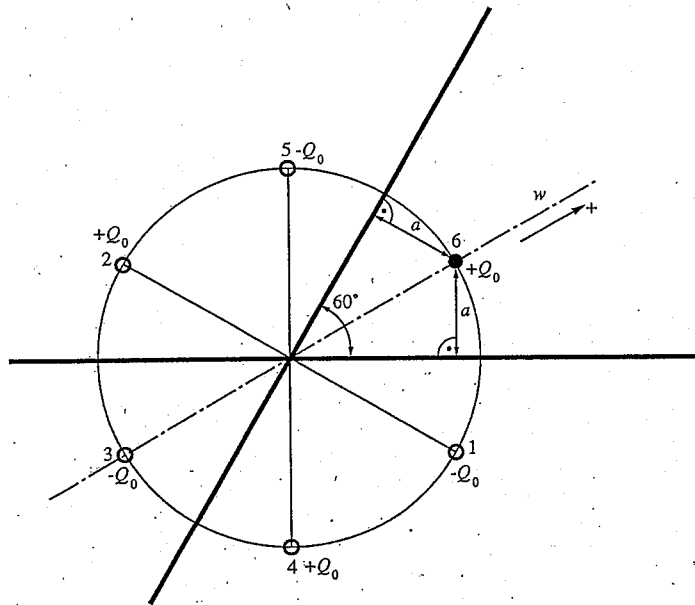


Lösung des Klausurs, Physik I

31. Januar 2001

1. Spiegelladung

Führe die Spiegelladungen 1 – 5 ein! Damit wird dieselbe Feldverteilung erreicht wie durch die beiden leitenden Ebenen A und B. Die Kraft auf die Ladung 6, hervorgerufen durch die leitenden Ebenen A und B ist somit die gleiche, wie die, welche durch die skizzierten Spiegelladungen hervorgerufen wird.



Aus Symmetriegründen hat diese Kraft die Richtung der Winkelhalbierenden w .

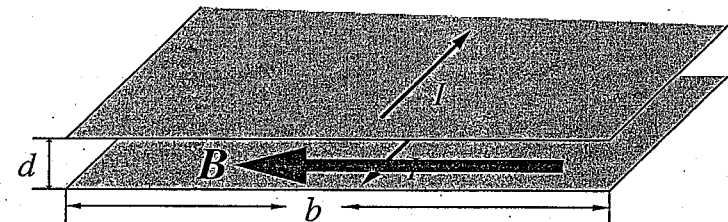
$$\vec{F} = \vec{F}_{36} + (\vec{F}_{26} + \vec{F}_{46}) + (\vec{F}_{16} + \vec{F}_{56})$$

$$F_w = \frac{Q_0^2}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{(4a)^2} + 2 \cdot \frac{1}{(2\sqrt{3}a)^2} \cos 30^\circ - 2 \frac{1}{(2a)^2} \cos 60^\circ \right)$$

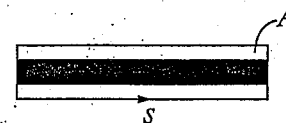
$$F_w = \frac{Q_0^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{4a^2} \left(-\frac{5}{4} + \frac{\sqrt{3}}{3} \right) < 0$$

$$\Rightarrow |F_w| = \frac{Q_0^2}{16\pi\epsilon_0 a^2} \left(\frac{5}{4} - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \text{ nach innen!}$$

2. B-Feld in Doppelbandleitung



Unter der gemachten Voraussetzung ($b \gg d$) darf das Feld zwischen den Platten konstant angenommen und die Komponente senkrecht zu den Platten am Rande vernachlässigt werden:



$$\oint_A \nabla \times \vec{B} \cdot \vec{n} dA = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 2b \cdot B = \mu_0 \int_A \vec{j} \cdot \vec{n} dA = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2b} \text{ für eine Platte (s. auch Serie 5, Aufgabe 1!)}$$

Superposition ergibt:

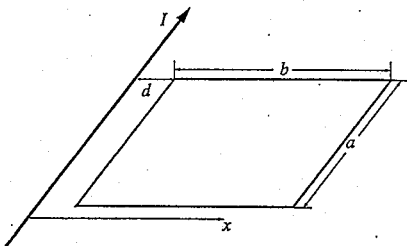
$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{b} \text{ zwischen den Platten}$$

und $B = 0$ ausserhalb.

