Werkstoffe und Fertigung I
Prof.Dr. K. Wegener

Wintersemester 2006/07

Name	
Vorname	
Legi-Nr.	

Übung 5
Erstarrung, Elastizität

Musterlösung

Ausgabe: 05.01.2007

Abgabe: 05.01.2007

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung, ETH Zentrum
Übungsassistenz: Willi Müller, CLA F21.1, wm@iwf.mavt.ethz.ch

Lernziele

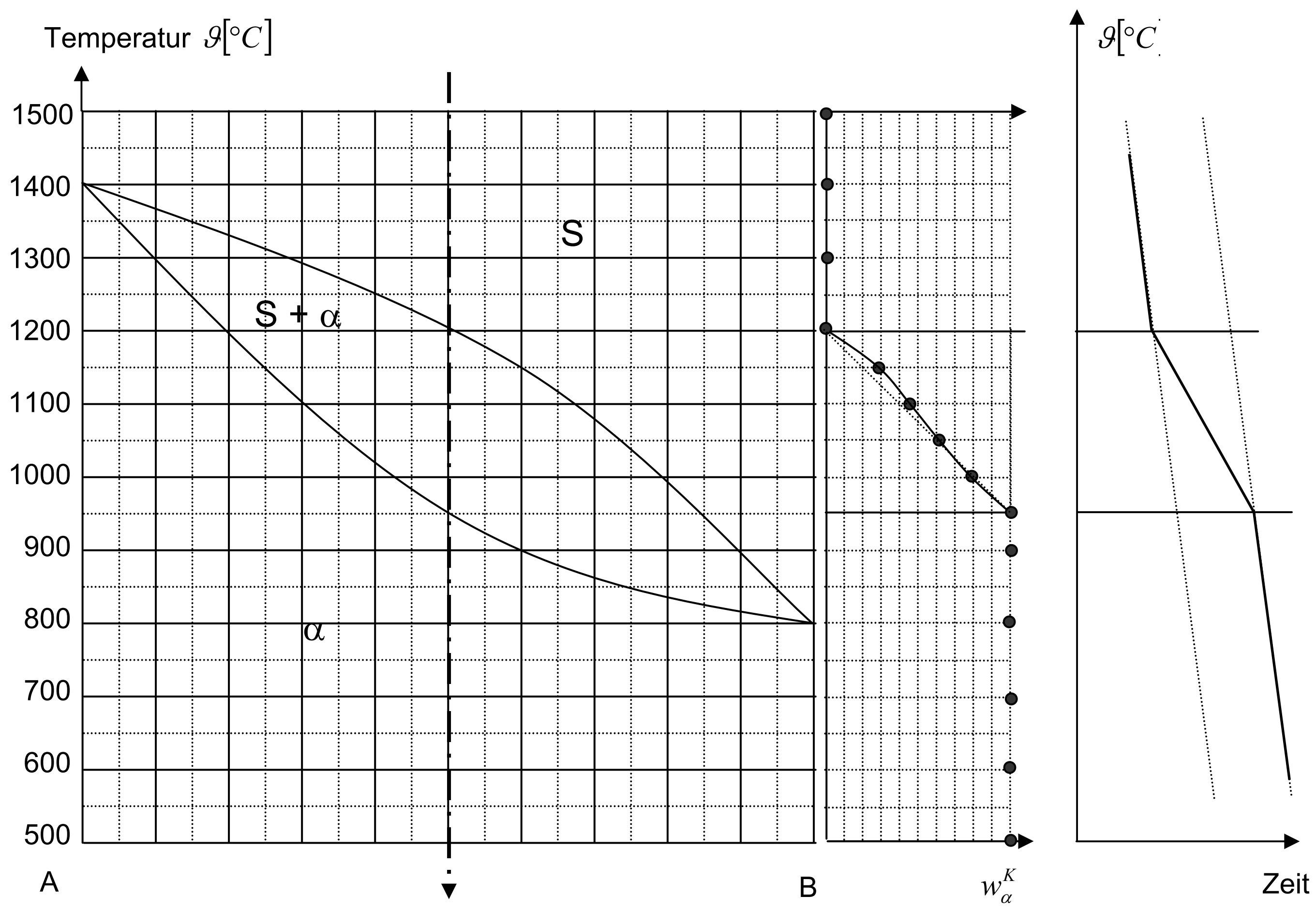
Werkstoffe und Fertigung I, Kap. 4, Kap. 5

