Werkstoffe und Fertigung I
Prof.Dr. K. Wegener

Wintersemester 2006/07

Name	
Vorname	

Übung 2
Idealstruktur, Realstruktur

Musterlösung

Ausgabe: 10.11.2006

Abgabe: 15.11.2006

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung, ETH Zentrum

Übungsassistenz: Willi Müller, CLA F21.1, wm@iwf.mavt.ethz.ch

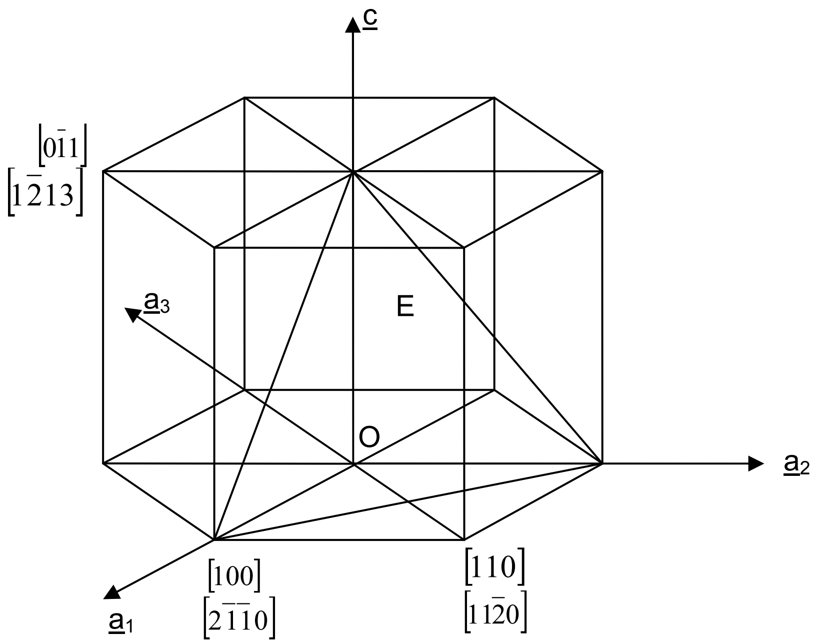
WF Übung 2: Idealstruktur, Realstruktur 10.11./ 15.11.2006

Lernziele

Werkstoffe und Fertigung I, Kap. 1, Lernziele 3, 6-8

Kerninformationen

Miller-Bravais-Indizes für hexagonale Gitter



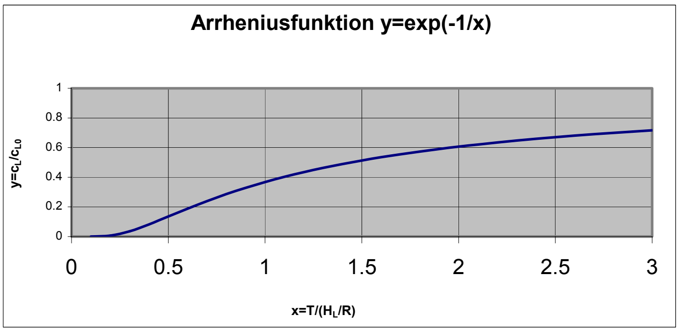
Wegen der spezifischen Symmetrie der hexagonalen Gitter ist ein spezielles Koordinatensystem a_1, a_2, a_3, c gebräuchlich. Dabei ist mit a_3 eine redundante Achse eingeführt, die mit a_1 und a_2 in der gleichen Ebene liegt.
Seien x_1, x_2, x_3, z die Koordinaten im 4-achsigen System und x_1', x_2', z' diejenigen im 3-achsigen System a_1, a_2, c. Dann gelten folgende Transformationsgleichungen, wobei der Faktor n so gewählt wird, dass kleinste ganze Zahlen entstehen:

$x_1 = \frac{n}{3}(2x_1' - x_2')$	$x_1' = \frac{1}{n}(2x_1 + x_2)$
$x_2 = \frac{n}{3}(2x_2' - x_1')$	$x_2' = \frac{1}{n}(2x_2 + x_1)$
$x_3 = -\frac{n}{3}(x_1' + x_2') = -(x_1 + x_2) \Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 0$	$z' = \frac{1}{n} z$
$z = n \cdot z'$	

