Werkstoffe und Fertigung II
Prof.Dr. K. Wegener
Sommersemester 2007

Seminarübung 14

Polymere

Musterlösung

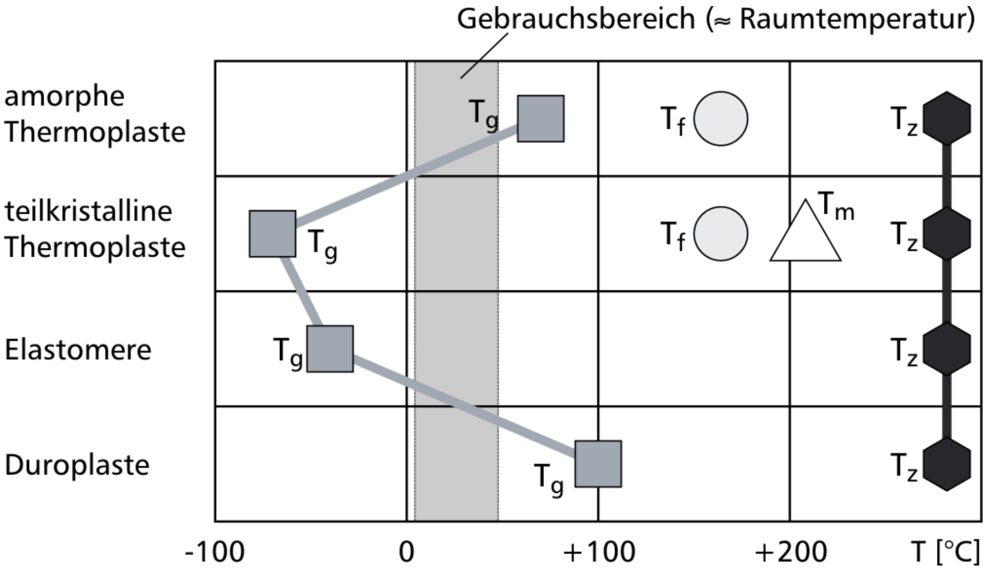
Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung, ETH Zentrum
Übungsassistenz: Michael Kelterborn, Florian Hofmann, Tobias Ott, Tobias Nösekabel, Jonas Schöndube, Daniel Sutter; Federico Wolff.
Koordination: Willi Müller, CLA F21.1, Tel. 044 633 23 84, wm@iwf.mavt.ethz.ch

Lernziele

Lernziele: Werkstoffe und Fertigung II, Kap. 22,23

Kerninformationen

1 Polymere: Charakteristische Temperaturen T_g – T_f – T_m – T_z

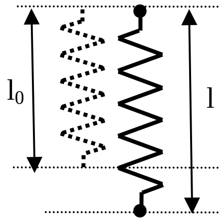


T_g	...	Glastemperatur
T_f	...	Fliesstemperatur
T_m	...	Schmelztemperatur
T_z	...	Zersetzungstemperatur

2 Rheologische Modelle

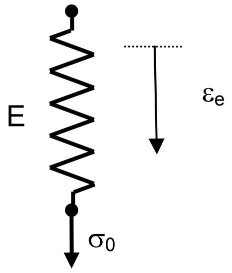
Kriechversuche: $\varepsilon = 0$ für $t < 0$; $\sigma = 0$ für $t < 0$; $\sigma = \sigma_0$ für $t \geq 0$

Relaxationsversuche: $\varepsilon = 0$ für $t < 0$; $\sigma = 0$ für $t < 0$; $\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{vis} = \varepsilon_0$ für $t \geq 0$



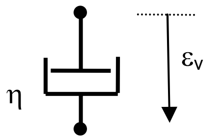
$$\varepsilon_e = \varepsilon_{el} = \frac{l - l_0}{l_0}$$

vereinfachte Darstellung:



