

Werkstoffe und Fertigung II  
Prof.Dr. K. Wegener

Sommersemester 2007

Name	
Vorname	
Legi-Nr.	

# Übung 11

## Physikalische Eigenschaften der Metalle

---

### Musterlösung

Ausgabe: 29.05.2007

Abgabe: 31.05.2007

**Lernziele**

- Werkstoffe und Fertigung, Kap. 20

**Kerninformationen****1 Wärmekapazität**

Als spezifische Wärmekapazität bezeichnet man die Wärmemenge, die zur Erwärmung einer bestimmten Menge einer Substanz um ein Grad Celsius oder Kelvin erforderlich ist. Die Menge kann in mol, g oder kg gemessen sein. Bezogen auf mol heisst sie Molwärme.

$$\text{Spezifische Wärmekapazität } C_p = \frac{\text{Molwärme}}{\text{Molmasse}}$$

$$dH = C_p \cdot dT$$

Dabei ist H die Enthalpie, T die Temperatur.

Stoff	Spez. Wärmekapazität $C_p$ [J/kgK]
Al Aluminium	920
Cu Kupfer	380

**2 Wärmestrom, Wärmestromdichte**

Die Wärmemenge  $dQ$ , die pro Zeiteinheit  $dt$  durch eine Kontrollfläche hindurchtritt, bezogen auf diese Zeit, wird Wärmestrom  $\dot{Q}$  genannt. Die Wärmestromdichte  $\dot{q}$  ist der Wärmestrom pro Flächeneinheit der Kontrollfläche A:

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} \quad \dot{q} = \frac{d\dot{Q}}{dA}$$

**3 Wärmeleitungsgleichung**

Die Wärmestromdichte ist proportional zum Temperaturgefälle und zum Wärmeleitkoeffizienten, welcher die Materialeigenschaften charakterisiert:

$$\dot{q} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}; \quad [\lambda] = \frac{W}{m \cdot K}$$

**4 Elektrischer Strom und Spannung**

Das Ohmsche Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen der Spannung U und dem fließenden Strom I.

$$U = R \cdot I$$

Der Widerstand R des Leiters ist abhängig von Material und Geometrie: Proportional zu der Leiterlänge L und zum spezifischen Widerstand  $\rho$ , umgekehrt proportional zu der Querschnittsfläche A. (Mit der Stromdichte j, der spezifischen elektrischen Leitfähigkeit  $\chi$ , der elektrischen Feldstärke E.)

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A}$$

$$\underline{j} = \chi \cdot \underline{E}$$

$$\chi = \frac{1}{\rho}$$

## 5 Elektrische Leistung:

$P = U \cdot I$ , Momentanwerte oder Gleichstrom-/Spannungswerte oder Effektivwerte  
(Phasenverschiebung=0)

## 6 Magnetismus

$$H = \frac{N \cdot I}{L}$$

H: Magnetische Feldstärke; N: Windungszahl; I: Stromstärke; L: Spulenlänge

Kraftwirkung:

$$d\underline{F} = I \cdot (d\underline{r} \times \underline{B}), \text{ Beträge: } F = I \cdot \Delta r \cdot B:$$

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$$

B: Magnetische Induktion,  $\mu_0$ : magnetische Feldkonstante.  $\mu_r$  magn. Permeabilitätszahl

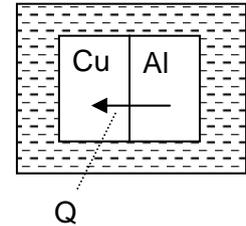
# 1 Wärmekapazität

---

Sie bringen 1 kg Kupfer von  $T_{Cu} = 15\text{ °C}$  und 1 kg Aluminium von  $T_{Al} = 80\text{ °C}$  in Kontakt, gegen die Umgebung thermisch isoliert. Welche Temperatur stellt sich nach längerer Zeit ein?

Lösung

$$dH = C_p \cdot dT$$



Die Enthalpieänderung entsteht durch einen Wärmefluss, es wird keine Arbeit geleistet.

Die Wärmemenge  $Q$  fließt vom Körper höherer Temperatur zum kälteren.

$$\Delta Q = C_p \cdot \Delta T \Rightarrow m_{Al} \cdot C_{pAl} \cdot (T_{Al} - T_x) = m_{Cu} \cdot C_{pCu} \cdot (T_x - T_{Cu})$$

$$T_x = \frac{C_{pAl} \cdot T_{Al} + C_{pCu} \cdot T_{Cu}}{C_{pAl} + C_{pCu}} = \frac{920 \cdot 80 + 380 \cdot 15 \text{ [J/kgK][°C]}}{920 + 380 \text{ [J/kgK]}} = 61\text{ °C}$$

# 2 Wärmeleitung

---

Ein Behälter aus Eisen mit der Wandstärke 10 mm hat auf der Innenseite eine Temperatur von  $T_i = 90\text{ °C}$ , auf der Aussenseite  $T_A = 20\text{ °C}$ . Wie gross ist der Wärmeverlust pro Stunde, wenn die Behälteroberfläche  $2\text{ m}^2$  beträgt? Näherung: Eindimensionaler Wärmefluss.

