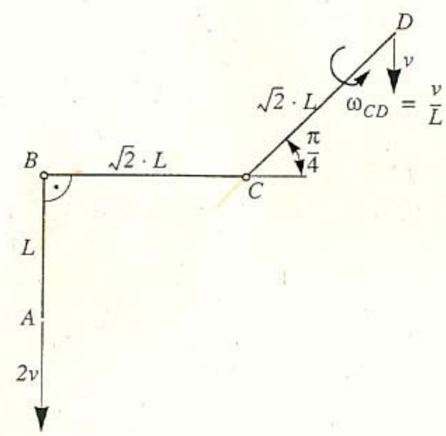
Punkte:

Aufgabe 8 (7 Punkte)

Vom Bewegungszustand des in der Skizze dargestellten Systems, welches aus drei starren Stäben der Längen L und $\sqrt{2} \cdot L$ besteht, ist folgendes bekannt:

1. Der Punkt A bewegt sich momentan mit der Geschwindigkeit $2v$ nach unten.
2. Der Punkt D bewegt sich momentan mit der Geschwindigkeit v nach unten.
3. Die Rotationsgeschwindigkeit des Stabes CD beträgt momentan $\omega_{CD} = \frac{v}{L}$.



Bestimme den Bewegungszustand des Stabes BC und interpretiere ihn.

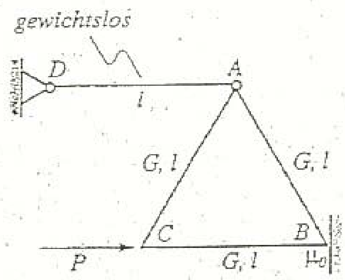
reine Translation

Viel Erfolg!

Punkte:

Aufgabe 1 (7 Punkte)

Drei gleich lange Stäbe (Gewicht G, Länge l) sind zu einem gleichseitigen Dreieck verschweisst. In der skizzierten Art ist die obere Ecke A reibungsfrei gelenkig mit einem weiteren, horizontalen Stab (gewichtslos, Länge l) verbunden. Das andere Ende dieses Stabes ist in D reibungsfrei gelenkig gelagert. Um das System in Ruhe zu halten, wird die Ecke C mit einer horizontalen Kraft vom Betrag P belastet und die Ecke B gegen eine vertikale Wand gedrückt (Haftreibungskoeffizient $\mu_0 = \frac{\sqrt{3}}{6}$).



Für welche Werte von P ist Ruhe möglich?

Antwort: $P \geq 5\sqrt{3}\,G$

Punkte:

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Gegeben sei das folgende Verschiebungsfeld:

$$u_x = k \cdot x$$
$$u_y = 0$$
$$u_z = 0$$

Man bestimme für $\nu = \frac{1}{3}$ und gegebenen Elastizitätsmodul E den Spannungstensor $[T]$ im Punkt $P = (0, 0, 0)$.

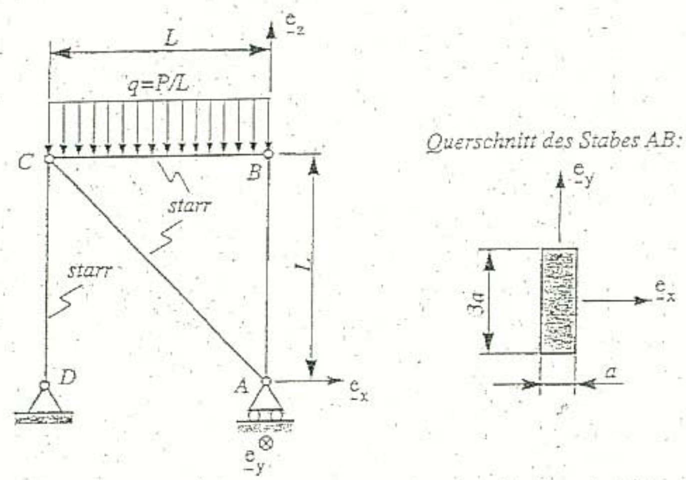
Antwort:

$$[T] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3Ek}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3Ek}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3Ek}{4} \end{bmatrix}$$

Punkte:

Aufgabe 3 (7 Punkte)

Das in der Skizze dargestellte System besteht aus drei starren Stäben und einem linear elastischen Stab AB mit rechteckigem Querschnitt (Breite $3a$, Höhe a, Elastizitätsmodul E). Die Stäbe sind gelenkig verbunden und im Punkt D gelenkig gelagert. Alle Lager seien reibungsfreie Zylindergelenke. Am Stab CB greift eine verteilte Last vom Gesamtbetrag P an.



a.) Ergänze die folgende Formel für die maximale Knicklast eines Stabes mit E (Elastizitätsmodul), I (Flächenträgheitsmoment), L (Länge des Stabes) und k (numerischer Formfaktor):

Antwort: $F_E = k \cdot \frac{\pi^2 E I}{L^2}$

b.) Welche Werte müssen beim vorliegenden Problem zur Berechnung der kleinsten Knicklast eingesetzt werden?