Im Bild sind einige Richtungen in Bezug auf O in beiden Koordinatensystemen angegeben.
Ebenen werden durch die reziproken Werte ihrer Achsenabschnitte angegeben. Für E also Achsabschnitte 1, 1, 1 im 3-achsigen System, 1, 1, -0.5, 1 im 4-achsigen System, reziproke Werte: $(1\,1\,1)$ bzw. $(1\,1\,\bar{2}\,1)$.

Nulldimensionale Gitterfehler, Arrheniusfunktion

Die Arrheniusfunktion ist zuständig bei verschiedenen thermisch getriebenen Vorgängen, z.B. gibt sie die Anzahl der Leerstellen n_v in einem Metallgitter mit n Gitterplätzen an. Der Quotient aus einer Aktivierungsenergie h_L oder H_L und der Boltzmannkonstanten k oder der Gaskonstanten R steht der absoluten Temperatur T (0ºC ≈ 273K) gegenüber. Auffällig an der Kurve ist der Teil, der asymptotisch gegen 1 strebt. Die interessierenden Vorgänge spielen sich aber am linken Ende ab.



Arrheniusfunktion

$$c_L = \frac{n_V}{n} = c_{L0} \cdot \exp\left(\frac{-h_L}{k \cdot T}\right)$$

Bildungsenergie für Fehlstellen h_L

Boltzmannkonstante $k = 8.62 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{K}$

Absolute Temperatur $T\ [K]$

Konstante c_{L0}

Eindimensionale Gitterbaufehler. Burgersumlauf.

Mit einem Burgersumlauf um eine Fehlstelle kann der Gitterfehler charakterisiert werden. Ein Burgersvektor in Richtung der Versetzungslinie zeigt eine Schraubenversetzung, senkrecht zur Versetzungslinie eine Stufenversetzung an, der Betrag des Burgersvektors ist gleich der Gitterkonstanten bei einer vollständigen Versetzung.

Stapelfehler

Ein Stapelfehler liegt vor, wenn die normale Stapelfolge gestört ist, z.B. beim kubisch flächenzentrierten Gitter die dichtest gepackten Ebenen nicht wie ABCA übereinanderliegen sondern wie ABA. Ein Stapelfehler wird durch zwei Teilversetzungen aufgespannt, die zusammen eine vollständige Versetzung ergeben, die Burgersvektoren der Teilversetzungen addieren sich zum Burgersvektor der vollständigen Versetzung.

Stapelfehlerenergie

Stapelfehler behindern die Versetzungsbewegungen. Das führt zu einer Verfestigung bei plastischer Verformung, was für gleichmässiges Fliessen beim Tiefziehen erforderlich ist. Je niedriger die materialspezifische Stapelfehlerenergie, umso grösser sind die Stapelfehler und die Verfestigung.

1 Nulldimensionale Gitterfehler: Leerstellen

Gegeben ist ein Probestück aus Kupfer. Es wird auf 800°C erwärmt und danach schnell abgekühlt.
Wie gross ist die relative Anzahl Leerstellen

a) bei 20°C, wenn sich das Probestück in einem Gleichgewichtszustand befindet?
b) bei 800°C?
c) bei 20°C nach dem Abschrecken?

Bildungsenergie für Fehlstellen in Kupfer	$h_L = 0.9 eV$
Boltzmannkonstante	$k = 8.62 \cdot 10^{-5} eV/K$
Konstante	$c_{L0} = 1$