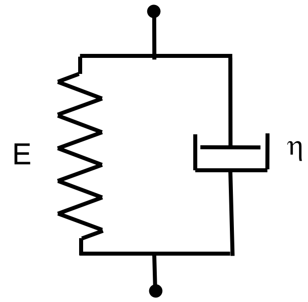
Feder für Hookesches Verhalten

$$\varepsilon_{el} = \frac{1}{E} \cdot \sigma_0$$



Dämpfer für Newtonsches Verhalten

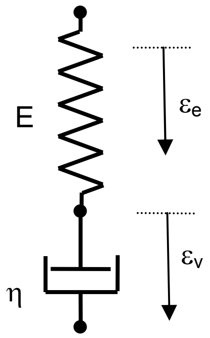
$$\dot{\varepsilon}_{vis} = \frac{1}{\eta} \cdot \sigma_0$$



mögliche Kombination für viskoelastisches Verhalten Voigt–Kelvin-Modell

$$\varepsilon_{vel} = \frac{1}{E_r} \cdot \left(1 - \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}\right) \cdot \sigma_0$$

$$\tau = \frac{\eta}{E}$$



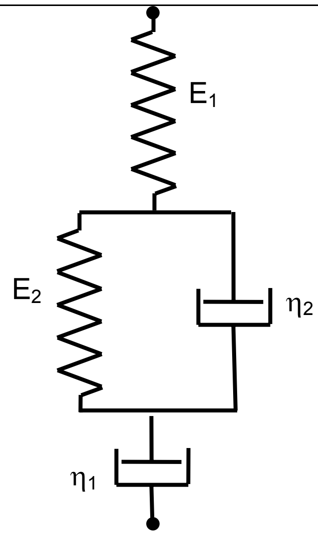
Maxwell-Modell
Kriechen (σ = const):

$$\varepsilon(t) = \left(\frac{1}{E} + \frac{t}{\eta}\right)\sigma_0$$

Relaxation: $\varepsilon_0 = \varepsilon_e + \varepsilon_v$ = const.:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot \exp\left(-\frac{E}{\eta} \cdot t\right) \quad mit\ \sigma_0 = \varepsilon_0 \cdot E$$

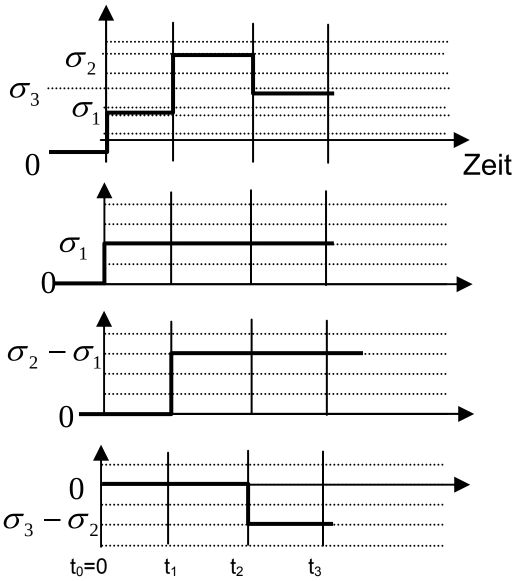
$\eta/E = t_R$ Relaxationszeit → $t_R \cdot E/\eta = 1$,
exp(-1) = 0.37
(Spannung σ ist auf 37% abgefallen)

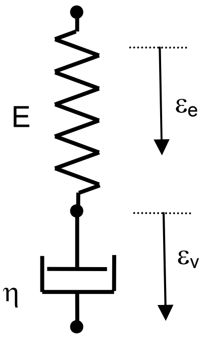


Maxwell-Voigt-Modell:
Kriechen (σ = const)

$$\varepsilon_e + \varepsilon_v + \varepsilon_r = \left\{\frac{1}{E_1} + \frac{t}{\eta_1} + \frac{1}{E_2}\left(1 - \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_2} \cdot t\right)\right)\right\} \cdot \sigma_0$$

3 Kriechen unter wechselnden Spannungsniveaus, Superpositionsprinzip.





Da die Deformationen von der Zeit und den Spannungen linear abhängen, darf die Gesamtdehnung als Summe der Dehnungen, welche die einzelnen Spannungsanteile jeweils allein bewirken würden, berechnet werden. Die Dauer wird vom Flankenanstieg bis zu der Zeit, zu welcher man die Dehnungen kennen will, hier t_3, gemessen:
Niveau σ_1 = 2 während t_3 - t_0 = 3, Niveau $\sigma_2 - \sigma_1$ = 3 während $t_3 - t_1$ = 2, Niveau $\sigma_3 - \sigma_2$ = -2 während $t_3 - t_2$ = 1.

