

Prüfung, Physik I

7. März 2007 (14:00-17:00, ohne Pause)

Name: _____

Vorname: _____

Studiengang: _____

Legi-Nummer: _____

Aufgabe	Punkte	Max.
1		8
2		5
3		7
4		10
5		6
6		10
7		7
8		8
Total		61

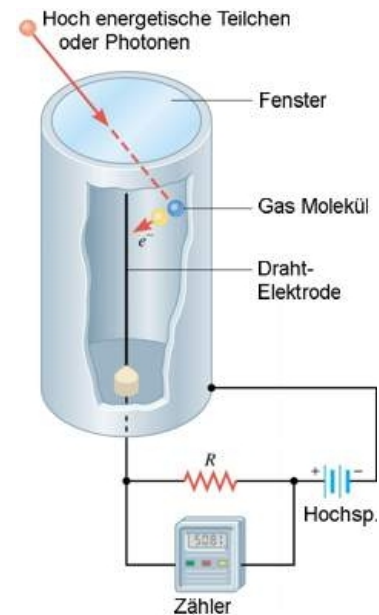
Note:

Name und Vorname auf allen abgegebenen Blättern!

Aufgabe 1: Zählrohr (8 Pkt.)

Ein Zählrohr für Teilchenstrahlung besteht aus einem Anodendraht in einem Metallzylinder (Kathode). Beide Teile sind an eine Hochspannungsquelle angeschlossen. Das Rohr ist mit Edelgas gefüllt ($\epsilon_{Gas} \approx 1$). Durchquert ein hochenergetisches Teilchen (ionisierende Strahlung) den Zwischenraum, so wird das Gas entlang der Flugbahn ionisiert, und es entstehen Elektron-Ionen-Paare. Die Elektronen werden aufgrund des elektrischen Feldes zum Anodendraht hin beschleunigt und für eine kurze Zeit fließt im Zählrohr ein messbarer Strom.

Spannung	$U = 600 \text{ V}$
Drahtradius	$R_1 = 15 \text{ } \mu\text{m}$
Mantelradius	$R_2 = 2 \text{ cm}$
Länge	$l = 7 \text{ cm}$



1. Welche Energie steckt im Feld des Kondensators?
2. Berechnen Sie das elektrische Feld $E(r)$ im Zählrohr als Funktion der angelegten Spannung mit Hilfe des Gauss'schen Gesetzes!
3. Um welchen Faktor erhöht sich die auf ein Elektron wirkende Kraft auf dem Weg von der Mitte des Zwischenraumes bis zum Draht?
4. Berechnen Sie den Potentialunterschied (die Spannung) zwischen diesen beiden Punkten!

Lösung 3.1: Zählrohr (8 Pkt.)

1. Die Kapazität eines Zylinderkondensators ist gegeben durch

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln(\frac{R_2}{R_1})} = 5.4 \cdot 10^{-13} \text{ F} = 0.54 \text{ pF}. \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Die totale im Kondensator gespeicherte Energie ist somit

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = 9.7 \cdot 10^{-8} \text{ J} = 97.4 \text{ nJ}. \quad (1 \text{ Pkt.})$$

2. Das elektrische Feld lässt sich mit Hilfe des Gesetzes von Gauss (1. Maxwell Gleichung) herleiten

$$\oint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E 2\pi r l = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (1 \text{ Pkt.})$$

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r l} \quad (r_1 < r < r_2) \quad (0.5 \text{ Pkt.})$$

und mit $Q = CU$ folgt

$$E = \frac{CU}{2\pi\epsilon_0 r l} = \frac{U}{r \ln(\frac{R_2}{R_1})}. \quad (0.5 \text{ Pkt.})$$

3. Die Kraft auf ein Elektron im elektrischen Feld des Zählrohres ist gegeben durch

$$F = eE(r) = \frac{eQ}{2\pi\epsilon_0 r l} \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Da alle Faktoren in $E(r)$ ausser dem Radius konstant sind, kürzen sich diese heraus und es folgt für das Verhältnis der Kräfte bei R_1 und $\frac{R_1+R_2}{2} \approx \frac{R_2}{2}$

$$k = \frac{F(R_1)}{F(\frac{R_2}{2})} = \frac{\frac{R_2}{2}}{R_1} \approx 667. \quad (1 \text{ Pkt.})$$