Lösung

a) bei 20°C , Anzahl Leerstellen proG itterplatz

$$c_L = \frac{n_V}{n} = c_{L0} \cdot \exp\left(\frac{-h_L}{k \cdot T}\right) = c_{L0} \cdot \exp\left(\frac{\frac{-0.9\, eV}{8.62 \cdot 10^{-5} eV/K}}{20 + 273\ K}\right) = 1 \cdot \exp\left(\frac{10440\, K}{20 + 273\ K}\right) = 3.35 \cdot 10^{-16}$$

b) bei 800°C

$$c_L = \frac{n_V}{n} = c_{L0} \cdot \exp\left(\frac{-h_L}{k \cdot T}\right) = c_{L0} \cdot \exp\left(\frac{\frac{-0.9\, eV}{8.62 \cdot 10^{-5} eV/K}}{800 + 273\ K}\right) = 1 \cdot \exp\left(\frac{-10440\, K}{1073\ K}\right) = 5.94 \cdot 10^{-5}$$

c) Bei 20°C nach Abschrecken aus 800°C

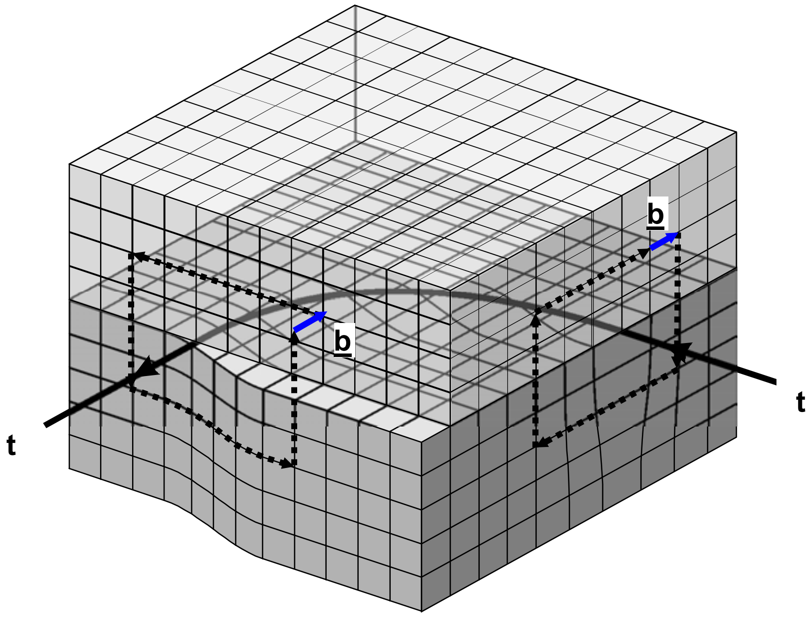
Die Leerstellen bleiben erhalten

$c_L \approx 5.94 \cdot 10^{-5}$

2 Burgersumlauf

Gegeben ist ein Ausschnitt eines Gitters mit einer Versetzungslinie.
Zeichnen Sie an der linken und an der rechten Seitenfläche des Gitters je einen **Burgersumlauf** und den **Burgersvektor** ein.

Lösung:
Der Burgersvektor wird vom Ende zum Ausgangspunkt des Burgersumlaufes gezeichnet.
Der Burgersvektor erhält die gleiche Richtung für beide Umläufe, wenn der Umlaufsinn in Bezug auf die Orientierung der Versetzungslinie gleich ist.



3 Burgersvektor

Gegeben sind die folgenden Burgersvektoren:

1. $[10\bar{1}]$ 2. $\left[\frac{1}{2}\frac{1}{2}0\right]$ 3. $[100]$ 4. $\left[\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right]$

Welche dieser Vektoren kennzeichnen *vollständige* Versetzungen

a) in einem krz-Gitter?

b) in einem kfz-Gitter?