Beispiel Maxwell-Modell

$$\varepsilon(t_3) = \left(\frac{1}{E} + \frac{t_3}{\eta}\right)\sigma_1 + \left(\frac{1}{E} + \frac{t_3 - t_1}{\eta}\right)\cdot(\sigma_2 - \sigma_1) + \left(\frac{1}{E} + \frac{t_3 - t_2}{\eta}\right)\cdot(\sigma_3 - \sigma_2) = \frac{\sigma_3}{E} + ...(**)$$

mit obigen Schemazahlen und E=500, η=600:

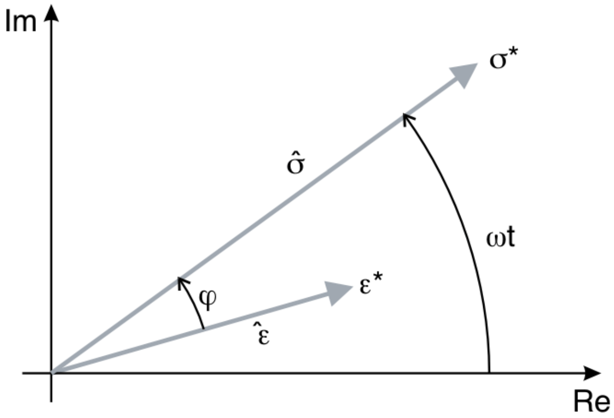
$$\varepsilon(t_3) = \left(\frac{1}{500} + \frac{3}{600}\right)\cdot 2 + \left(\frac{1}{500} + \frac{2}{600}\right)\cdot 3 + \left(\frac{1}{500} + \frac{1}{600}\right)\cdot(-2)$$

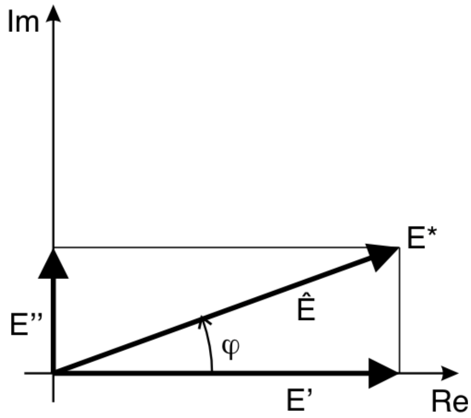
$$= (0.002 + 0.005)\cdot 2 + (0.002 + 0.00333)\cdot 3 + (0.002 + 0.00167)\cdot(-2) = 0.0227$$

(**) die formelmässige Auswertung zeigt, dass für den elastischen Anteil der Dehnung bei t_3 tatsächlich nur die aktuelle Spannung massgebend ist.

4 Dynamische Beanspruchung

• Spannung, Dehnung und Moduli in der Gauss'schen Zahlenebene (komplexe Zahlen)





Eulerbeziehung $\sigma^* = \hat{\sigma} \cdot \cos \omega \cdot t + i \cdot \hat{\sigma} \cdot \sin \omega \cdot t = \hat{\sigma} \cdot e^{i \cdot \varpi \cdot t}$

$$\sigma^* = \hat{\sigma} \cdot e^{i\omega t}$$

$$\varepsilon^* = \hat{\varepsilon} \cdot e^{i(\omega t - \varphi)}$$

$$E^* = \frac{\sigma^*}{\varepsilon^*} = \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\varepsilon}} \cdot e^{i\varphi}$$

$$E^* = \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\varepsilon}} \cdot (\cos\varphi + i \sin\varphi)$$

$$E^* = \underbrace{\frac{\hat{\sigma}}{\hat{\varepsilon}} \cdot \cos\varphi}_{E`} + i \underbrace{\frac{\hat{\sigma}}{\hat{\varepsilon}} \cdot \sin\varphi}_{E``}$$

$$E^* = E' + iE''$$

$$\hat{E} = \sqrt{E'^2 + E''^2} = \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\varepsilon}}$$