Kerninformationen

1 Abkühlungskurve mit Erstarrung

Die gezeichnete Abkühlungskurve gilt, wenn bei über der Temperatur konstanter Wärmekapazität ein konstanter Wärmestrom (Wärmemenge pro Zeit) abgeführt wird und im Bereich der Erstarrung (Knickpunkt) pro Zeit und Temperaturintervall eine konstante Menge Schmelze erstarrt. Damit ist die eingetragene Erstarrungswärme (Schmelzwärme), die man auch als Wärmetönung bezeichnet, zeitlich konstant. Diese Bedingung ist im nachstehenden Diagramm einigermassen erfüllt, wie der Kurvenverlauf $w_\alpha^K(\vartheta)$ zeigt. Es kommt kein verzögerter Erstarrungsbeginn mit Unterkühlung vor.

Abweichungen von diesen Bedingungen geben der Abkühlungskurve eine andere Form.



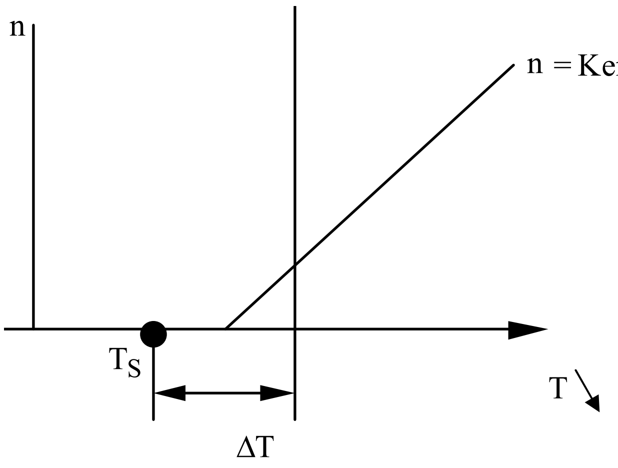
2 Erstarrung

Damit sich aus der Schmelze Keime bilden können (homogene Keimbildung), braucht es eine Unterkühlung ΔT unterhalb der Schmelztemperatur. Liegen Fremdkeime, d.h. feste Partikel in der Schmelze bereits vor, läuft die Erstarrung bereits bei höheren Temperaturen ab (heterogene Keimbildung). Die bei der Erstarrung frei werdende Schmelzwärme verzögert die Temperaturabnahme.

3 Keimbildung und Korngrösse

- Korngrösse = *f*(Keimzahl) = *f*(Unterkühlung ΔT) = *f*(Abkühlungsgeschwindigkeit)

Das heisst: Je grösser die Abkühlungsgeschwindigkeit, umso grösser ist die Unterkühlung, umso grösser ist die Anzahl der Keime, umso kleiner sind die Körner.



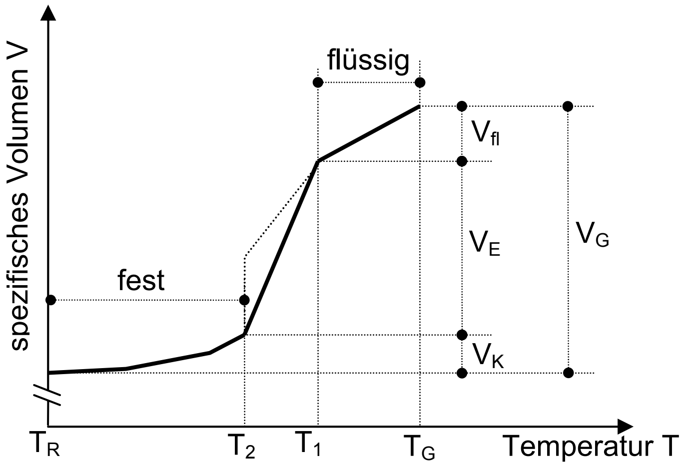
4 Giessen, Schwindung

Beim Übergang der Schmelze zum ausgekühlten Gusskörper treten 3 charakteristische Schwindungen, d.h. Volumenabnahmen mit den entsprechenden Längenabnahmen (lineare Schwindung), auf:

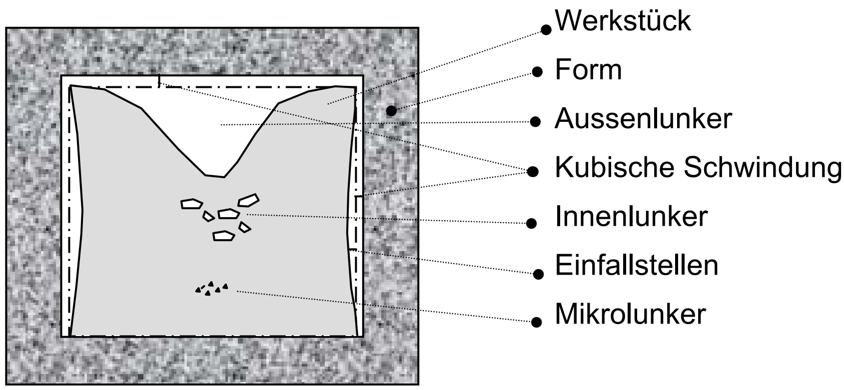
- flüssige Schwindung V_{fl}: Volumenabnahme bei der Abkühlung der Schmelze von der Giesstemperatur T_G bis T_1.
- Erstarrungsschwindung V_E: Volumenabnahme bei der Erstarrung, zwischen T1 und T2.
  Reine Stoffe: T_1=T_2=T_S= Schmelztemperatur
  Eutektische Legierung: T_1=T_2=T_e= eutektische Temperatur.
- Kubische Schwindung V_K: Volumenabnahme bei der Abkühlung des Festkörpers von T_2 bis Raumtemperatur.

Die gesamte Volumenkontraktion V_G ist die Summe der einzelnen Schwindungen:

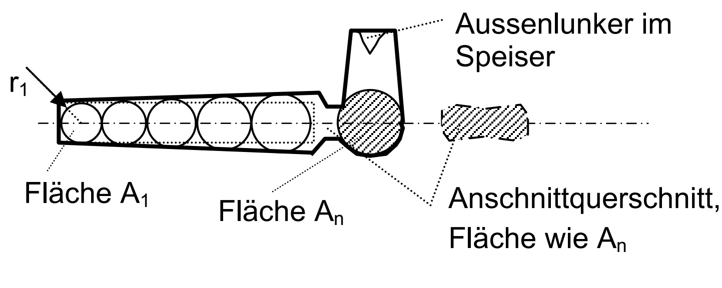
$$V_G = V_{fl} + V_E + V_K$$



Verursacht durch diese Schwindungen können am fertigen Teil Materialdefizite auftreten in Form von Aussenlunkern, Innenlunkern (inkl. Mikrolunkern) und Einfallstellen und wegen der kubischen Schwindung. Um letztere zu kompensieren, muss das Modell und die damit hergestellte Gussform mit einem *Aufmass* hergestellt werden.



Zur Vermeidung von Lunkern muss das Gussstück bis zur vollständigen Erstarrung mit Schmelze versorgt werden. Zu diesem Zweck wird das Gussstück um sogenannte Speiser, auch Steiger genannt, künstlich erweitert. Diese und die Verbindungen zum eigentlichen Werkstück müssen langsamer erstarren als das Werkstück selber. Damit der Zugang für die Schmelze auch innerhalb des Werkstückes nicht abgeschnitten wird, müssen die Querschnitte des Gussteiles gegen die Steiger hin grösser werden. Nach der *Heuvers'schen Kreismethode* werden Kreise derart aneinandergereiht, dass $r_{i+1} / r_i = \sqrt{k_h}$. k_h ist der Heuversfaktor. $2 \cdot r_1$ entspricht der minimalen Wandstärke. k_H nimmt für verschiedene Gusswerkstoffe unterschiedliche Werte an.



Eisengusswerkstoff	Heuversfaktor k_H
Gusseisen, lamellar	1.0 bis 1.1
Gusseisen, globular	1.1 bis 1.2
Temperguss, weiss	1.2 bis 1.3
Stahlguss	1.3 bis 1.5

Die Erstarrungszeit t eines Gussstückes kann mit der *Formel von Chvorinov* bestimmt werden:

$$t = k_{ch} \cdot M^2$$

Darin ist der Erstarrungsmodul M=(Volumen/Oberfläche) das Verhältnis des Gussstückvolumens zu der wärmeabführenden Gussoberfläche. k_{ch} ist die *Chvorinovsche Konstante* und ist werkstoff-, temperatur- und formstoffabhängig.

5 Freischneiden

Wenn die im Innern eines Werkstückes wirkenden Kräfte interessieren, kann man einen gedanklichen Schnitt durch das Werkstück ausführen und dadurch ein Werkstückteil abtrennen. Die an der Schnittfläche des verbleibenden Teiles wirkenden Kräfte entsprechen im Gleichgewichtsfall den äusseren Kräften am abgeschnittenen Teil und halten den äusseren Kräften am verbleibenden Teil Gleichgewicht.

