

Seminarübung 12

Physikalische Eigenschaften der Metalle

Musterlösung

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung, ETH Zentrum

Übungsassistenten: Michael Kelterborn, Florian Hofmann, Tobias Ott, Tobias Nösekabel, Jonas Schöndube, Daniel Sutter; Federico Wolff.

Koordination: Willi Müller, CLA F21.1, Tel. 01 633 23 84, wm@iwf.mavt.ethz.ch

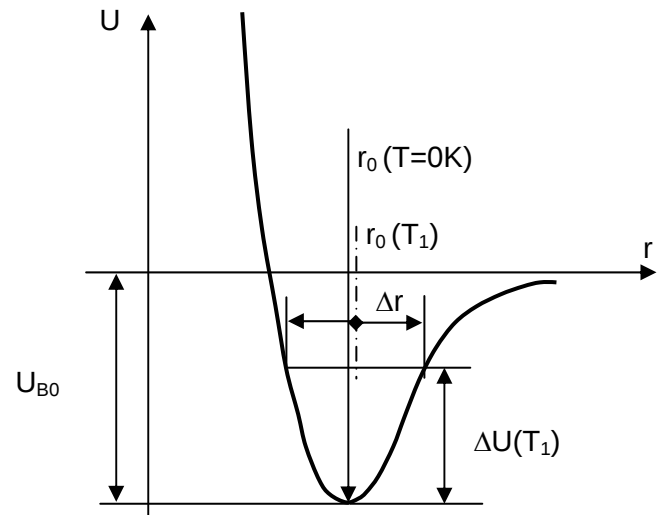
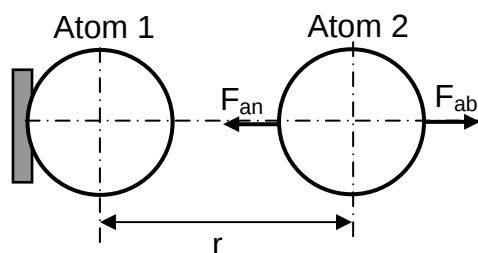
Lernziele

Werkstoffe und Fertigung II, Kap. 20

Kerninformationen

1. Bindungsenergie

- Grosse Bindungsenergie U_{B0} bedeutet hohe Schmelztemperatur.
- Asymmetrischer Kurvenverlauf bedeutet Wärmedehnung.
- Enge Potentialkurve bedeutet hohen E-Modul.
r: Abstand zwischen 2 Atomen
U: Potential der anziehenden und abstossenden Kräfte



2. Wärmekapazität

Als spezifische Wärmekapazität bezeichnet man die Wärmemenge, die zur Erwärmung einer bestimmten Menge einer Substanz um ein Grad Celsius oder Kelvin erforderlich ist. Die Stoffmenge kann in mol, g oder kg gemessen sein. Bezogen auf mol heisst die spezifische Wärmekapazität Molwärme.

$$\text{Spezifische Wärmekapazität } C_p = \frac{\text{Molwärme}}{\text{Molmasse}}$$

$$dH = C_p \cdot dT$$

Dabei ist H die Enthalpie, T die Temperatur.

3. Wärmeausdehnung

Die temperaturabhängige Längenzunahme beträgt:

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$$

α linearer Ausdehnungskoeffizient
 l_0 Ausgangslänge
 ΔT Temperaturänderung [K oder °C]

Material	α [10^{-6} m/mK]
Fe	11.7
X10CrNi 18-8	16.0
Al	23.8
Cu	16.2
Mg	24.6

Ti	18.8
Ni	13.3

4. Wärmestrom

Die Wärmemenge Q , die pro Zeiteinheit durch eine Kontrollfläche hindurch tritt, wird Wärmestrom $\dot{Q}$ genannt.

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt}$$

5. Wärmestromdichte

Die Wärmestromdichte ist der Wärmestrom pro Flächeneinheit der Kontrollfläche A :

$$\dot{q} = \frac{d\dot{Q}}{dA}$$

6. Wärmeleitung

Die Wärmestromdichte ist proportional zum Temperaturgefälle und zum Wärmeleitungskoeffizienten, welcher die Materialeigenschaften charakterisiert:

$$\dot{q} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}; \quad [\lambda] = \frac{W}{m \cdot K}$$

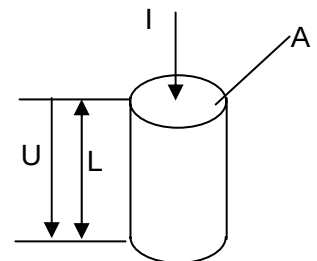
Werkstoff	$\lambda \left[\frac{W}{mK} \right]$
X5CrNi18-8	14
Eisen	76
Silber	428
Diamant	2000

7. Elektrischer Strom und Spannung

Das Ohmsche Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen der Spannung U und dem fließenden Strom I .

$$U = R \cdot I$$

Der Widerstand R des Leiters ist abhängig von Material und Geometrie: Proportional zu der Leiterlänge L und zum spezifischen Widerstand ρ , umgekehrt proportional zu der Querschnittsfläche A .



$$R = \frac{\rho \cdot L}{A} \quad \underline{j} = \chi \cdot \underline{E} \quad \chi = \frac{1}{\rho} \quad E = \frac{U}{L} \quad j = \frac{I}{A}$$

mit der Stromdichte j , der spezifischen elektrischen Leitfähigkeit χ , der elektrischen Feldstärke E .