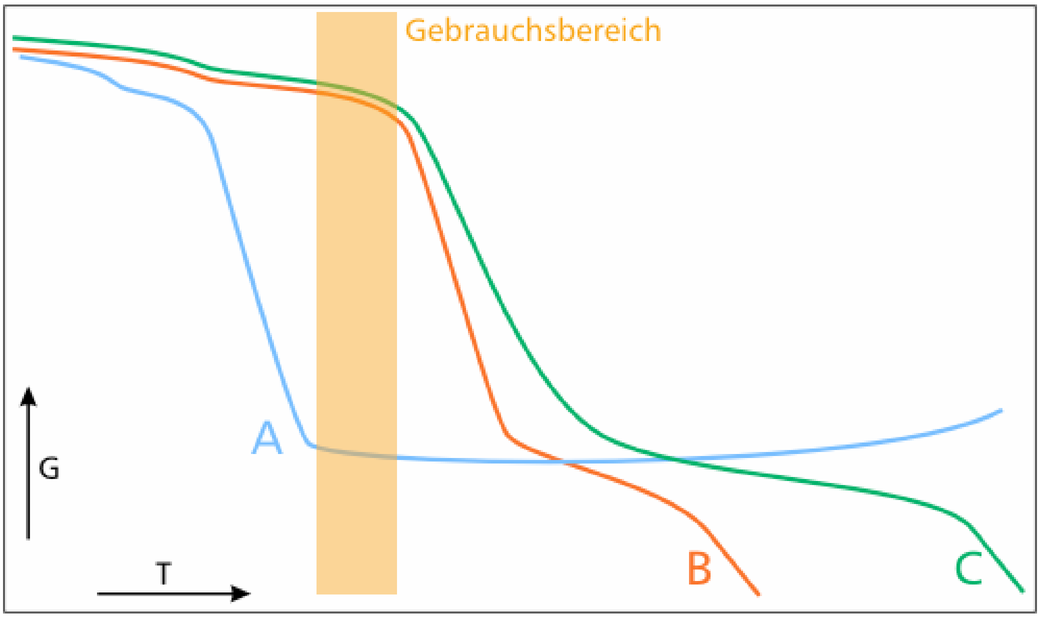
1 Thermomechanische Kurven

Gegeben sind die G-T-Kurven dreier Polymere.

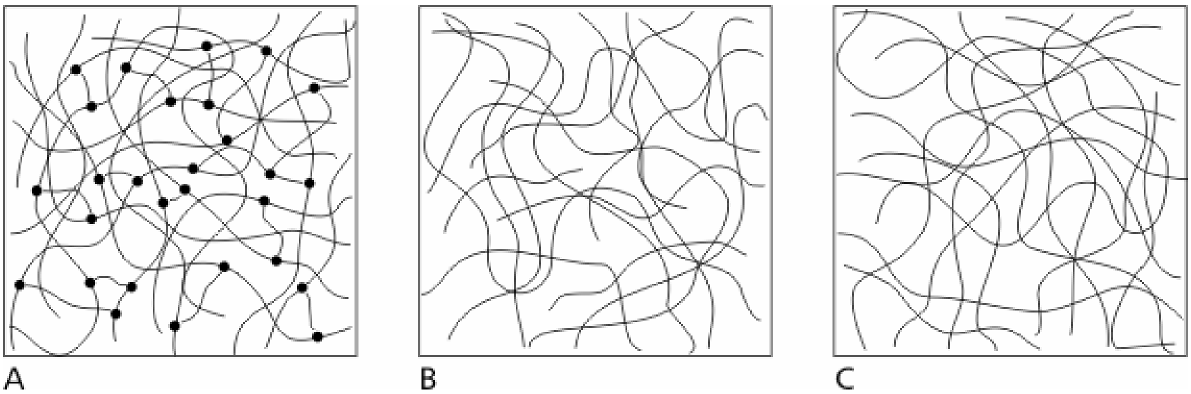
a) Geben sie die Typen der Polymere an.
b) Skizzieren Sie die entsprechenden Makromolekül-Strukturen.
c) Zeichnen sie den Bereich der Raumtemperatur (Gebrauchsbereich) in das Diagramm ein.

Lösung:

a) A: Elastomer, B und C: amorphe Thermoplaste (Molekulargewicht C > B).