4. Das Potential im Zählrohr ist gegeben durch

$$V(r) = \int_{r_0}^r E(r') dr' = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{r}{r_0} = \frac{U}{\ln(\frac{R_2}{R_1})} \ln \frac{r}{r_0} \quad (1 \text{ Pkt.})$$

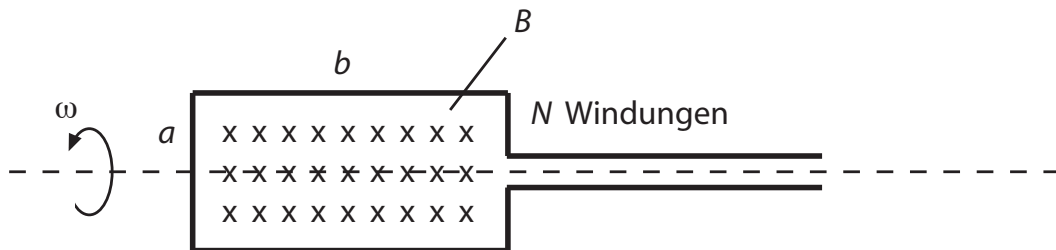
Die Spannung zwischen den zwei Punkten ergibt sich aus der Potentialdifferenz zwischen R_1 und $\frac{R_1+R_2}{2} \approx \frac{R_2}{2}$

$$U_m = V(\frac{R_2}{2}) - V(R_1) = \frac{U}{\ln(\frac{R_2}{R_1})} \ln(\frac{R_2}{2R_1}) = 542.2 \text{ V} \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Aufgabe 2: Generator (5 Pkt.)

Ein Wechselstromgenerator ist eine Spule, die in einem homogenen Magnetfeld rotiert (siehe Skizze). Die Spulenenden sind mit Schleifringen verbunden, die sich mit der Spule drehen. In der gezeigten Anordnung drehe sich eine aus rechteckigen Leiterschleifen mit den Kantenlängen a und b aufgebaute Spule in einem homogenen Magnetfeld B mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um eine Drehachse, die parallel zu den zwei Seiten b ist und durch die Mitte der Seiten a verläuft. Die Spule besitze die Windungszahl N und den Widerstand R .

1. Bestimmen Sie die in die Spule induzierte Spannung in Abhängigkeit von der Zeit. Nehmen Sie dabei an, dass der Winkel θ zwischen der Flächennormalen und dem Magnetfeld zum Zeitpunkt $t = 0$ Null ist.
2. Welche Leistung wird der Spule pro Umdrehung zugeführt?
3. Welche Arbeit wird also pro Umdrehung geleistet?



Lösung 2: Generator (5 Pkt.)

1. Der magnetische Fluss ist

$$\phi_m = \vec{A} \cdot \vec{B} \quad (0.5 \text{ Pkt.})$$

Mit $A = a \cdot b$ ist also

$$\phi_m = A \cdot B \cos \theta = A \cdot B \cos \omega t \quad (0.5 \text{ Pkt.})$$

und damit für eine Spule mit N Windungen

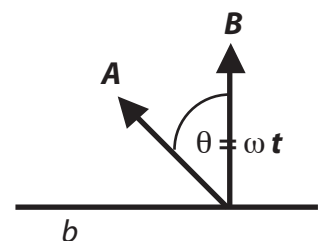
$$U_{ind} = -\dot{\phi}_m = a \cdot b \cdot \omega \cdot B \cdot N \cdot \sin \omega t \quad (1 \text{ Pkt.})$$

2. Mit $U = RI$ ist

$$P = UI = \frac{U^2}{R} = \frac{(ab\omega BN)^2}{R} \sin^2 \omega t \quad (1 \text{ Pkt.})$$