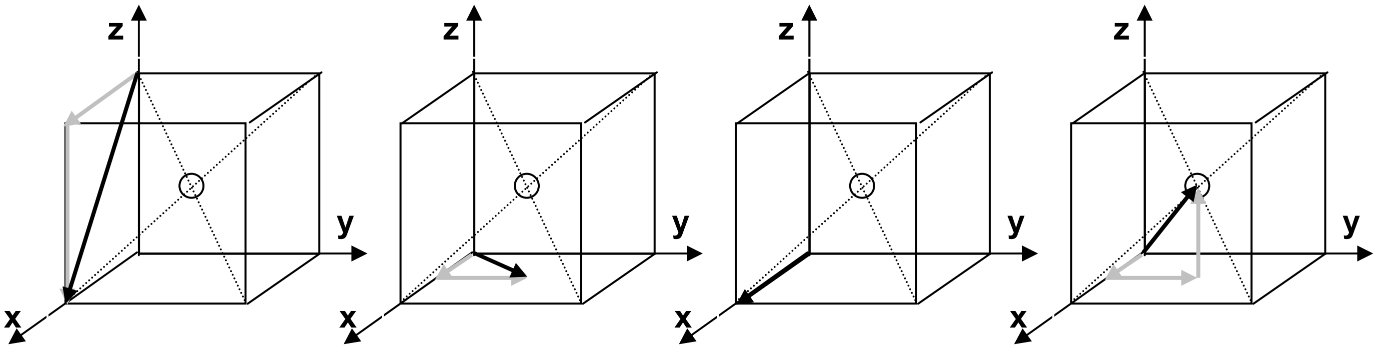
c) Welches sind die wahrscheinlichsten Burgersvektoren für die beiden Gittertypen?

Vollständige Versetzung heisst, Burgersvektor entspricht Gitterkonstanten, zeigt auf gültigen Gitterplatz.

Lösung:

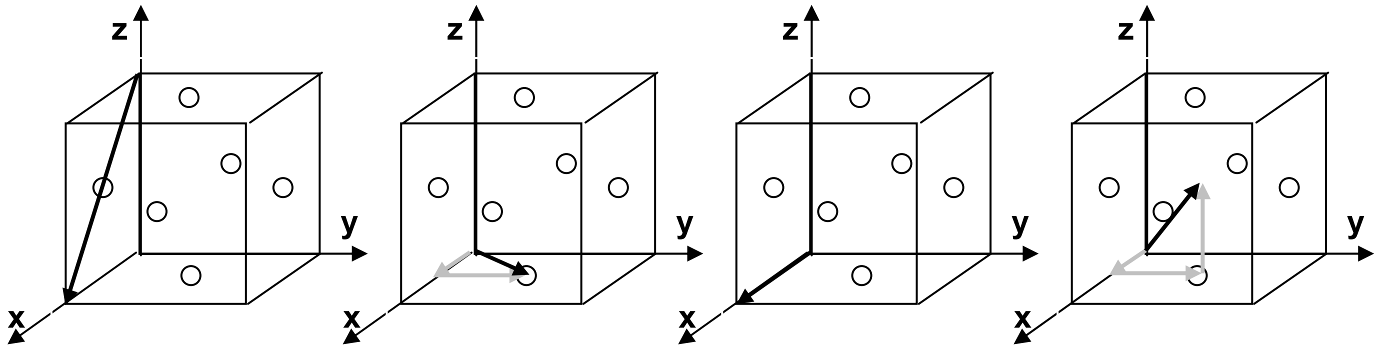
a) krz kubisch raumzentriert

	1. $[10\bar{1}]$	2. $\left[\frac{1}{2}\frac{1}{2}0\right]$	3. $[100]$	4. $\left[\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right]$
vollst.V.,	*ja*	*nein*	*ja*	*ja,*
Betrag	*1.41*	*-*	*1*	*0.87, kürzester*



b) kfz kubisch flächenzentriert

	1. $[10\bar{1}]$	2. $\left[\frac{1}{2}\frac{1}{2}0\right]$	3. $[100]$	4. $\left[\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right]$
vollst.V.	*ja*	*ja*	*ja*	*nein*
Betrag	*1.41*	*0.71, kürzester*	*1*	*-*



c) Die kürzesten Burgersvektoren sind die wahrscheinlichsten.

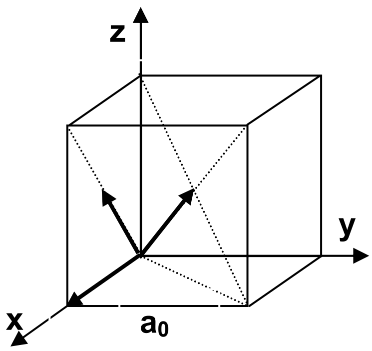
krz: Nr. 4; kfz: Nr. 2

4 Versetzungsenergien

Wie verhalten sich die Versetzungsenergien von
a) kubisch primitiven,
b) kubisch flächenzentrierten
c) kubisch raumzentrierten Gittern mit gleicher Gitterkonstante a_0?
und
d) kubisch primitiven,
e) kubisch flächenzentrierten
f) kubisch raumzentrierten Gittern mit gleichem Atomradius r?