1 Abkühlungskurve

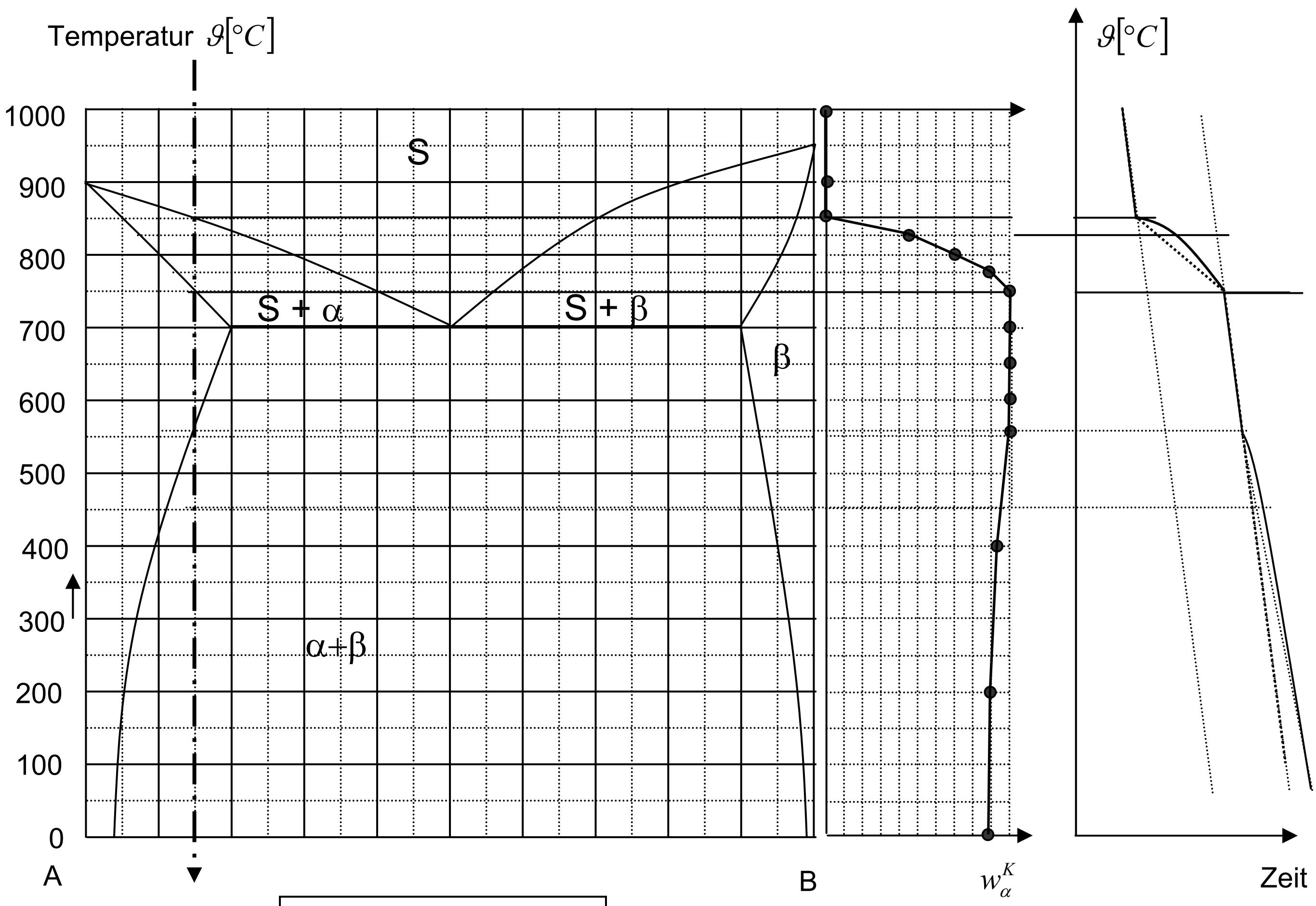
Gegeben ist ein Zweistoffsystem A-B mit Eutektikum.

a) Ermitteln Sie für die Legierung K ($w_B^K = 15\%$) mit Hilfe des Hebelgesetzes den Erstarrungsverlauf S→α, d.h. den Anteil an erstarrtem α-Mischkristall w_α^K, sowie den verbleibenden Anteil an α nach Sekundärausscheidung von β.

b) Zeichnen Sie die vereinfachte, abschnittweise geradlinige Abkühlungskurve.

c) Zeichnen Sie qualitativ eine Abkühlungskurve, welche berücksichtigt, dass die Erstarrung nicht gleichmässig über den Temperaturverlauf stattfindet.