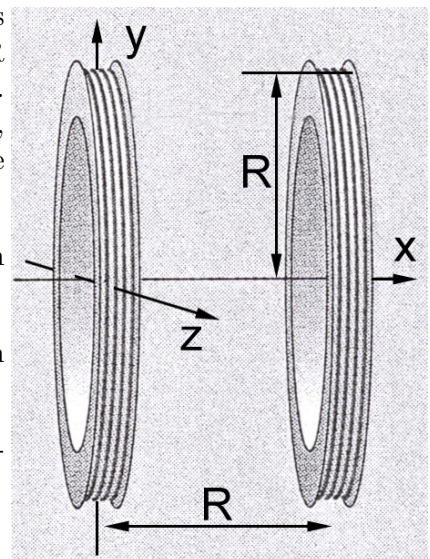
3. Mit Umlaufdauer T ist

$$\begin{aligned} W &= \int_0^T P(t) dt = \frac{(ab\omega BN)^2}{R} \int_0^T \sin^2 \omega t dt = \\ &= \frac{\pi\omega}{R} (abBN)^2 \end{aligned} \quad (2 \text{ Pkt.})$$



Aufgabe 3: Helmholtzspulen (7 Pkt.)

Zwei Spulen mit jeweils $N=100$ Windungen und Radius $R=0.5\text{m}$ befinden sich parallel zueinander und mit Abstand R in der yz Ebene. Die x -Achse geht durch das Zentrum der Spulen. Beide werden von einem Strom der Stärke $I=2\text{A}$ so durchflossen, dass das erzeugte Magnetfeld im Inneren der Spulen in positive x -Richtung zeigt.



1. Berechnen Sie algebraisch das Magnetfeld, das die beiden Spulen auf der x -Achse erzeugen.
2. Berechnen Sie die Stärke des Magnetfeldes genau zwischen den Spulen am Punkt $x=0.25\text{m}$.
3. Um wieviel Prozent weicht die Stärke des Gesamtmagnetfeldes bei $x=0.15\text{m}$ vom Feldmaximum ab?

$$\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

Lösung 3: Helmholtzspulen (7 Pkt.)

Wir berechnen zuerst die Felder der beiden Spulen getrennt mit dem Gesetz von Biot-Savart. Wir müssen nur die Komponente des B -Feldes berechnen, die in x -Richtung zeigt, da sich auf der x -Achse alle anderen Komponenten aufgrund der Symmetrie der Spule aufheben.

Allgemein gilt für ein Element $d\vec{l}$ auf einer Leiterschleife:

$$1. \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^2} I d\vec{l} \times \frac{\vec{r}}{r} \quad (1.5 \text{ Pkt.})$$

wobei $\vec{r}$ der Abstand zum Punkt ist, an dem das Feld berechnet werden soll. Die x Komponente des B Feldes beträgt dann:

$$d\vec{B}_x = d\vec{B} \cos(\theta) = d\vec{B} \frac{R}{r} \quad (1.5 \text{ Pkt.})$$

wobei $r = \sqrt{R^2 + x^2}$ für die eine Spule und $r = \sqrt{R^2 + (x - R)^2}$ für die 2. Spule (1 Pkt.)

Durch Integration erhält man:

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^3} 2\pi I R^2 \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Damit ergibt sich für das Gesamtfeld der zwei Spulen:

$$B_x = \frac{\mu_0}{2} R^2 N I \left[\frac{1}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{((x - R)^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (1 \text{ Pkt.})$$

$$2. \quad B_{0.25} = 3.5977 \cdot 10^{-4} \text{T} \quad (0.5 \text{ Pkt.})$$

$$3. \quad B_{0.15} = 3.5914 \cdot 10^{-4} \text{T}, \text{ die Abweichung beträgt also nur } 0.18\% \quad (0.5 \text{ Pkt.})$$

Aufgabe 4: Serienschaltung von Spule & Kondensator im Wechselstromkreis (10 Pkt.)

Eine Spule mit Eisenkern ist an eine Wechselspannungsquelle angeschlossen. Bei einer Effektivspannung $U = 6 \text{ V}$ und einer Frequenz $f = 50 \text{ Hz}$ fließt eine Effektivstromstärke $I_1 = 34 \text{ mA}$. Legt man statt der Spule einen Kondensator an die Spannungsquelle, so fließen $I_2 = 96 \text{ mA}$. Bei Serienschaltung von Spule und Kondensator fließen $I_3 = 46 \text{ mA}$.