Wie verhalten sich die Versetzungsenergien von kubisch primitiven, kubisch flächenzentrierten und kubisch raumzentrierten Gittern mit gleicher Gitterkonstante?

Lösung:
Es gilt: Versetzungsenergie ~$|\underline{b}|^2$ (Burgersvektor $\underline{b}$)
Die wahrscheinlichsten Versetzungen in den Gittern sind die kürzestmöglichen, d.h. bei gleicher Gitterkonstante a_0:



a) kubisch primitiv: $\underline{b} = a_0 \langle 100 \rangle \rightarrow |\underline{b}|^2 = a_0^2$

b) kubisch flächenzentriert kfz: $\underline{b} = \frac{a_0}{2} \langle 110 \rangle \rightarrow |\underline{b}|^2 = a_0^2 \frac{1}{2}$

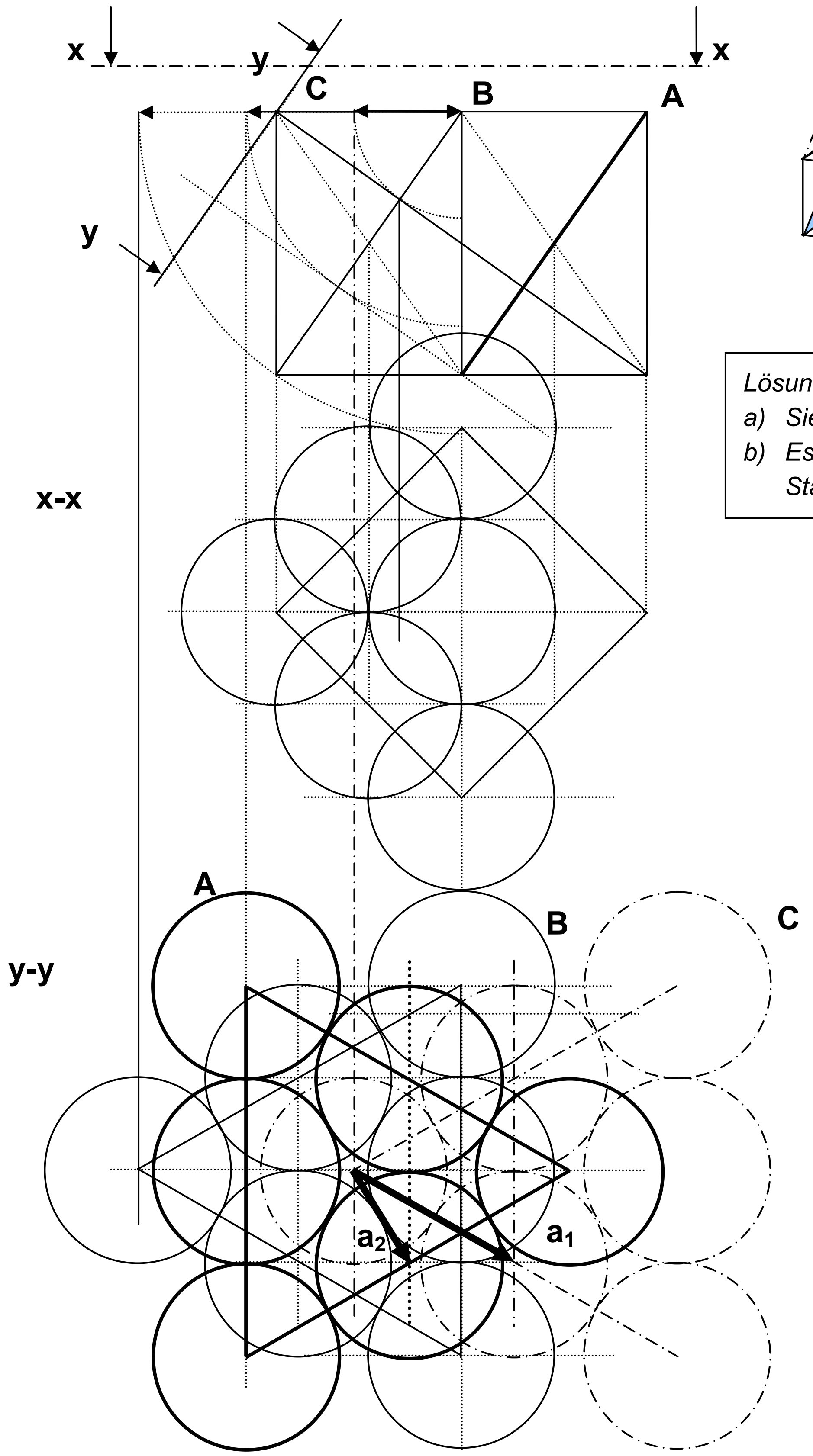
c) kubisch raumzentriert krz: $\underline{b} = \frac{a_0}{2} \langle 111 \rangle \rightarrow |\underline{b}|^2 = a_0^2 \frac{3}{4}$