Lösung



a) Hebelgesetz:
w_α^K =
850°C: 0%
825°C: 46%
800°C: 72%
775°C: 79%
<u>750°C: 100%</u>
560°C: 100%
400°C: 93%
200°C: 90%
0°C: 88%

2 Abkühlungskurve mit Unterkühlung

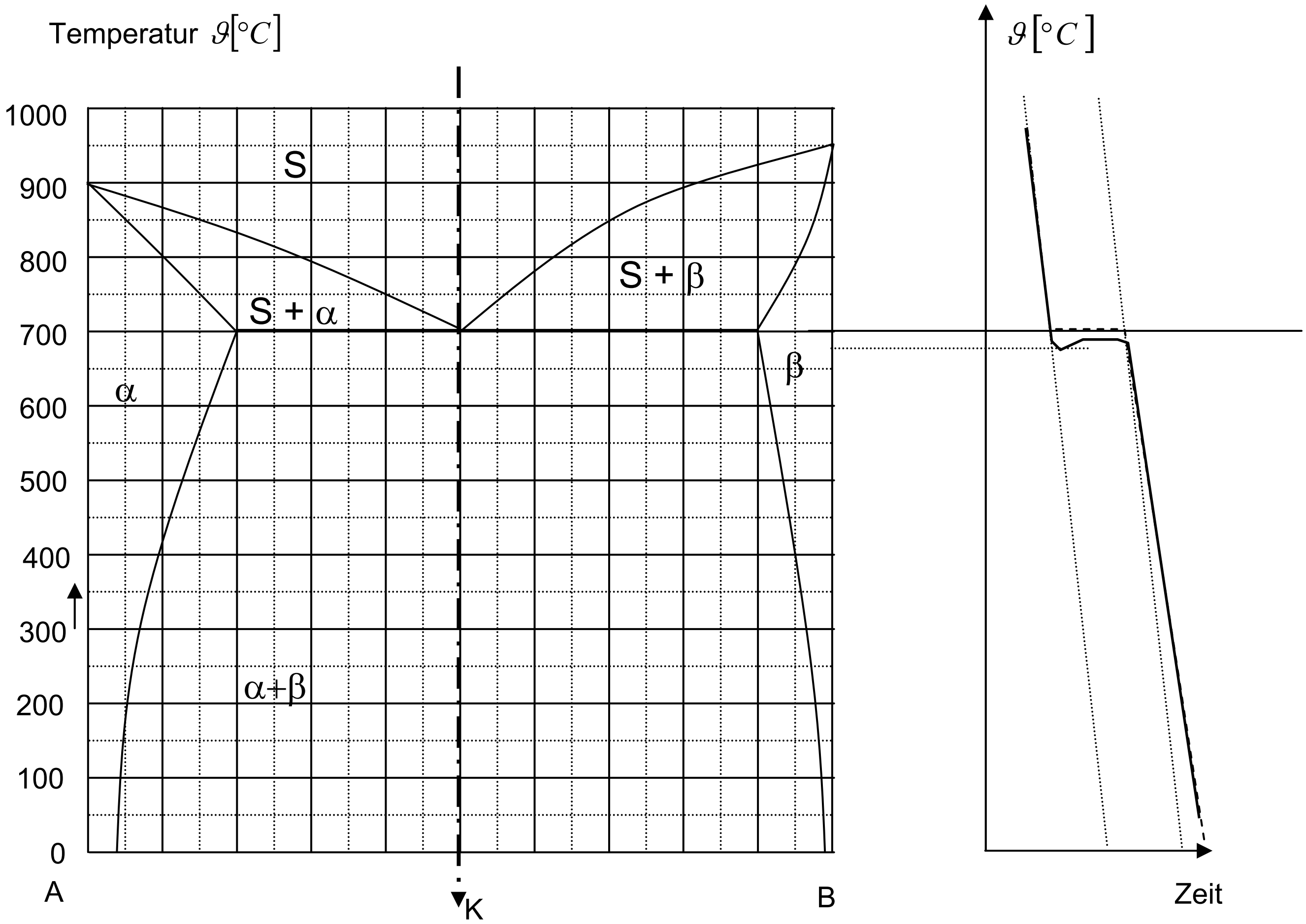
Gegeben ist ein Zweistoffsystem A-B mit Eutektikum.

d) Zeichnen Sie für die eutektische Legierung K ($w_B^K = 50\%$) die vereinfachte, abschnittweise geradlinige Abkühlungskurve.

e) Zeichnen Sie qualitativ eine Abkühlungskurve, welche berücksichtigt, dass die Erstarrung erst bei einer Unterkühlung von 25°C startet.