Wärmeleitkoeffizient Eisen:  $\lambda = 76 \text{ [W/mK]}$

Lösung

$$\text{Wärmestromdichte} \quad \dot{q} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx} = 76 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \cdot \frac{(90 - 20)\text{ °C}}{0.01\text{ m}} = 532000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Wärmestrom} \quad \dot{Q} = \dot{q} \cdot A = 532 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} \cdot 2\text{ m}^2 = 1064\text{ kW} = 1064 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}$$

$$\begin{aligned} \text{Wärmeverlust} \quad Q_x &= \dot{Q} \cdot t_x = 1064 \frac{\text{kJ}}{\text{s}} \cdot 1\text{ h} \cdot 3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} = 3.8304 \cdot 10^6 \text{ kJ} \\ &= 1064\text{ kW} \cdot 1\text{ h} = 1064\text{ kWh} \end{aligned}$$

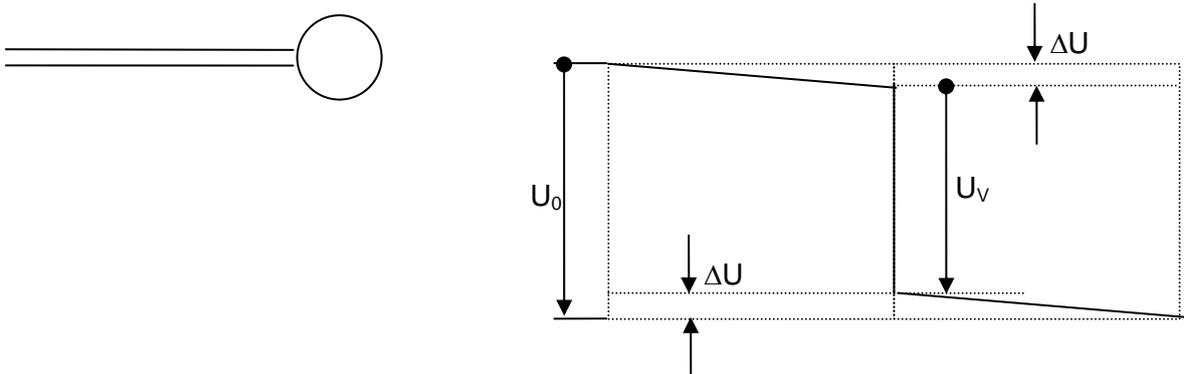
Anmerkung: Kantenlänge  $a$  eines Würfels mit  $2\text{ m}^2$  Oberfläche:  $6 a^2 = 2\text{ m}^2 \rightarrow a = 0.58\text{ m}$

### 3 Ohmscher Widerstand

Über ein Anschlusskabel von 25 m Länge aus Kupfer, Aderquerschnitt  $1.5 \text{ mm}^2$ , wird ein Verbraucher betrieben, der einen Strom von 10 A bei einer Spannung von 230 V fließen lässt. Spezifischer el. Widerstand von Cu:  $\rho = 1.70 \cdot 10^{-8} \text{ Ohm} \cdot \text{m}$

- Wie gross ist die Leistung des Verbrauchers?
- Wie gross ist der Spannungsabfall im Kabel (1 Ader)?
- Wie gross ist die Verlustleistung im Kabel (2 Adern)?
- Wie gross ist die elektrische Feldstärke?
- Wie gross ist die Stromdichte?
- Wie gross ist die spezifische el. Leitfähigkeit?

Lösung



a) *Leistung des Verbrauchers:*  $P = U_V \cdot I = 230 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} = 2300 \text{ W}$

b) *Spannungsabfall im Anschlusskabel:*

*Ohmscher Widerstand des Anschlusskabels (1 Ader):*

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A} = 1.70 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \cdot \frac{25 \text{ m}}{1.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 0.283 \Omega$$

*Spannungsabfall:*  $\Delta U = R \cdot I = 0.283 \Omega \cdot 10 \text{ A} = 2.83 \text{ V}$

→damit  $U_V = 230 \text{ V}$ , muss gelten:  $U_0 = 230 + 2 \cdot 2.83 \text{ V} = 235.66 \text{ V}$

c) *Verlustleistung im Kabel (2 Adern):*

$$P = 2 \cdot \Delta U \cdot I = 2 \cdot 2.83 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} = 56.6 \text{ W}$$