Molekülstrukturen:



2 Teilkristalline / amorphe Thermoplaste

a) Erklären Sie, weshalb teilkristalline Thermoplaste oberhalb, amorphe jedoch unterhalb der Glastemperatur verwendet werden.
b) Für eine Anwendung wird eine hohe Festigkeit bei gleichzeitig hoher Zähigkeit verlangt. Verwenden Sie einen amorphen oder einen teilkristallinen Thermoplast?
c) Wie sieht Ihre Wahl aus, wenn neben der Festigkeit vor allem eine hohe Transparenz des Werkstoffs gefordert ist?

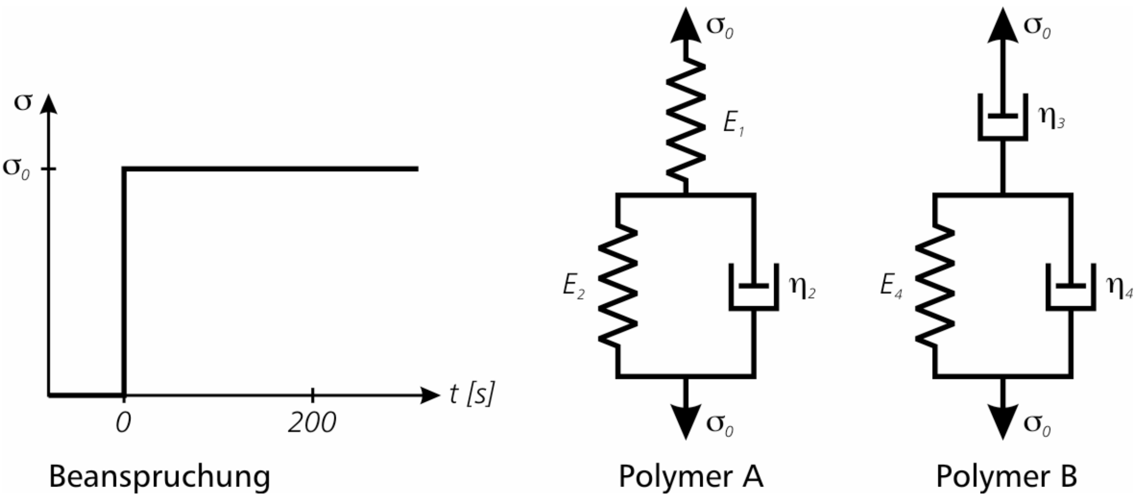
Lösung:

a) Bei teilkristallinen Thermoplasten ist der nicht kristalline Anteil oberhalb T_G flexibel und zäh, wird aber von den Kristalliten zusammengehalten. Würde man die Kristallite in einer glasartigen Matrix verwenden (unterhalb T_G), würde ein sehr sprödes Material resultieren. Bei amorphen Thermoplasten muss man im Glaszustand sein, da die beweglichen Ketten oberhalb T_G ein zerfliessendes Material zur Folge hätten.
b) Die beweglichen Kettensegmente teilkristalliner Thermoplaste bewirken eine hohe Zähigkeit, die Kristallite eine hohe Festigkeit. Amorphe Thermoplaste, die unterhalb T_G verwendet werden, müssen Weichmacher enthalten, da sie sonst glasig und spröde sind.
c) Die wechselnden Eigenschaften zwischen amorphen und kristallinen Gebieten in teilkristallinen Thermoplasten streuen Licht, was die Transparenz des Werkstoffs beeinträchtigt. Für hohe Transparenz muss ein amorphes Material gewählt werden.

3 Kriechversuch

Das Kriechverhalten der zwei Polymere A und B lässt sich mit den gegebenen Feder/Dämpfer-Modellen beschreiben.

a) Welche Gesamtdehnung stellt sich nach einer Belastungsdauer von 200 s ein?
b) Die angegebene Beanspruchung soll beliebig lange andauern. Gibt es für die beiden Polymere eine maximal erreichbare Dehnung? Weshalb / weshalb nicht? Falls ja, wie gross ist diese?
c) Welche mikrostrukturelle Eigenschaft könnte dafür verantwortlich sein, ob eine maximale Dehnung existiert oder nicht?