Lösung

Vgl. Graphik. Die Erstarrung der unterkühlten Schmelze läuft schneller ab als im Gleichgewichtsfall, dies führt zu einem Wiederanstieg der Temperatur.



3 Nichtgleichgewichtserstarrung, Kristallseigerung

Gegeben das Zustandsdiagramm des Zweistoffsystems Cu-Ni. Eine Legierung K mit 45% Ni wird so schnell abgekühlt, dass der Konzentrationsausgleich zwischen den einzelnen erstarrten Körnern behindert ist und dass die Erstarrung als Nichtgleichgewichtsvorgang erst bei $\vartheta = 1200°C$ abgeschlossen ist. Eine Unterkühlung der Schmelze finde nicht statt.

Fragen / *Lösung*

a) Bei welcher Temperatur ϑ_A beginnt die Erstarrung? / $\vartheta_A = 1300°C$

b) Wie gross ist die Nickelkonz. $w_{Ni}^{\alpha A}$ der ersten ausgeschiedenen Kristallite? / $w_{Ni}^{\alpha A} = 57\%$

c) Wie gross ist die Nickelkonz. $w_{Ni}^{\alpha E}$ der zuletzt ausgeschiedenen Kristallite? / $w_{Ni}^{\alpha E} = 28\%$

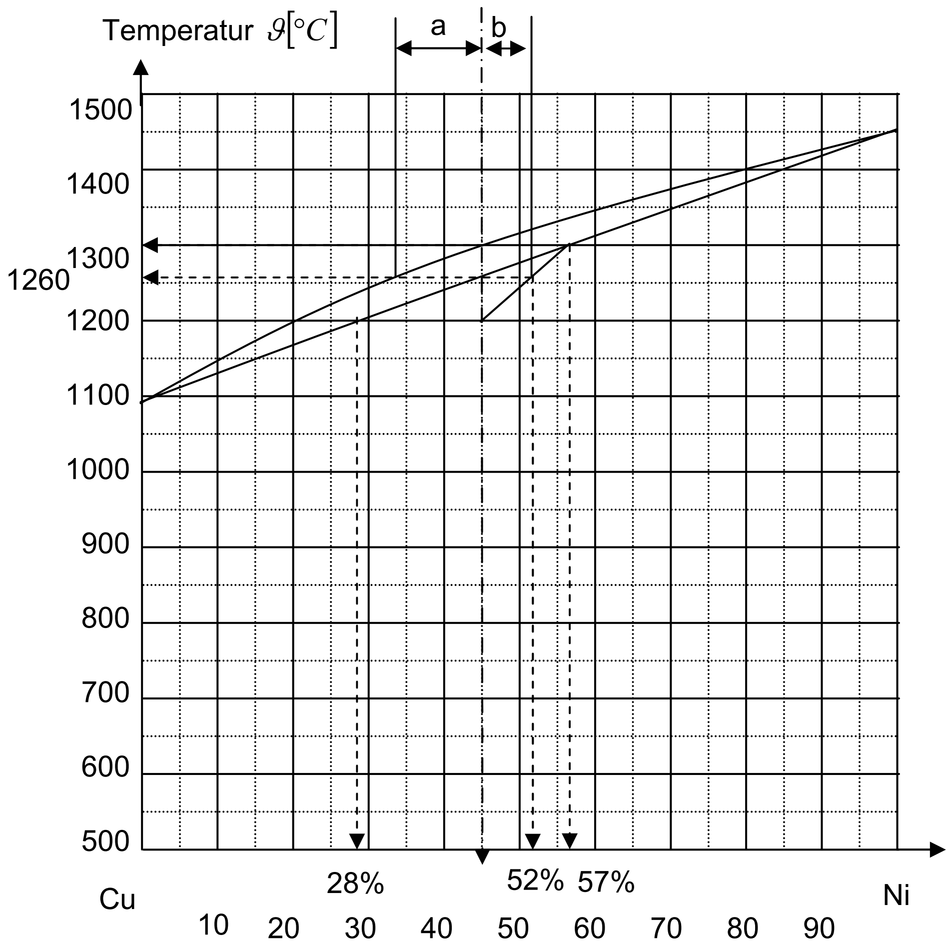
d) Zeichnen Sie die scheinbare Soliduslinie, welche zu jeder Temperatur die mittlere Konzentration der festen Anteile angibt, als Gerade. / *s. Graphik*

e) Bei welcher Temperatur ϑ_{GE} wäre die Erstarrung im Gleichgewichtsfall zu Ende? / $\vartheta_{GE} = 1260°C$

f) Wie gross ist bei dieser Temperatur ϑ_{GE} im Falle der Nichtgleichgewichtserstarrung die mittlere Ni-Konzentration der erstarrten Masse? / $w_{Ni}^{\alpha MGE} = 52\%$