Antwort: $k = 1$ $\quad I = \frac{a^3 3a}{12}$

c.) Wie gross darf die Kraft P maximal werden, bevor das System versagt?

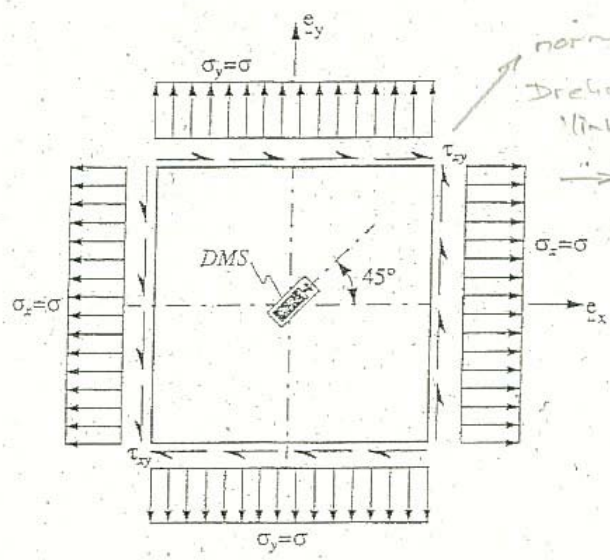
Antwort: $P \leq \frac{2\pi^2 E I}{L^2}$

Siehe Blatt vorne

Punkte:

Aufgabe 4 (7 Punkte)

Eine linearelastische isotrope Platte im ebenen Spannungszustand sei gleichmässig verteilten Spannungen σ_x, σ_y, τ_{xy} ausgesetzt. Die beiden Normalspannungen σ_x und σ_y seien bekannt und gleich gross ($\sigma_x=\sigma_y=\sigma$), die Schubspannung τ_{xy} wird gesucht. Zu ihrer Ermittlung wird mit Hilfe eines Dehnungsmessstreifens (DMS), der um 45° bezüglich der x-Richtung verdreht ist, die Dehnung $\varepsilon_{45}=\varepsilon$ gemessen (ε bekannt).



normale Drehung nach 'links' → γ
⟹ also Mohr von γ Drehung nach rechts

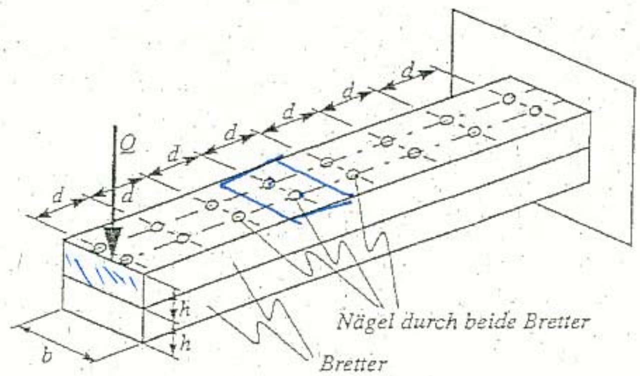
Berechne bei gegebenen Materialkonstanten E, G, ν die unbekannte Schubspannung τ_{xy}.

Antwort: $\boxed{\tau_{xy} = -\frac{(1-\nu)}{(1+\nu)}\sigma + 2G\varepsilon}$

Punkte:

Aufgabe 5 (9 Punkte)

Zwei Holzbretter (Höhe $h=50$ *[mm]*, Breite $b=200$ *[mm]*) werden mit zwei Reihen Nägeln zu einem Balken zusammengenagelt. Dieser Balken wird mit einer Querkraft vom Betrag $Q=400$ *[N]* am Ende belastet. Die maximale Schubkraft, welche ein Nagel aufnehmen kann ist $F_{Schub,max}=300$ *[N]*. Die Berührung zwischen den beiden Brettern sei reibungsfrei.



Wie gross darf der Abstand d zwischen den Nägeln maximal gewählt werden, damit die Anordnung die Kraft Q tragen kann?