- a) Berechnen Sie die Kapazität C des Kondensators, die Induktivität L und den Ohmschen Widerstand R der Spule.
(Tipp: Ersatzschaltbild der Spule, sie besitzt einen seriellen Widerstand und einen induktiven Scheinwiderstand)
- b) Wie groß sind die Phasenwinkel ϕ in den genannten drei Fällen?

Lösung 4: Serienschaltung von Spule & Kondensator im Wechselstromkreis (10 Pkt.)

- a) Scheinwiderstand der Spule:

$$R_{Sp} = \frac{U}{I_1} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{R^2 + R_L^2} = \frac{6 \text{ V}}{0.034 \text{ A}} = 176.47 \text{ } \Omega. \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Kapazitiver Widerstand:

$$R_C = \frac{U}{I_2} = \frac{1}{\omega C} = \frac{6 \text{ V}}{0.096 \text{ A}} = 62.5 \text{ } \Omega \quad (1 \text{ Pkt.})$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega R_C} = (2\pi \cdot 50 \cdot 62.5 \text{ } \Omega)^{-1} = 50.93 \text{ } \mu\text{F}. \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Scheinwiderstand Serienschaltung:

$$R_{Tot} = \frac{U}{I_3} = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2} = \frac{6 \text{ V}}{0.046 \text{ A}} = 130.43 \text{ } \Omega. \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Spulenwiderstand und Induktivität:

$$R_L = \frac{R_{Sp}^2 + R_C^2 - R_{Tot}^2}{2R_C} = 144.3 \text{ } \Omega \quad (1 \text{ Pkt.})$$

$$L = \frac{R_L}{\omega} = 0.46 \text{ H} \quad (1 \text{ Pkt.})$$

$$R = \sqrt{R_{Sp}^2 - R_L^2} = 101.58 \text{ } \Omega \quad (1 \text{ Pkt.})$$

- b) Spule mit ohmschem Widerstand:

$$\tan \phi_1 = \frac{R_L}{R} = 1.42 \quad \Rightarrow \quad \phi_1 = 54.86^\circ \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Kondensator:

$$\phi_2 = 90^\circ. \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Serienschaltung:

$$\tan \phi_3 = \frac{R_L - R_C}{R} = 0.805 \quad \Rightarrow \quad \phi_3 = 38.83^\circ. \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Aufgabe 5: Spezifische Wärme (6 Pkt.)

Ein Behälter mit 1 mol Helium (He) und ein gleich grosser Behälter mit 1 mol Stickstoff (N₂) werden beide mit der gleichen Heizleistung $P = 10$ Watt erwärmt. Wärmeverluste sollen vernachlässigt werden.

1. Berechnen Sie, wie lange es dauert, bis die Behälter von $T_1 = 27^\circ\text{C}$ auf $T_2 = 100^\circ\text{C}$ erwärmt sind, wenn die Wärmekapazität der Behälterwand 10 Ws/K ist.
2. Wie lange dauert die Erwärmung des Behälters mit N₂ von 27°C auf 1000°C , wenn angenommen wird, dass ab 500°C die Schwingungsfreiheitsgrade von N₂ angeregt werden können?



Abbildung 1: Molekül Modelle: He kann als Massenpunkt betrachtet werden. N₂ kann als Hantel von zwei Massenpunkten betrachtet werden.

Lösung 5: Spezifische Wärme (6 Pkt.)

Die Wärmeenergie eines Moles ist: $Q = \frac{f}{2}RT$ (1 Pkt.)

1. Für Helium ist $f = 3 \Rightarrow Q = \frac{3}{2}RT$. (0.5 Pkt.)

Die Heizenergie ist dann:

$$W = 10 \text{ W} \cdot t = \frac{3}{2}R(373.15 \text{ K} - 300.15 \text{ K}) + 10 \text{ WsK}^{-1} \cdot (373.15 \text{ K} - 300.15 \text{ K}), \quad (1 \text{ Pkt.})$$

wobei der letzte Term die Aufheizung der Behälterwand berücksichtigt.