8. Elektrische Leistung:

$P = U \cdot I$, Momentanwerte oder Gleichstrom-/Spannungswerte oder Effektivwerte (Phasenverschiebung=0)

9. Magnetismus

$$H = \frac{N \cdot I}{L}$$

H: Magnetische Feldstärke; N: Windungszahl; I: Stromstärke; L: Spulenlänge

Kraftwirkung: $d\vec{F} = I \cdot (d\vec{r} \times \vec{B})$, Beträge: $F = I \cdot \Delta r \cdot B$:

$$B = \mu_0 \times \mu_r \times H$$

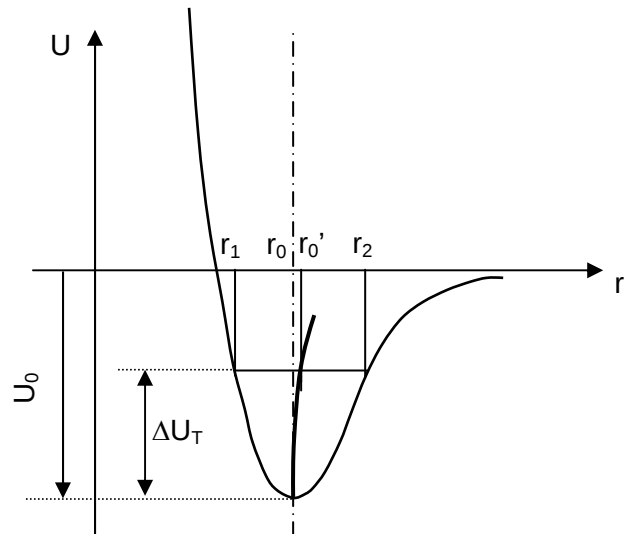
B: Magnetische Induktion, μ_0 : magnetische Feldkonstante. μ_r magn. Permeabilitätszahl

1 Wärmedehnung

Das Volumen von festen Stoffen nimmt mit steigender Temperatur zu. Beschreiben Sie die Ursache dieses Effektes.

Lösung

Ein Atom befindet sich gegenüber einem Nachbaratom nicht im Gleichgewichtsabstand r_0 , sondern es führt, seiner Temperatur und dem zugehörigen Energieinhalt ΔU_T entsprechend, Schwingungen aus. Da der Anstieg der abstossenden Kräfte steiler ist als derjenige der anziehenden Kräfte, ist der Mittelwert der Positionen des Atomes grösser als es dem Gleichgewichtszustand entsprechen würde: $r_0' > r_0$. Das heisst, das Material dehnt sich aus bei Erhöhung der Temperatur.

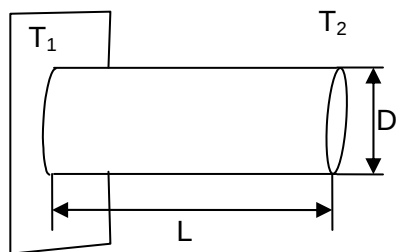


2 Wärmetransport

Ein runder Silberstab Länge L, Durchmesser D, leitet Wärme von einer Baugruppe ab. Temperaturen am Anfang und am Ende des Stabes T_1 , T_2 . Die Mantelfläche werde als thermisch isoliert angenommen.

- Wie gross ist die abgeführte Wärmemenge $\dot{Q}$?

$L = 100 \text{ mm}$ $D = 14 \text{ mm}$ $T_1 = 70 \text{ °C}$ $T_2 = 20 \text{ °C}$



Lösung

$$\text{Querschnittsfläche des Stabes } A = D^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 14^2 \cdot \frac{3.1416}{4} = 154 \text{ mm}^2$$

Wärmestromdichte:

$$\dot{q} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx} = 428 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \cdot \frac{(70 - 20) \text{ K}}{0.100 \text{ m}} = 2.14 \cdot 10^5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Wärmestrom:

$$\dot{Q} = \dot{q} \cdot A = 2.14 \cdot 10^5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 154 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 33.0 \text{ W}$$

