\theta d\theta d\varphi \vec{e}_r \\ &= \epsilon_0 E(r) r^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\theta d\theta \\ &= 4\pi \epsilon_0 E(r) r^2 \rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}\end{aligned}$$

Reflexion verhindern:

$$\begin{aligned}n_0 \downarrow \rightarrow \text{Bedingung für die Intensität} \\ n_1 \downarrow \\ n_2\end{aligned}$$

Reflexionskoeffizient bei Gasen:

$$r = \frac{\sqrt{Y_1 M_1} - \sqrt{Y_2 M_2}}{\sqrt{Y_1 M_1} + \sqrt{Y_2 M_2}}$$