Mit $R = 8.31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$ folgt:

$$t = \frac{W}{P} = \frac{\frac{3}{2} \cdot 73 \cdot 8.31 + 10 \cdot 73}{10} \text{ s} = 164 \text{ s} = 2.73 \text{ min} \approx 2 \text{ min } 44 \text{ s}. \quad (0.5 \text{ Pkt.})$$

Für N₂-Moleküle oberhalb $T = 300 \text{ K}$ ist $f = 5$ und somit (0.5 Pkt.)

$$t = \frac{\frac{5}{2} \cdot 73 \cdot 8.31 + 10 \cdot 73}{10} \text{ s} = 225 \text{ s} = 3.74 \text{ min} \approx 3 \text{ min } 45 \text{ s}. \quad (0.5 \text{ Pkt.})$$

2. Für N₂ von $27 - 500^\circ\text{C}$ ist $f = 5$, für $T > 500^\circ\text{C}$ ist $f = 7$. (1 Pkt.)

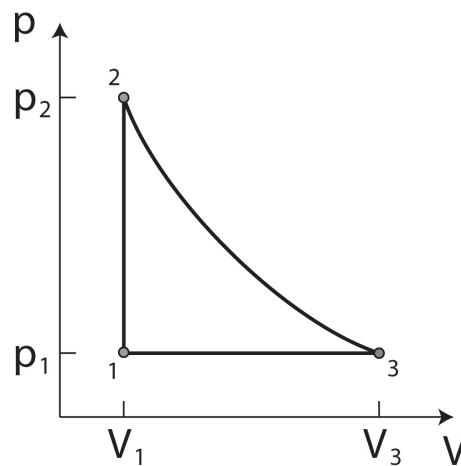
$$t = \frac{\frac{5}{2} \cdot 473 \cdot 8.31 + \frac{7}{2} \cdot 500 \cdot 8.31 + 10 \cdot 973}{10} \text{ s} = 3410 \text{ s} = 56.83 \text{ min} \approx 57 \text{ min}. \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Aufgabe 6: Kreisprozess (10 Pkt.)

Der in der Abbildung gezeigte Kreisprozess werde mit 1 mol eines idealen Gases durchgeführt, für das der Adiabatenexponent $\gamma = 1,4$ ist. Zu Anfang beträgt der Druck 1 bar und die Temperatur 0°C . Das Gas wird bei konstantem Volumen auf $T_2 = 150^\circ\text{C}$ aufgeheizt und anschliessend adiabatisch expandiert, bis wieder $p = 1$ bar ist. Schliesslich wird es bei konstantem Druck auf das Anfangsvolumen komprimiert.

Bestimmen Sie

1. Das Volumen V_3 und die Temperatur T_3 am Ende der adiabatischen Expansion
2. die vom Gas bei jedem Schritt abgegebene oder aufgenommene Wärme ΔQ
3. den Wirkungsgrad η dieses Kreisprozesses und
4. den Carnot-Wirkungsgrad η_C eines Kreisprozesses zwischen der niedrigsten und der höchsten hier auftretenden Temperatur.



Lösung 6: Kreisprozess (10 Pkt.)

1. Das Volumen beim Punkt 2 ist dasselbe wie beim Punkt 1. Damit ist mit $R = 8.31 \text{ J/molK}$

$$V_2 = V_1 = \nu \frac{RT_1}{p_1} = 22,71 \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Weiterhin ist beim Punkt 2 der Druck

$$p_2 = \frac{\nu RT_2}{V_2} = 1,55 \text{ bar.} \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Damit errechnet sich das Volumen beim Punkt 3 zu

$$V_3 = V_2 \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{1/\gamma} = V_2 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1/\gamma} = 31,01. \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Schliesslich ist am Punkt 3 die Temperatur

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = 373 \text{ K} \approx 100^\circ\text{C} \quad (1 \text{ Pkt.})$$

2. Aus $C_P - C_V = R$ und $\gamma = C_P/C_V$ können die (molaren spezifischen) Wärmekapazitäten zu $C_V = 5/2R$ und $C_P = 7/2R$ bestimmt werden. (2 Pkt.)

Damit lassen sich die bei den einzelnen Schritten übertragenen Wärmemengen berechnen:
 $Q_{12} = \nu C_V \Delta T = 3,12 \text{ kJ}$, $Q_{23} = 0 \text{ kJ}$ und $Q_{31} = \nu C_P \Delta T = -2,90 \text{ kJ}$ (1.5 Pkt.)