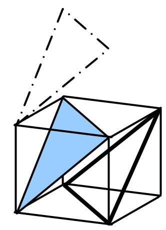
Somit verhalten sich die Versetzungsenergien wie $1 : \frac{1}{2} : \frac{3}{4}$.

Bei gleichem Atomradius r:
d), e), f) Der kürzeste Burgersvektor reicht immer von einem Atomzentrum zum Zentrum eines berührenden Nachbaratoms, es gilt also: $|\underline{b}| = 2 \cdot r \rightarrow |\underline{b}|^2 = 4 \cdot r^2$ *für alle drei Gitterformen.*

5 Teilversetzung

a) Zeichnen Sie in der Ansicht y-y eines kfz-Gitters den Burgersvektor einer vollständigen Versetzung, welche die Ebene C in sich überführt sowie den Burgersvektor einer Teilversetzung, welche C in eine Ebene A überführt.
b) Was entsteht dadurch?





Lösung

a) Siehe Grafik

b) Es entsteht ein Stapelfehler

6 Gitterbaufehler

Nennen und beschreiben Sie
a) nulldimensionale Gitterbaufehler
b) eindimensionale Gitterbaufehler
c) zweidimensionale Gitterbaufehler

Lösung:

a) Nulldimensionale Fehler sind Leerstellen und Zwischengitteratome, ebenfalls Frenkel-Defekte.

b) Eindimensionale Gitterbaufehler sind Stufen- und Schraubenversetzungen. Eine Stufenversetzung liegt dort vor, wo ein um eine Gitterkonstante abgeglittener Kristallteil auf den nicht abgeglittenen Teil stösst. Eine Schraubenversetzung liegt dort vor, wo ein parallel zu der Versetzunglinie abgeglittener Kristallteil an den nicht abgeglittenen Teil stösst.

c) Ein zweidimensionaler Gitterbaufehler ist gegeben durch
- *Stapelfehler: Die Stapelfolge ist gestört, beim krz-Gitter ABCA<u>BA</u>BC statt ABCABCABC.*
- *Kleinwinkelkorngrenzen (als Ansammlung von Versetzungen), Grosswinkelkorngrenzen und Zwillingsgrenzen.*

7 Gitterbaufehler

a) Wo lagern sich Fremdatome in Bezug auf Versetzungen bevorzugt an und warum?
b) Was ist ihre Wirkung?

Lösung

a) Gegenüber dem Grundgitter zu kleine Fremdatome (und Leerstellen) lagern sich bevorzugt auf der Druckseite von Versetzungen an, zu grosse Fremdatome und Zwischengitteratome auf der Zugseite.

b) Fremdatome behindern die Versetzungsbewegung, sie machen, dass für die plastische Verformung höhere Kräfte nötig sind.