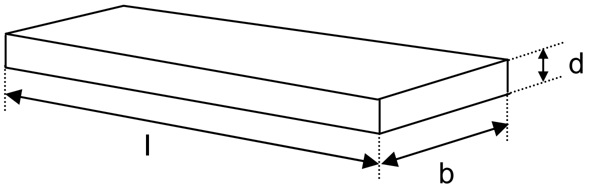
g) Wie gross ist bei dieser Temperatur der Anteil der Schmelze an der Legierung w_S^K ? /

$$w_S^K = \frac{b}{a+b} = \frac{6.5}{11.5+6.5} = 36\%$$



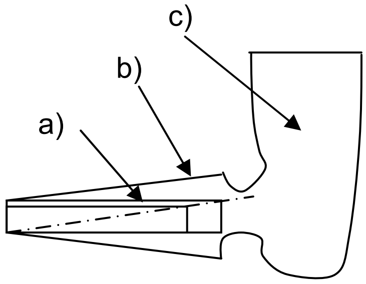
4 Giessen, Schwindung

Es ist eine Platte der Länge l= 500 mm, der Breite b = 200 mm und der minimalen Wandstärke d = 20 mm in Stahlguss herzustellen. (Lineares Schwindmass für die Abkühlung des festen Körpers: 2%)

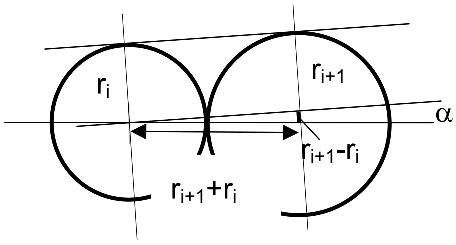


Bestimmen Sie die maximale Wandstärke nach der Heuvers'schen Kreismethode.
Bestimmen Sie nach der Formel von Chvorinov das Volumen eines zylindrischen Steigers, welcher eine um 20% grössere Abkühlzeit als die Platte hat.

Lösung
a) Bestimmung der minimalen Wandstärke des Modells, um die feste Schwindung zu kompensieren:
Nach der Erstarrung, bei Abkühlung auf Raumtemperatur, tritt die kubische Schwindung (Volumen) auf, in jeder Dimension durch das lineare Schwindmass beschrieben. Die Gussform und das Modell müssen mit Aufmass hergestellt werden. Lineares Schwindmass: 2%
Minimale Dicke des Gussmodells: d_{min} = 20mm*1.02=20.4 mm
Länge des Modells: l_m = 500*1.02=510 mm
Breite des Modells: b_m = 200*1.02=204 mm



b) Bestimmung der maximalen Wandstärke des Modells: d_{max}:
Heuversfaktors für Stahlguss k_H= 1.3 … 1.5; *Annahme* $k_H = 1.4$
Kreisradienverhältnis $r_{i+1}/r_i = \sqrt{k_h} = 1.18$
$\Rightarrow r_i = 20.4; 24.13; 28.56; ...$ *Berechnung des Steigungswinkels:*



$$\sin\alpha = \frac{r_{i+1}-r_i}{r_{i+1}+r_i} = \frac{\sqrt{k_H}-1}{\sqrt{k_H}+1} = \frac{0.18}{2.18} = 0.0826 \rightarrow \alpha = 4.74°$$

Plattendicke am Ende $d_{max} = d_{min} + l_m \cdot 2 \cdot tg\alpha = 20.4 + 510 \cdot 2 \cdot 0.0829 = 105\,mm$

Mittlere Plattendicke $d_m = \frac{d_{max}+d_{min}}{2} = \frac{20.4+105}{2} = 62.7\,mm$

c) Bestimmung des Volumens eines zylindrischen Speisers (Steiger)

Plattenvolumen Modell $V_p = l_m \cdot b_m \cdot d_m = 510 \cdot 204 \cdot 62.7 = 6.52 \cdot 10^6 \, mm^3$

Plattenoberfläche

$$A_p = 2 \cdot (l_m \cdot b_m + l_m \cdot d_m + b_m \cdot d_m) = 2 \cdot (510 \cdot 204 + 510 \cdot 62.7 + 204 \cdot 62.7) = 0.298 \cdot 10^6 \, mm^2$$