3. Es ist $\eta = 1 - |Q_{31}|/Q_{12} = 0,071$. (1 Pkt.)

4. Die höchste Temperatur ist $T_2 = 150^\circ\text{C} = 423,15 \text{ K}$, die Niedrigste ist $T_1 = 0^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$. Damit ist der Wirkungsgrad $\eta_C = 1 - T_1/T_2 = 0,354$. (1.5 Pkt.)

Aufgabe 7: Malaysische Feuerpumpe (7 Pkt.)

Ein ideales Gas wird bei 20°C schlagartig (d.h., adiabatischer Prozess) und reibungsfrei auf ein Zehntel seines Ausgangsvolumens komprimiert. Berechnen Sie für ein einatomiges und für ein zweiatomiges Gas

- a) die Temperaturerhöhung ΔT und
- b) die Kompressionsarbeit A (pro Mol).

Lösung 7: Malaysische Feuerpumpe (7 Pkt.)

Während der schlagartigen Kompression kann kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfinden, das heisst es handelt sich um einen adiabatischen Prozess ($dQ = 0$).

- a) Es gilt deshalb die folgende Relation:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const.}, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v} = \frac{\frac{f}{2}R + R}{\frac{f}{2}R} = 1 + \frac{2}{f}. \quad (2 \text{ Pkt.})$$

Vor der Kompression ist das Volumen V_0 und die Temperatur T_0 , danach ist das Volumen $V_1 = V_0/10$ und die Temperatur T_1 . Es gilt nach der obigen Relation:

$$T_0 V_0^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \quad (1 \text{ Pkt.})$$

$$\Rightarrow T_0 V_0^{\frac{2}{f}} = T_1 \left(\frac{V_0}{10}\right)^{\frac{2}{f}} \quad \text{und daraus} \quad T_1 = 10^{\frac{2}{f}} T_0. \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Damit kann die Temperaturdifferenz geschrieben werden als

$$\Delta T = T_1 - T_0 = T_0 (10^{\frac{2}{f}} - 1) = \begin{cases} 1067.5 \text{ K,} & \text{einatomiges Gas, } f = 3. \\ 443.2 \text{ K,} & \text{zweiatomiges Gas, } f = 5. \end{cases} \quad \begin{matrix} (0.5 \text{ Pkt.}) \\ (0.5 \text{ Pkt.}) \end{matrix}$$

Dabei wird angenommen, dass die Schwingungszustände des zweiatomigen Moleküls eingefroren sind.

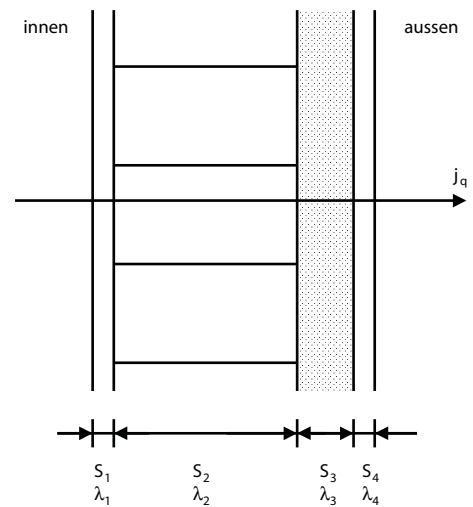
- b) Die Arbeit, welche durch die Kompression verrichtet wird, ist gegeben durch:

$$A = C_v \Delta T = \quad (1 \text{ Pkt.})$$

$$= \frac{f}{2} R \Delta T = \begin{cases} 13.3 \text{ kJ/mol,} & \text{einatomiges Gas.} \\ 9.2 \text{ kJ/mol,} & \text{zweiatomiges Gas.} \end{cases} \quad \begin{matrix} (0.5 \text{ Pkt.}) \\ (0.5 \text{ Pkt.}) \end{matrix}$$

Aufgabe 8: Wärmeleitung durch eine Wand (8 Pkt.)