8 Stapelfolge

Welche der folgenden Stapelfolgen kennzeichnen Stapelfehler in einem hdp-Gitter? Weshalb?

a) **ABABCBABAB** b) **ABABBABAB** c) **ABABACACAC**

Lösung:
a) und c) sind Stapelfehler
b) ist kein möglicher Stapelfehler, da beim hdp-Gitter nicht zwei gleiche Ebenen übereinander liegen können.

9 Stapelfehler und Teilversetzungen

Durch welche Kombination aus den angegebenen Versetzungen kann ein Stapelfehler in einem kfz-Gitter aufgespannt werden?

1. $\vec{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{a_0}}{\mathbf{3}}[\mathbf{110}]$ 2. $\vec{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{a_0}}{\mathbf{6}}[\bar{\mathbf{1}}\,\mathbf{2}\,\bar{\mathbf{1}}]$ 3. $\vec{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{a_0}}{\mathbf{3}}[\mathbf{00}\bar{\mathbf{1}}]$ 4. $\vec{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{a_0}}{\mathbf{6}}[\bar{\mathbf{2}}\mathbf{11}]$

Lösung:
Notwendige Bedingung ist, dass die beiden einen Stapelfehler aufspannenden Teilversetzungen zusammen eine vollständige Versetzung ergeben: $\underline{b}_1 + \underline{b}_2 = \frac{a_0}{2}\langle 110\rangle$.
Dies ist der Fall bei 2. und 4.

$$\vec{b} = \vec{b}_3 + \vec{b}_5 = \frac{a_0}{6}\left([\bar{1}2\bar{1}] + [\bar{2}11]\right) = \frac{a_0}{6}[\bar{3}30] = \frac{a_0}{2}[\bar{1}10]$$

(Nachweis, dass $\underline{b}_1$ aus einer C-Ebene eine A-Ebene macht vgl. Seminarübung 3, Aufgabe 5)

10 Stapelfehlerenergie

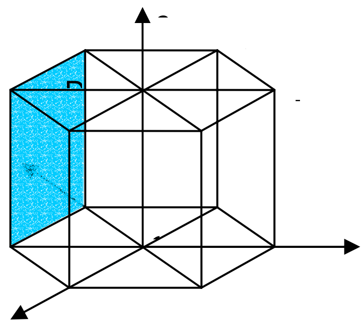
Sie wollen durch Kaltverformung (Tiefziehen) aus Blech Behälter herstellen.

- Bevorzugen Sie dafür ein Material mit hoher oder niedriger Stapelfehlerenergie und warum?

Lösung
Je kleiner die Stapelfehlerenergie eines Materials, umso ausgedehnter sind die Stapelfehler, umso stärker die Behinderung der Versetzungen am Gleiten, das heisst grössere Verfestigung durch die Kaltverformung. Dadurch ist das Fliessen des Materials gleichmässiger verteilt, Lokalisierung von Fliesszonen mit Rissbildung wird vermieden.

11 Miller-Bravais-Indizes

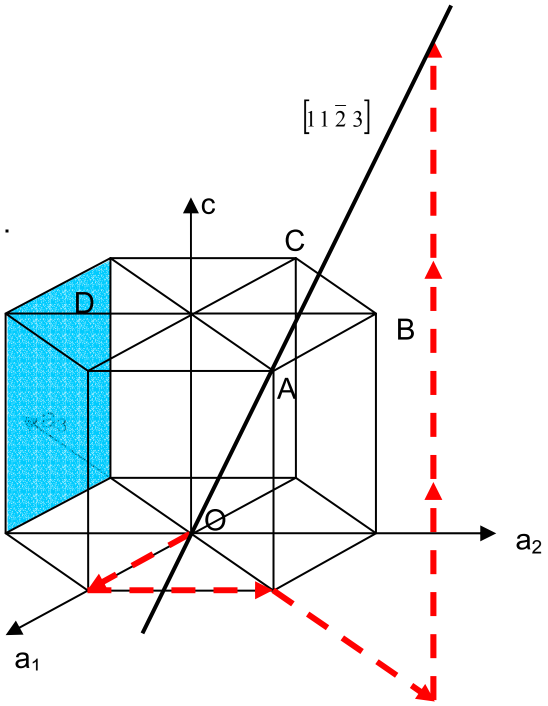
a) Zeichnen Sie im untenstehenden Bild die Gerade $\left[1\,1\,\bar{2}\,3\right]$
b) Zeichnen Sie im untenstehenden Bild die Ebene $(1\;0\;\bar{1}\;1)$
c) Geben Sie die Koordinaten der Ebene D im dreiachsigen und im vierachsigen System an.
d) Geben Sie die Richtungen O-A, O-B. O-C im dreiachsigen und im vierachsigen System an.