(oder direkt:  $P = 2 \cdot I^2 \cdot R$ )

d) *Elektrische Feldstärke im Kabel:*  $E = \frac{dU}{dl} = \frac{\Delta U}{l} = \frac{2.83 \text{ V}}{25 \text{ m}} = 0.113 \text{ V/m}$

e) *Stromdichte*

$$j = \frac{I}{A} = \frac{10 \text{ A}}{1.5 \text{ mm}^2} = 6.66 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

*Spezifische elektrische Leitfähigkeit:*  $\chi = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{1.70 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}} = 5.88 \cdot 10^7 \frac{1}{\Omega \cdot \text{m}}$

## 4 Elektrischer Leiter

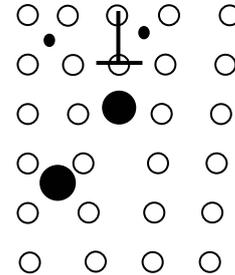
Zur Erhöhung der Streckgrenze von Leitungsmaterial ist Mischkristallhärtung vorgeschlagen. Was halten Sie davon?

Lösung:

Bei Mischkristallhärtung sind Legierungsatome im Grundgitter eingelagert und machen den Kraftbedarf für das Versetzungsgleiten grösser. Diese setzen aber auch die elektrische Leitfähigkeit herab.

→ Mischkristallhärtung ist für Leiter ungeeignet.

Besser wäre Teilchenhärtung mit einem Legierungselement, welches im Grundgitter möglichst nicht löslich ist.

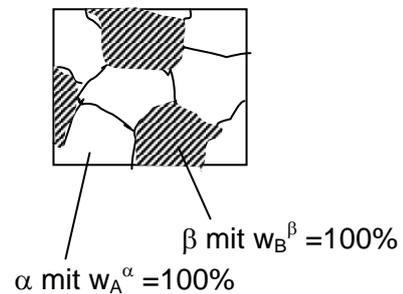
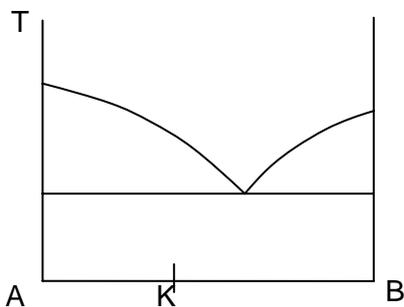


## 5 Widerstand eines Kristallgemisches

Beim Zweistoffsystem A-B (vgl. Abb.) besteht im festen Zustand keine Löslichkeit der Komponenten A und B ineinander. Die Komponenten haben folgende elektrische Leitfähigkeiten:

$$\chi_A = 1.5 \cdot 10^7 \frac{1}{\Omega \cdot m} ; \quad \chi_B = 3.5 \cdot 10^7 \frac{1}{\Omega \cdot m}$$

- Wie gross ist der spezifische elektrische Widerstand der Legierung K mit 40% B?



Lösung

Der resultierende spezifische Widerstand des Phasengemisches ergibt sich aus den Widerständen der Phasen im Verhältnis ihrer Konzentration.

Da A und B ineinander unlöslich sind, entspricht der Mischkristall  $\alpha$  der reinen Komponente A, der Mischkristall  $\beta$  der reinen Komponente B.

$$\rho = \rho_\alpha \cdot w_\alpha + \rho_\beta \cdot w_\beta$$

mit  $\rho = \frac{1}{\chi}$ , der spezifische Widerstand ist das Reziproke der elektrischen Leitfähigkeit,

resultierender spezifischer Widerstand der Legierung K:

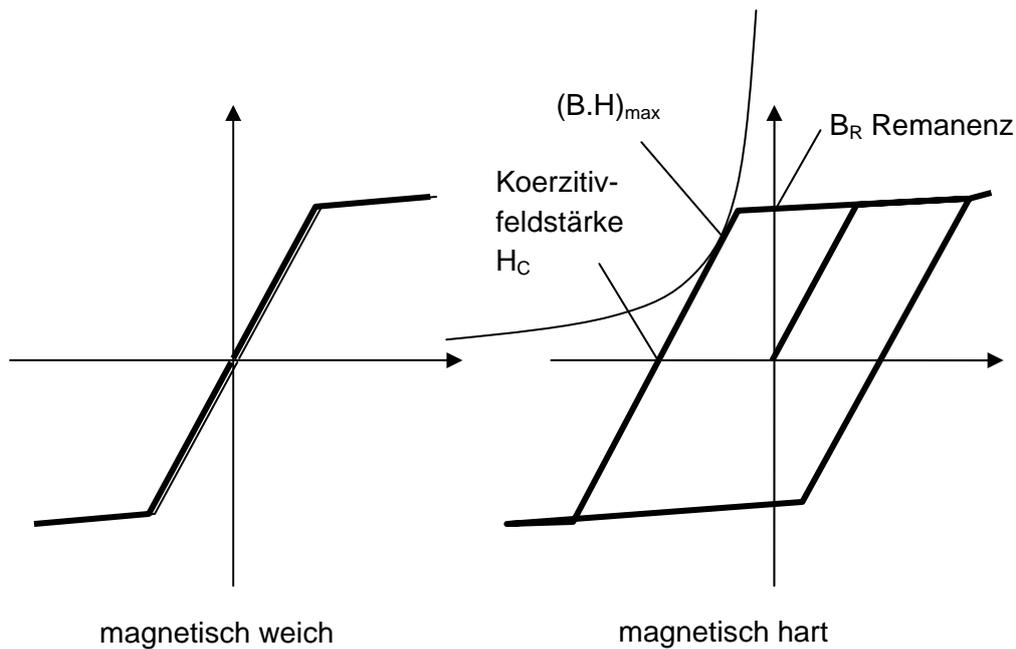
$$\rho = \frac{0.6}{1.5 \cdot 10^7} + \frac{0.4}{3.5 \cdot 10^7} = 0.514 \cdot 10^{-7} \Omega m$$

## 6 Magnetische Eigenschaften

- Definieren Sie anhand der Magnetisierungskurve die Begriffe *hartmagnetische* und *weichmagnetische* Werkstoffe
- Nennen Sie je drei Anwendungen

### Lösung

- Magnetisch weiche Werkstoffe haben kleine Hysterese, magnetisch harte Werkstoffe haben grosse Hysterese.*



### 2. Anwendungen

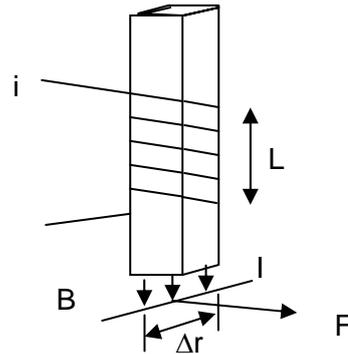
*Magnetisch weiche Materialien für Anwendungen, in welchen das Magnetfeld umgepolt werden muss:*

- *Bleche für Elektromaschinen*
- *Abschirmung*
- *Tonköpfe*

*Magnetisch harte Materialien für Anwendungen, bei denen das Magnetfeld auch ohne Strom erhalten bleiben soll.*

- *Dauermagnete*
- *Datenträgerbeschichtungen*
- *magnetische Speicherzellen*

## 7 Elektromagnet



Ein Elektromagnet mit Eisenkern soll ein Magnetfeld erzeugen, welches auf einen Leiter der Länge  $\Delta r = 5 \text{ cm}$ , der vom Strom  $I = 1000 \text{ A}$  durchflossen wird, eine Kraft  $F = 90 \text{ N}$  ausübt. Wieviele Windungen muss die Wicklung haben, wenn der Strom  $i = 1 \text{ A}$  und die Spulenlänge  $L = 0.1 \text{ m}$  betragen?

$$\mu_0 = 1.26 \cdot 10^{-6} \text{ Vs} / \text{Am}, \quad \mu_r = 40$$

**Lösung:**

$$d\underline{F} = I \cdot (d\underline{r} \times \underline{B}), \quad \text{Beträge: } F = I \cdot \Delta r \cdot B$$

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$$

$$B = \frac{F}{I \cdot \Delta r} = \frac{90 \text{ N}}{1000 \text{ A} \cdot 0.05 \text{ m}} = 1.8 \frac{\text{N}}{\text{A m}} = 1.8 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$$

$$H = \frac{B}{\mu_0 \cdot \mu_r} = \frac{1.8 \frac{\text{N}}{\text{Am}}}{1.26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 40} = 3.5714 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$H = \frac{N \cdot i}{L} \Rightarrow N = \frac{H \cdot L}{i} = \frac{3.5714 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 0.1 \text{ m}}{1 \text{ A}} = 3571 \text{ Windungen}$$

**Anmerkung:**

$$\text{Magnetisierung } M = (\mu_r - 1) \cdot H = 39 \cdot 3.5714 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 1.3928 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}} < 1.72 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Die Sättigungsmagnetisierung von Eisen bei  $20^\circ\text{C}$ :  $1.72 \cdot 10^6 \text{ [A/m]}$  wird nicht erreicht.