Eine Wand besteht aus vier Schichten verschiedener Materialien (siehe Fig.). Hinter einem auf der Innenseite aufgetragenen Kalkgipsputz der Dicke $s_1 = 15\text{mm}$ und Wärmeleitfähigkeit $\lambda_1 = 0.7\text{ W/(K}\cdot\text{m)}$, folgt eine $s_2 = 24\text{cm}$ dicke Hochlochziegelwand ($\lambda_2 = 0.5\text{ W/(K}\cdot\text{m)}$). Dahinter schliessen sich eine $s_3 = 60\text{mm}$ dicke Polystyrol-Dämmplattenschicht ($\lambda_3 = 0.04\text{ W/(K}\cdot\text{m)}$) und ein $s_4 = 6\text{ mm}$ Kunstharzputz ($\lambda_4 = 0.7\text{ W/(K}\cdot\text{m)}$) an. Wobei die Oberflächentemperaturen innen $T_{o,i} = 17\text{ }^\circ\text{C}$ und aussen $T_{o,a} = -10\text{ }^\circ\text{C}$ beträgt.



- Wie gross ist die stationäre Wärmestromdichte durch die Wand?
- Wie ist der Temperaturverlauf im stationären Zustand in der Wand?

Lösung 8: Wärmeleitung durch eine Wand (8 Pkt.)

- a) Die Energieerhaltung fordert, dass die Wärmestromdichte j_q in allen Schichten gleich ist. Dies führt zur Gleichung für die Wärmestromdichte in den verschiedenen Schichten s_1 bis s_4 :

$$j_q = \frac{\lambda_1}{s_1}(T_{o,i} - T_1) = \frac{\lambda_2}{s_2}(T_1 - T_2) = \frac{\lambda_3}{s_3}(T_2 - T_3) = \frac{\lambda_4}{s_4}(T_3 - T_{o,a}). \quad (2 \text{ Pkt.})$$

Der Quotient $\Lambda_n = \lambda_n/s_n$ ist der *Wärmeleitungskoeffizient* einer Schicht, der Kehrwert $R_n = 1/\Lambda_n$ der *Wärmedurchlasswiderstand* mit der Masseinheit $\text{m}^2\text{K/W}$.

Schreibt man für die Differenz zwischen Innen- und Aussentemperatur

$$T_{o,i} - T_{o,a} = (T_{o,i} - T_1) + (T_1 - T_2) + (T_2 - T_3) + (T_3 - T_{o,a}) \quad (1 \text{ Pkt.})$$

folgt unmittelbar durch Einsetzen

$$T_{o,i} - T_{o,a} = j_q \left(\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3} + \frac{s_4}{\lambda_4} \right). \quad (1 \text{ Pkt.})$$

Wird als *Gesamt-Wärmedurchlasswiderstand*

$$R_g = \frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3} + \frac{s_4}{\lambda_4} = 2.01 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}} \quad (1 \text{ Pkt.})$$

definiert, so errechnet sich die Wärmestromdichte j_q durch die Wand zu

$$j_q = \frac{1}{R_g}(T_{o,i} - T_{o,a}) = 13.4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}. \quad (1 \text{ Pkt.})$$

b) Die Temperaturen an den Schichtgrenzen folgen durch iteratives Einsetzen:

$$\begin{aligned}
 T_1 &= T_{o,i} - R_1 \cdot j_q = 17.0 \text{ }^\circ\text{C} - (0.02 \cdot 13.4) \text{ K} = 16.7 \text{ }^\circ\text{C} & (0.5 \text{ Pkt.}) \\
 T_2 &= T_1 - R_2 \cdot j_q = 10.3 \text{ }^\circ\text{C} & (0.5 \text{ Pkt.}) \\
 T_3 &= T_2 - R_3 \cdot j_q = -9.8 \text{ }^\circ\text{C} & (0.5 \text{ Pkt.}) \\
 T_{o,a} &= T_3 - R_4 \cdot j_q = -9.9 \text{ }^\circ\text{C} & (0.5 \text{ Pkt.})
 \end{aligned}$$

Der Temperaturabfall in plattenförmigen Schichten ist linear, da keine Wärmequellen in der Wand liegen und die Materialeigenschaften nicht temperaturabhängig sind. Das Temperaturprofil in der Aussenwand hat also den in der Figur dargestellten Verlauf.