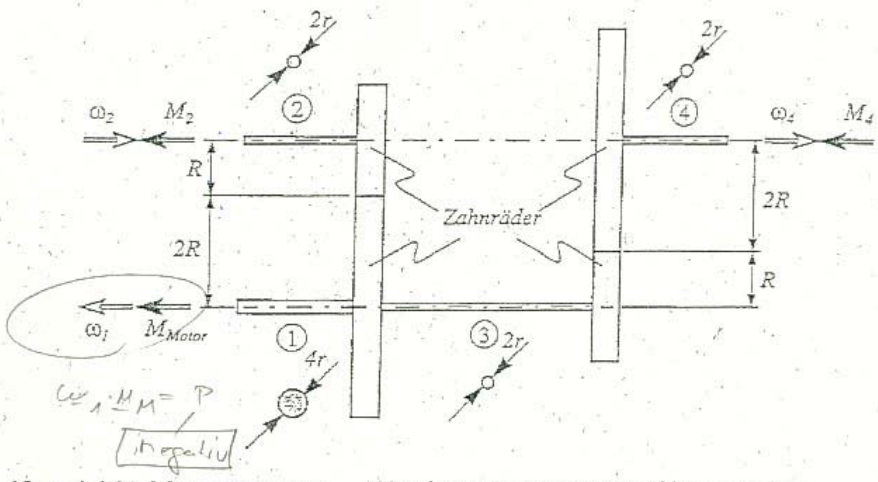
Antwort: $d \leq \frac{8 F_{Schub,max} \cdot h}{3Q} = 100\,mm$

Hinweis: Berechne den Schubfluss in der Mitte eines Balkens mit der Höhe $2h$.

Punkte:

Aufgabe 6 (8 Punkte)

Gegeben ist ein Getriebe, welches aus vier Zahnrädern (Radien R bzw. $2R$) und vier Wellen *1-4* mit kreisrundem Querschnitt (Radius r bzw. $2r$, die Wellen bestehen aus dem gleichen Material) besteht. Die Welle *1* wird über einen Motor mit dem Moment M_{Motor} angetrieben und dreht mit der konstanten Rotationsgeschwindigkeit $\omega_1=\omega$. Die Lastmomente M_2 und M_4 stellen sich immer so ein, dass die über die Welle 2 abgeführte Leistung P_2 gleich der über die Welle *4* abgeführten Leistung P_4 ist (also $P_2=P_4$).



Nun wird das Motormoment M_{Motor} bei weiterhin konstanter Drehzahl $\omega_1=\omega$ erhöht.

a.) Welche Welle wird zuerst versagen, wenn nur Torsion berücksichtigt wird?

☐ Welle *1* ☐ Welle *2* ☐ Welle *3* ☒ Welle *4*

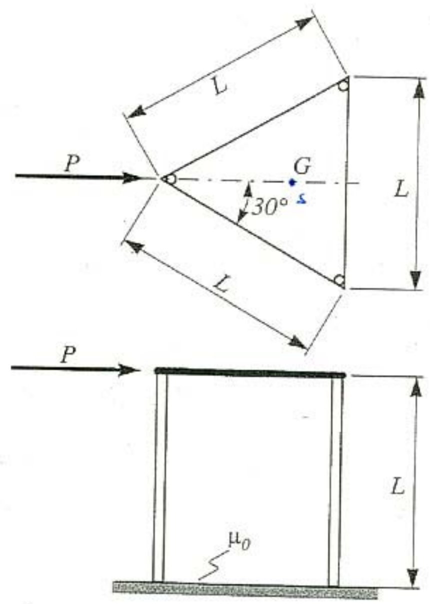
b.) Wie gross darf das Motormoment M_{Motor} bei gegebenem τ_{max} der Wellen maximal werden, bevor Versagen auftritt?

Antwort: $\boxed{M_M \leq \frac{\tau_{max} \pi r^3}{2}}$

Aufgabe 8 (8 Punkte)

Punkte:

Der abgebildete Tisch besteht aus einer dreieckigen Tischplatte mit Seitenlänge L und dem Gewicht G und drei in den Ecken montierten gewichtslosen Beinen der Höhe L. Der Tisch steht auf einem rauhen Boden mit gegebenem Halftreibungskoeffizient μ_0. Am Tisch greift ein Kraft vom Betrag P gemäss der Skizze an.



Wie gross darf das Verhältnis $\frac{P}{G}$ maximal werden, damit der Tisch nicht kippt?

Antwort: $\frac{P}{G} \leq \frac{\sqrt{3}}{6}$

Viel Erfolg!