Beanspruchung: σ = 60 MPa
Polymer A: E_1 = 5600 MPa, E_2 = 2800 MPa, τ_A = 48 s
Polymer B: $\eta_3 = 8.75 \cdot 10^{11}$ Pas, E_4 = 3200 MPa, τ_B = 60 s

Lösung:

a) *Polymer A:*

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_r = \sigma_0 \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \left(1 - \exp\left\{ \frac{-t}{\tau_A} \right\} \right) \right) = 3.18\ \%$$

Polymer B:

$$\varepsilon = \varepsilon_{vis} + \varepsilon_r = \sigma_0 \left(\frac{t}{\eta_3} + \frac{1}{E_4} \left(1 - \exp\left\{ \frac{-t}{\tau_B} \right\} \right) \right) = 3.18\ \%$$

b) *Bei Polymer B existiert keine maximale Dehnung; durch den in Reihe geschalteten viskosen Anteil kriecht es immer weiter. Bei Polymer A ist die Dehnung durch die Federn begrenzt. Das Maximum kann berechnet werden, indem man sich den Dämpfer (η_2) wegdenkt:*

$$\varepsilon_\infty = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2}.$$

c) *Bei vernetzten Polymeren kann kein beliebig langes Kriechen stattfinden, bei unvernetzten Polymeren unter gewissen Bedingungen schon.*

4 Phasenwinkel

Ein Polymer wird mit einer Kreisfrequenz ω = 50 s^{-1} beansprucht. Dabei werden ein komplexer E-Modul mit Betrag $\hat{E}$ = 4'500 MPa und ein Verlustfaktor d = 0.72 festgestellt.

a) Berechnen Sie den Speicher- und den Verlustmodul.
b) Berechnen Sie die Dehnungsamplitude $\hat{\varepsilon}$, wenn die Spannungsamplitude $\hat{\sigma}$ = 68 MPa beträgt.
c) Berechnen Sie den Phasenwinkel φ.

Erklären Sie, was ein Phasenwinkel φ von
d) 0
e) π/2
bedeutet. Geben Sie für beide Fälle den zugehörigen Verlustfaktor an.

Lösung:

a) $E'' / E' = d$
$E''^2 + E'^2 = \hat{E}^2$
$\Rightarrow E' = 3652$ MPa; $E'' = 2629$ MPa
b) $\hat{\varepsilon} = \frac{\hat{\sigma}}{\hat{E}}$ = 1.51 %
c) $\varphi = \arctan(d) = 0.624$
d) *Kein Verlust, d.h. rein elastisch (Hookesche Feder, η_r = 0); d = 0*
e) *Vollständige Energiedissipation, rein viskos (Newtonscher Dämpfer, E_r = 0); d = ∞*