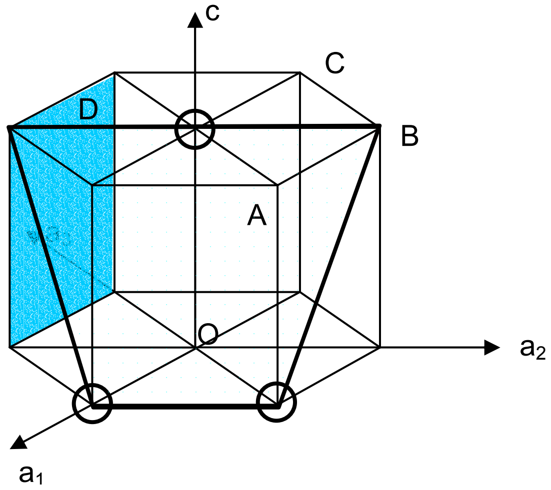
Lösung (Hinweis: Kerninformationen, Formeln linke Spalte: Es muss heissen: $z = n \cdot z'$ *)*

1. *Angegebene Abfolge von Schritten von der Länge der jeweiligen Gitterkonstanten in den 4 Achsrichtungen. Lösung: Ausgezogene Linie oder Parallele zu dieser durch einen Gitterpunkt.*
2. *Ebene* $(1\;0\;\bar{1}\;1)$*: Dies sind die reziproken Werte der Achsabschnitte. Davon die reziproken Werte:*
   $\left(\frac{1}{1}\right),\left(\frac{1}{0}\right),\left(\frac{\bar{1}}{1}\right),\left(\frac{1}{1}\right)$ *sind wieder die Achsabschnitte:* $\Rightarrow \quad 1,\ \infty,\ -1,\ 1$

1.



2.



3. *Koordinaten einer Ebene sind die reziproken Werte der Achsabschnitte.*

   3-achsiges System: $\infty, -1, \infty \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\infty}, \frac{1}{-1}, \frac{1}{\infty} \Rightarrow$ *Koordinaten der Ebene D:* $(0\,\bar{1}\,0)$

   4-achsiges System: $\infty, -1, 1, \infty \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\infty}, \frac{1}{-1}, \frac{1}{1}, \frac{1}{\infty} \Rightarrow$ *Koordinaten der Ebene D:* $(0\,\bar{1}\,1\,0)$

4. *Koordinaten von Geraden: 3-achsig: Vektor vom Ursprung zum gewünschten Punkt in die Achsrichtungen zerlegen, mit den Gitterkonstanten in den jeweiligen Richtungen messen. 4-achsig: Aus 3-achsigem System umrechnen.*

Richtungen 3-achsig: $[u'\ v'\ w']$	*Mit den Umrechnungen*	*und Skalierungsfaktor n=3 gewählt:* *Richtungen 4-achsig:* $[u\ v\ t\ w]$
O-A: $[1\,1\,1]$ *O-B:* $[0\,1\,1]$ *O-C:* $[\bar{1}\,0\,1]$	$x_1 = \frac{n}{3}(2x_1' - x_2')$ $x_2 = \frac{n}{3}(2x_2' - x_1')$ $x_3 = -\frac{n}{3}(x_1' + x_2') = -(x_1 + x_2) \Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 0$ $z = n \cdot z'$	*mit n=3:* *O-A:* $[1\,1\,\bar{2}\,3]$ *O-B:* $[\bar{1}\,2\,\bar{1}\,3]$ *O-C:* $[\bar{2}\,1\,1\,3]$