3 Thermische Spannungen

a) Berechnen Sie die thermischen Spannungen in einem fest eingespannten Aluminiumprofil (Spannung $\sigma = 0$ bei T_1), wenn dieses durch Sonneneinstrahlung von $T_1 = 10^\circ\text{C}$ auf $T_2 = 50^\circ\text{C}$ erwärmt wird.

b) Handelt es sich um Zug- oder Druckspannungen?

$$E_{\text{AL}} = 70\text{GPa}, \alpha_{\text{AL}} = 24 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$$

Lösung:

Gedankenexperiment: Man lässt das Profil sich unter der Erwärmung frei ausdehnen und drückt es dann auf seine ursprüngliche Länge zusammen.

$$\epsilon_{\text{th}} = \frac{\Delta l_{\text{th}}}{l_0}; \epsilon_m = \frac{\Delta l_m}{l_0}; \Delta l_m = -\Delta l_{\text{th}}$$

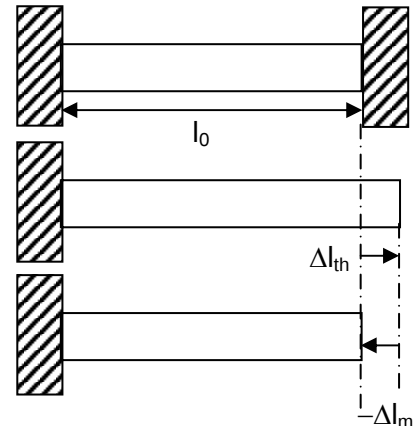
a) Verlängerung des nicht eingespannten Stabes unter Temperaturzunahme:

$$\epsilon_{\text{th}} = \alpha_{\text{Al}} \cdot \Delta T = 24 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1} \cdot (50 - 10) \text{K} = 0.96 \cdot 10^{-3}$$

Spannung, die erforderlich ist, um den Stab um das Mass der Ausdehnung wegen Temperaturzunahme zusammenzudrücken:

$$\sigma_m = \epsilon_m \cdot E = -\epsilon_{\text{th}} \cdot E = -0.96 \cdot 10^{-3} \cdot 70000 \text{ MPa} = -67.2 \text{ MPa} \quad \text{Hookesches Gesetz}$$

b) Es handelt sich um eine Druckspannung.



4 Elektrische Leitfähigkeit

Bei elektrischen Überlandleitungen spielt das Gewicht der Leitung eine sehr grosse Rolle, der Leiter soll bei vorgegebener Leitfähigkeit möglichst leicht sein.

- Wählen Sie einen Aluminium- oder einen Kupferdraht?

elektrischer Widerstand von Aluminium	$\rho_{R-\text{Al}} =$	$2.65 \cdot 10^{-6} \Omega\text{cm}$
elektrischer Widerstand von Kupfer	$\rho_{R-\text{Cu}} =$	$1.67 \cdot 10^{-6} \Omega\text{cm}$
Dichte Aluminium	$\rho_{m-\text{Al}} =$	2.7 g/cm^3
Dichte Kupfer	$\rho_{m-\text{Cu}} =$	8.9 g/cm^3

Lösung:

$$\text{Der Widerstand einer Leitung beträgt: } R = \rho_R \cdot \frac{L}{A} \Rightarrow A = \frac{\rho_R \cdot L}{R}$$

$$\text{Die Masse einer Leitung beträgt: } m = \rho_m \cdot L \cdot A = \rho_m \cdot L \cdot \frac{\rho_R \cdot L}{R} = \rho_m \cdot \rho_R \cdot \frac{L^2}{R}$$

Massenverhältnis bei gleicher Leitungslänge und gleichem Widerstand R:

$$\frac{m_{\text{Al}}}{m_{\text{Cu}}} = \frac{\rho_{m-\text{Al}} \cdot \rho_{R-\text{Al}}}{\rho_{m-\text{Cu}} \cdot \rho_{R-\text{Cu}}} = \frac{2.7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 2.65 \cdot 10^{-6} \Omega\text{cm}}{8.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 1.67 \cdot 10^{-6} \Omega\text{cm}} = 0.481$$

Bei gleichem Widerstand und Länge ist die Masse der Aluminiumleitung nur 48% derjenigen der Kupferleitung.

5 Ferromagnetismus

Beurteilen Sie, welche der folgenden Aussagen richtig sind:

Ferromagnetismus

- (A) tritt nur bei reinem Eisen auf
- (B) ist eine physikalische Eigenschaft
- (C) tritt bei verschiedenen Metallen (z.B. Fe, Ni, Co), Metallverbindungen und in Sinterwerkstoffen (z.B. Haftmagnete) auf
- (D) verschwindet nach Glühbehandlungen
- (E) existiert nur unterhalb der sogenannten Curie-Temperatur eines jeden ferromagnetischen Werkstoffes

Lösung:

Antworten B, C, E sind richtig.