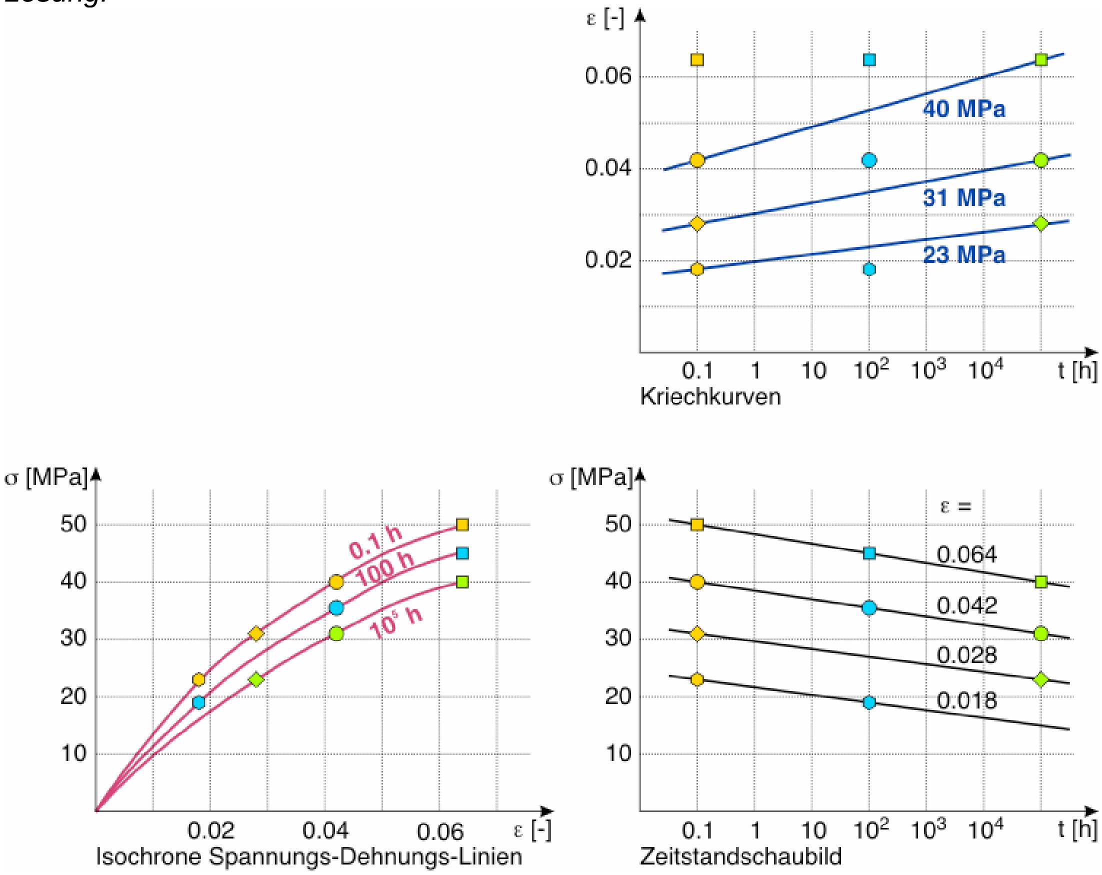
5 Zeitstandschaubild

Konstruieren Sie für das gegebene Zeitstandschaubild:

- die Kriechkurven für σ = 23, 31 und 40 MPa (Annahme: Kriechkurven = Geraden)
- die isochronen Spannungs-Dehnungslinien für t = 0.1, 100 und 10^5 h

Ein Teil mit einer Länge von 140 mm und einer Querschnittsfläche von 450 mm^2 wird mit 18 kN auf Zug belastet. Das Teil soll während eines Jahres eingesetzt werden und darf in dieser Zeit eine Länge von 144.2 mm nicht überschreiten. Ist es möglich, das Teil für diese Anforderung aus dem gegebenen Material herzustellen?

Lösung:



Die Beanspruchung entspricht $\sigma = F / A$ = 40 MPa.
Aus den Kriechkurven liest man für 8760 Stunden (1 Jahr) eine Dehnung von knapp 6 % heraus. Dies würde einer Länge von 148.4 mm nach einem Jahr entsprechen. Das Material erfüllt also die Anforderung nicht.

6 Superpositionsprinzip

Gegeben ist ein Polymer, das sich nach dem Voigt-Kelvin-Modell verhält (E_r = 1900 MPa, η_r= 5.5 · 10^9 Pas). Es wird für 2 s mit 40 MPa belastet, danach mit 80 MPa. Wie hoch ist die Dehnung nach 4 s?

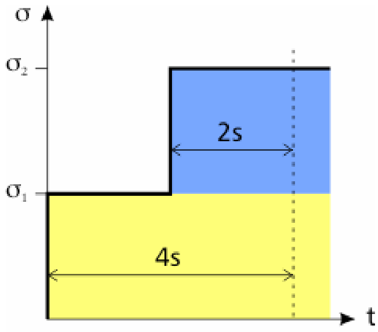
Lösung:

Man berechne die Beanspruchung nach dem Superpositionsprinzip (siehe Skizze):

$\varepsilon = \varepsilon(\sigma_1, 4s) + \varepsilon(\sigma_2 - \sigma_1, 2s)$

$$\varepsilon = \sigma_1 \left(\frac{1}{E_r} \left(1 - \exp\left\{ \frac{-t(4s)E_r}{\eta_r} \right\} \right) \right) + (\sigma_2 - \sigma_1) \left(\frac{1}{E_r} \left(1 - \exp\left\{ \frac{-t(2s)E_r}{\eta_r} \right\} \right) \right)$$

= 0.0158 + 0.0105 = 0.0263 = 2.63 %



Superpositionsprinzip: **horizontale** Aufteilung