3. Gegeninduktion

Für einen langen, dünnen Leiter gilt:

$$H(x, t) = \frac{I(t)}{2\pi x} \Rightarrow B(t) = \mu_0 \mu H = \frac{\mu_0 \mu I(t)}{2\pi x}$$



Der Fluss durch die Induktionsspule ist:

$$\Phi(t) = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi(t) = \frac{\mu_0 \mu I(t)}{2\pi} N \int_d^{b+d} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 \mu I(t) N a}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{b}{d}\right)$$

$$V_{ind} = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -\frac{\mu_0 \mu N a}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{b}{d}\right) \frac{dI(t)}{dt}$$

$$V_{ind} = \underbrace{\frac{\mu_0 \mu N a \omega I_0}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{b}{d}\right)}_{V_0} \sin \omega t$$

oder mit den Zahlenwerten: $V_0 = 4.70 \text{ V}$.

4. Wärmekapazität C_V von Si

Für $T = -196^\circ \text{C} \cong 77 \text{ K} \ll \theta_D = 645 \text{ K}$ (Si) und $\gamma = 0$ (Si ist ein Halbleiter)

$$\Rightarrow C_V \cong \frac{12\pi^4}{5} R \cdot \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 = 233.78 k_B N_A \cdot \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 = 3.31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

(Siehe auch Serie 7, Aufgabe 3.)

5. Erwärmen von Wasserstoff-Gas (H_2)

Die Wärmemenge, die dem Gas bei konstantem Volumen zugeführt wird, beträgt:

$$\Delta Q = C_V \cdot \Delta T = C_V \cdot (T_2 - T_1) \cdot \nu$$

Um die Endtemperatur T_2 zu berechnen, benützt man die Gasgleichungen im Anfangs- und Endzustand.

$$\frac{p_1 V_1 = \nu R T_1}{p_2 V_2 = \nu R T_2} \Rightarrow T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = T_1 \cdot \frac{p_2 V_1}{\nu R T_1} = \frac{p_2 V_1}{\nu R} = 481.12 \text{ K.}$$

Da im betrachteten Temperaturbereich für Wasserstoff die oszillatorischen Freiheitsgrade eingefroren sind, tragen nur die 3 Freiheitsgrade der Schwerpunkts- und die 2 Freiheitsgrade der Rotationsbewegung des Moleküls zur spezifischen Wärmekapazität bei, und zwar pro Mol mit je $\frac{1}{2} R$.

$$\Delta Q = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = 1.12 \text{ kJ.}$$

6. Isotherme, reversible Expansion

Bei einem isothermen Prozess eines idealen Gases gilt: $p_1 V_1 = p_2 V_2 (= \nu R T)$ mit

$$(a.) \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta W = -p dV = -\nu R T \frac{dV}{V}$$

folgt:

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} p dV = -\nu R T \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -\nu R T \ln \frac{V_2}{V_1},$$

was aber gleich (b.):

$$W = -\nu R T \ln \frac{p_1}{p_2} = -50 \text{ mol} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 288.15 \text{ K} \cdot \ln \left(\frac{10^7 \text{ Pa}}{10^5 \text{ Pa}} \right) = -552 \text{ kJ,}$$

ist. (c.) Die Energie wird dem Seewasser als Wärme entzogen.

7. Temperaturverteilung

Im stationären Zustand ist der Wärmestrom I_Q durch ein Stück Rohr der Länge L konstant, wobei die Wärmestromdichte j_Q durch die Wärmeleitungsgleichung gegeben ist:

$$\vec{j}_Q = -\lambda \nabla T \quad \text{und wegen} \quad T = T(r),$$

$$I_Q = \int_{\substack{A=2\pi rL \\ (R \leq r \leq R+d)}} \vec{j}_Q \cdot \vec{n} dA = -\lambda \nabla T \cdot 2\pi r L = -2\pi r L \lambda \frac{dT}{dr} = \text{konstant}$$

$$\Rightarrow r \cdot \frac{dT}{dr} = \text{konstant};$$

also: $T(r) = a \ln r + b$ mit Randbedingungen $T(R) = T_2$ und $T(R+d) = T_1$

$$\Rightarrow T(r) = T_2 - \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(1 + \frac{d}{R}\right)} \ln\left(\frac{r}{R}\right), \text{ für } (R \leq r \leq R+d).$$