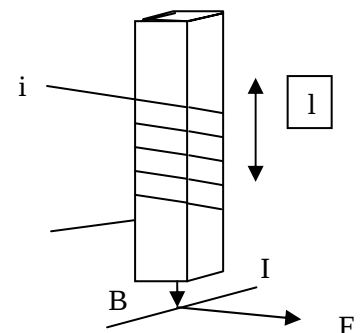
(E) Curie-Temperatur: Temperatur, bei deren Überschreitung ferromagnetisches Material diese Eigenschaft verliert und sich paramagnetisch bzw. wie ein normales Dielektrikum verhält. Die ferromagnetischen Eigenschaften kommen bei Abkühlung zurück.

6 Elektromagnet

Gegeben ist ein Elektromagnet, d.h. eine Spule mit einem Eisenkern. Der Strom im Draht der Spule ist $i = 0.015 \text{ A}$. Die Wicklung hat die Länge $l = 0.05 \text{ m}$, die Windungszahl $N = 500$.

$\mu_0 = 1.26 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$; $\mu_r = 10'000$; Sättigungsmagnetisierung von Eisen: $M_s = 1.72 \cdot 10^6 \text{ A/m}$.

- a) Wie gross ist die magnetische Feldstärke H ?
- b) Wie gross ist die Magnetisierung M ?
- c) Wie gross ist die magnetische Flussdichte B ?
- d) Wie gross ist die Kraft auf einen 3 cm langen Abschnitt eines Leiters, welcher senkrecht zum Magnetfeld sich in diesem befindet und vom Strom $I = 12 \text{ A}$ durchflossen wird?
- e) Wie gross müsste der Strom i' bei einer Spule ohne Eisenkern sein, um die gleiche magnetische Induktion (Flussdichte) B zu erreichen?



Lösung:

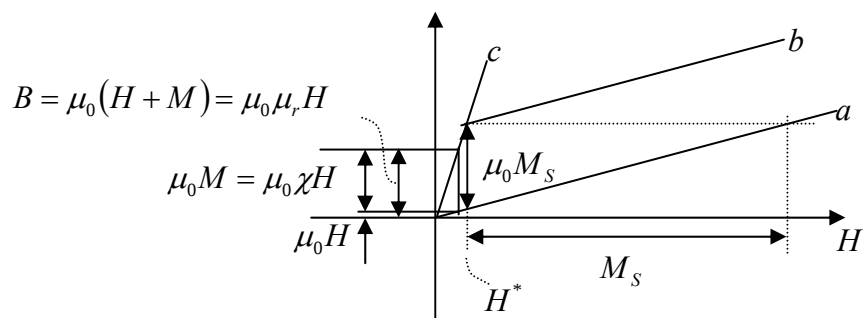
a)

$$H = \frac{N \cdot i}{l} = \frac{500 \cdot 0.015 \text{ A}}{0.05 \text{ m}} = 150 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

b)

Magnetisierung:

(Die Magnetisierung M ist der Betrag, um welchen die magnetische Feldstärke H grösser sein müsste, um mit der Spule im Vakuum, ohne Eisenkern, die gleich grosse Flussdichte B zu erreichen wie mit der Spule mit Kern). Die Magnetisierung kann nicht grösser sein als die Sättigungsmagnetisierung $M_s = 1.72 \cdot 10^6 \text{ [A/m]}$ (WF Skript Tab. 20.6, S. 511)



$$M = \min((\mu_r - 1) \cdot H, M_S)$$

$$(\mu_r - 1) \cdot H = 9999 \cdot 150 \frac{A}{m} = 1.5 \cdot 10^6 \frac{A}{m} < M_S = 1.72 \cdot 10^6 \frac{A}{m} \text{ nicht gesättigt}$$

$$M = 1.5 \cdot 10^6 \frac{A}{m}$$

c)

Flussdichte

$$B = \mu_0 \cdot (H + M) = 1.26 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am} \cdot (150 + 1.5 \cdot 10^6) \frac{A}{m} = 1.89 \frac{Vs}{m^2} = 1.89 T$$

d) Kraft auf stromdurchflossenen Leiter

$$F = I \times x \times B = 12 A \times 0.03 m \times 1.89 \frac{Vs}{m^2} = 0.680 N$$

e) Strom i' bei Spule ohne Eisenkern

$$B = \mu_0 \cdot H = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot i'}{l} \Rightarrow i' = \frac{B \cdot l}{\mu_0 \cdot N} = \frac{1.89 \frac{Vs}{m^2} \cdot 0.05 m}{1.26 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am} \cdot 500} = 150 A = 10^4 \cdot i$$