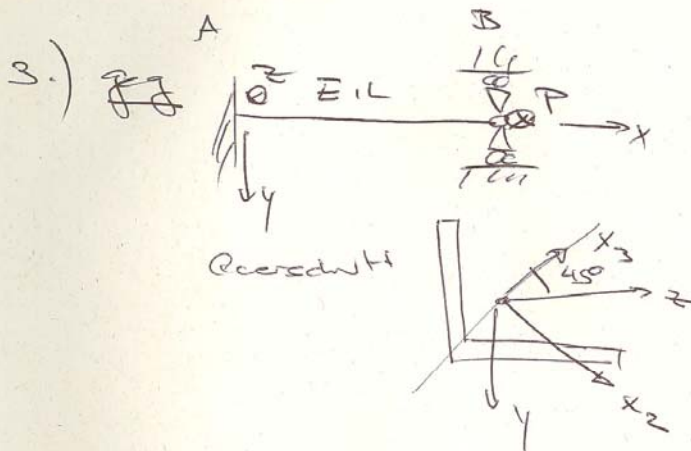




- E
- Länge L
- rotfrei in B gelagert
- gewaltlos
- Kraft P
- x₂, x₃ sind Hauptachsen
- l₂ = l₁, l₃ = 2 l₁

• Lagerreaktion in B mittels Castigliano
a. Arbeitsgleichungen

• Beiträge der Querkraft zur Deformationsenergie vernachlässigbar

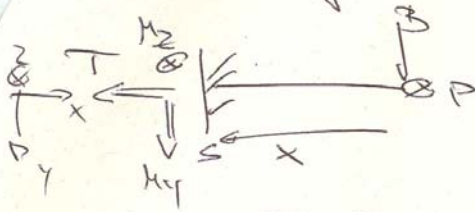
Freischnitten energetisch ggu

Free-body diagram of the beam AB, showing reaction forces A_x , A_y , A_z at A and force P at B. Internal forces M_{ax} , M_{ay} , M_{az} are shown at a section.

$R = 0 \quad \begin{cases} x: A_x = 0 \\ y: A_y = B \\ z: A_z = P \end{cases}$
 $M_A = 0 \quad \begin{cases} x: M_{ax} = 0 \\ y: M_{ay} - L \cdot P = 0 \rightarrow M_{ay} = LP \\ z: M_{az} + LB = 0 \rightarrow M_{az} = -LB \end{cases}$

Skalares $\rightarrow$ 4 Gleichungen
 Zuerst $\rightarrow$ 3 Gleichungen
 B kann nicht berechnet werden $\rightarrow$ alle Komp. abh. von B ausdrücken

Beispielsystem



Geschnittene Körner
verrechnet werden
→ Hinweis

Normalkraft $N = 0$

$B + P$ greift in Schwerpunkt der Querschnitts an

$$\underline{M_s} = \begin{cases} x: -T = 0 \rightarrow \underline{T = 0} \\ y: M_1 - x \cdot P = 0 \rightarrow \underline{M_1(x) = x \cdot P} \\ z: M_2 + x \cdot B = 0 \rightarrow \underline{M_2(x) = -x \cdot B} \end{cases}$$

Schiefe Biegel

Biege-Momente liegen nicht in Richtung der Hauptachsen
→ zerlegen in Richtung der Hauptachsen x_2, x_3

$$\begin{aligned} \hookrightarrow M_2(x) &= \frac{\sqrt{2}}{2} M_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} M_2 \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} P x - \frac{\sqrt{2}}{2} B \cdot x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow \underline{M_3(x)} &= -\frac{\sqrt{2}}{2} M_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} M_2 \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} P x - \frac{\sqrt{2}}{2} B \cdot x \end{aligned}$$

Castiglione

→ kein 2. Moment, keine Torsion,
keine Stöße infolge Querkraft

$$U = \int_0^L \left(\frac{M_2^2}{2EI_2} + \frac{M_3^2}{2EI_3} \right) dx$$

$$= \frac{1}{2EI_2} \int_0^L M_2^2 dx + \frac{1}{2EI_3} \int_0^L M_3^2 dx$$

$$= \frac{1}{2EI_2} \int_0^L \left(\frac{\sqrt{3}}{2} Px - \frac{\sqrt{3}}{2} B_0 \cdot x \right)^2 dx$$

$$+ \frac{1}{2EI_3} \int_0^L \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} Px - \frac{\sqrt{3}}{2} B_0 \cdot x \right)^2 dx$$

→ Nach B_0 ableiten → zweite Ableitung

Verschiebung

$$\boxed{V_B = \frac{\partial C}{\partial B} = 0}$$

da durch Lager Abstand in y-Richtung
(= Biegelag von B)

$$\frac{\partial C}{\partial B} = \frac{1}{2EI_2} \int_0^L \underbrace{2(\cdot)}_{\text{innere Ableitung}} \cdot \underbrace{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)}_{\text{äußere Ableitung}} dx$$

$$+ \frac{1}{2EI_3} \int_0^L 2(\cdot) \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) dx = 0$$

$$\rightarrow \frac{3}{2} B - \frac{P}{2} \rightarrow \underline{\underline{B = \frac{P}{3}}}$$

und somit
richtige Lagerweite
auch erhalten