Modul Platte : $M_p = \dfrac{V_p}{A_p} = \dfrac{6.52 \cdot 10^6 \, mm^3}{0.298 \cdot 10^6 \, mm^2} = 21.9 \; mm$

Speiservolumen $V_S = D_S^{\,2} \cdot \dfrac{\pi}{4} \cdot H$

Speiseroberfläche $A_S = D_S \cdot \pi \cdot H + 2 \cdot D_S^{\,2} \cdot \dfrac{\pi}{4} =$

Modul Speiser $M_S = \dfrac{1}{\dfrac{4}{D_S} + \dfrac{2}{H}} \quad \Rightarrow \quad H = \dfrac{2}{\dfrac{1}{M_S} - \dfrac{4}{D_S}}$

Grenzwerte für sehr hohe/sehr dicke Speiser:

$$H = \infty \quad \Rightarrow \quad M_S = \frac{D_S}{4}; \qquad D_S = \infty \quad \Rightarrow \quad M_S = \frac{H}{2}$$

*Abkühlbedingung: Erstarrungszeit Speiser = 1.2 * Erstarrungszeit Platte, daraus folgt der Speisermodul:*

$$t_S = k_{ch} \cdot M_S^{\,2} = 1.2 \cdot t_p = 1.2 \cdot k_{ch} \cdot M_p^{\,2} \quad \Rightarrow \quad M_S = \sqrt{1.2} \cdot M_p = 1.1 \cdot 21.7 \; mm = 23.9 \; mm$$

Empfehlung: Speiserdurchmesser $D_S = d_{\max} \cdot \sqrt{k_h} = 105 mm \cdot 1.18 = 123.9 mm$

Höhe des Speisers:

$$M_S = \frac{1}{\dfrac{4}{D_S} + \dfrac{2}{H}} \quad \Rightarrow H_S = \frac{2}{\dfrac{1}{M_S} - \dfrac{4}{D_S}} = \frac{2}{\dfrac{1}{23.9 mm} - \dfrac{4}{123.9}} = 209 \, mm$$

Speiserdimensionen Durchmesser, Höhe: $\underline{D_S = 124 \; mm; \; H_S = 209 \, mm}$

Volumen des Speisers:

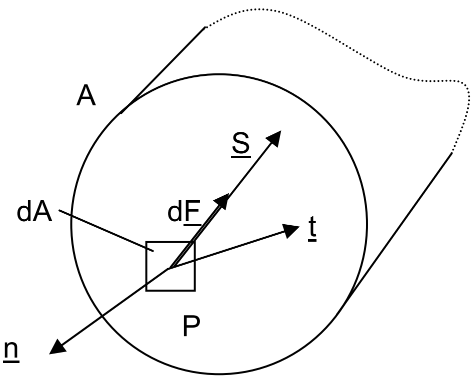
$$V_S = D_S^{\,2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot H = 124^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 209 = \underline{2.52 \cdot 10^6 \, mm^3}$$

Bemerkung

Das Gussstück weicht prozessbedingt stark von der gewünschten Form ab. Einige mögliche Massnahmen:

- *Spanende Nachbearbeitung (z.B. Fräsen)*
- *Abkühlung durch entsprechende Gestaltung der Form betreffend Wärmeleitfähigkeit steuern.*
- *Werkstoff mit kleinerem Heuversfaktor wählen.*
- *Speiser zentral anbringen.*

5 Elastizität - Freischneiden



Am Flächenelement dA eines Schnittes durch den Punkt P wirke die elementare Kraft d$\underline{F}$, welche die Spannung $\underline{S}$ erzeugt.
$\underline{S}$ bewirkt die Normalspannung σ = 200 MPa in Richtung Normaleneinheitsvektor $\underline{n}$
und die Tangentialspannung τ = 100 MPa in Richtung des tangentialen Einheitsvektors $\underline{t}$.

a) Schreiben Sie die Spannungskomponenten $\underline{S}_n$ und $\underline{S}_t$ an.
b) Wie gross sind $\underline{S}$ und $|\underline{S}|$?

a) $\underline{S}_n = \sigma \cdot \underline{n}$; $\underline{S}_t = \tau \cdot \underline{t}$

b) $\underline{S} = \underline{S}_n + \underline{S}_t$

$$|\underline{S}| = \sqrt{\underline{S}_n^2 + \underline{S}_t^2} = \sqrt{\sigma^2 \cdot \underline{n}^2 + \tau^2 \cdot \underline{t}^2} = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} = \sqrt{200^2 + 100^2} = 224\,MPa$$