Vordiplom, Physik I

5. März 2004 (9:00-12:00, ohne Pause)

Name: ____________________

Vorname: ____________________

Studiengang: ____________________

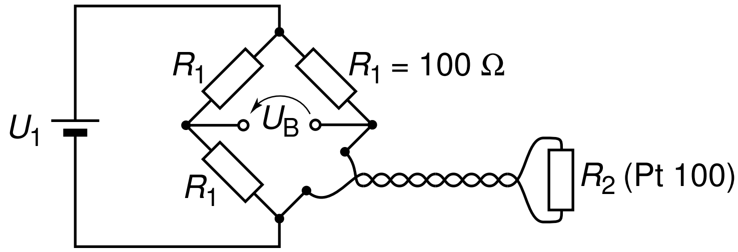
Legi-Nummer: ____________________

Aufgabe	Punkte	Max.
1		6
2		13
3		7
4		10
5		8
6		8
7		10
8		5
9		6
Total		73

Note: ....

Name und Vorname auf allen abgegebenen Blättern!

1 Temperaturmessung (6 Punkte)



Zur Messung der Temperatur wird ein Platin-Widerstandsfühler Pt100 verwendet ($R_2 = 100\ \Omega$ bei 0°C, Temperaturkoeffizient 0.4 Ω/K). Anstelle einer direkten Widerstandsmessung wird häufig eine Brückenschaltung (siehe Figur) verwendet. Die Brücke wird mit einer Gleichspannung U_1 betrieben. Dabei soll die Leistung in R_2 bei 0°C 10^{-4} Watt nicht übersteigen, um Fehler durch die Erwärmung des Messfühlers zu vermeiden.

1. Wie gross darf U_1 maximal sein bei $T = 0°\mathrm{C}$?
2. Wie ändert sich U_B mit der Temperatur des Widerstandsfühlers bei diesem U_1 (in Volt pro Kelvin für Temperaturen um 0°C)?

1.1 Temperaturmessung

1. Bei 0°C sind alle Widerstände der Brücke gleich. Damit liegt aus Symmetriegründen gerade eine Spannung von $U_{PT100} = \frac{U_1}{2}$ über dem Widerstandsfühler. Die Leistung beträgt somit

$$P = \left.\frac{U_{PT100}^2}{R_{PT100}}\right|_{0°\mathrm{C}} = \frac{U_1^2}{4R_1} \leq P_{max}$$

Die grösste zulässige Spannung beträgt also

$$U_1 = 2\sqrt{R_1 P_{max}} = 200\ \mathrm{mV}$$

2. Die Spannung U_2 kann durch Lösen von Maschengleichungen gefunden werden (dabei bezeichnet I_1 den Strom im linken, I_2 jenen im rechten Arm der Brücke):

$$\begin{aligned} U_1 &= 2R_1 I_1 \\ U_1 &= (R_1 + R_2)\, I_2 \\ 0 &= U_B + R_1 I_1 - R_2 I_2 \end{aligned}$$

Auflösen der ersten zwei Gleichungen nach den Strömen und einsetzen in der letzten ergibt mit $R_2 = R_1 + \alpha T$

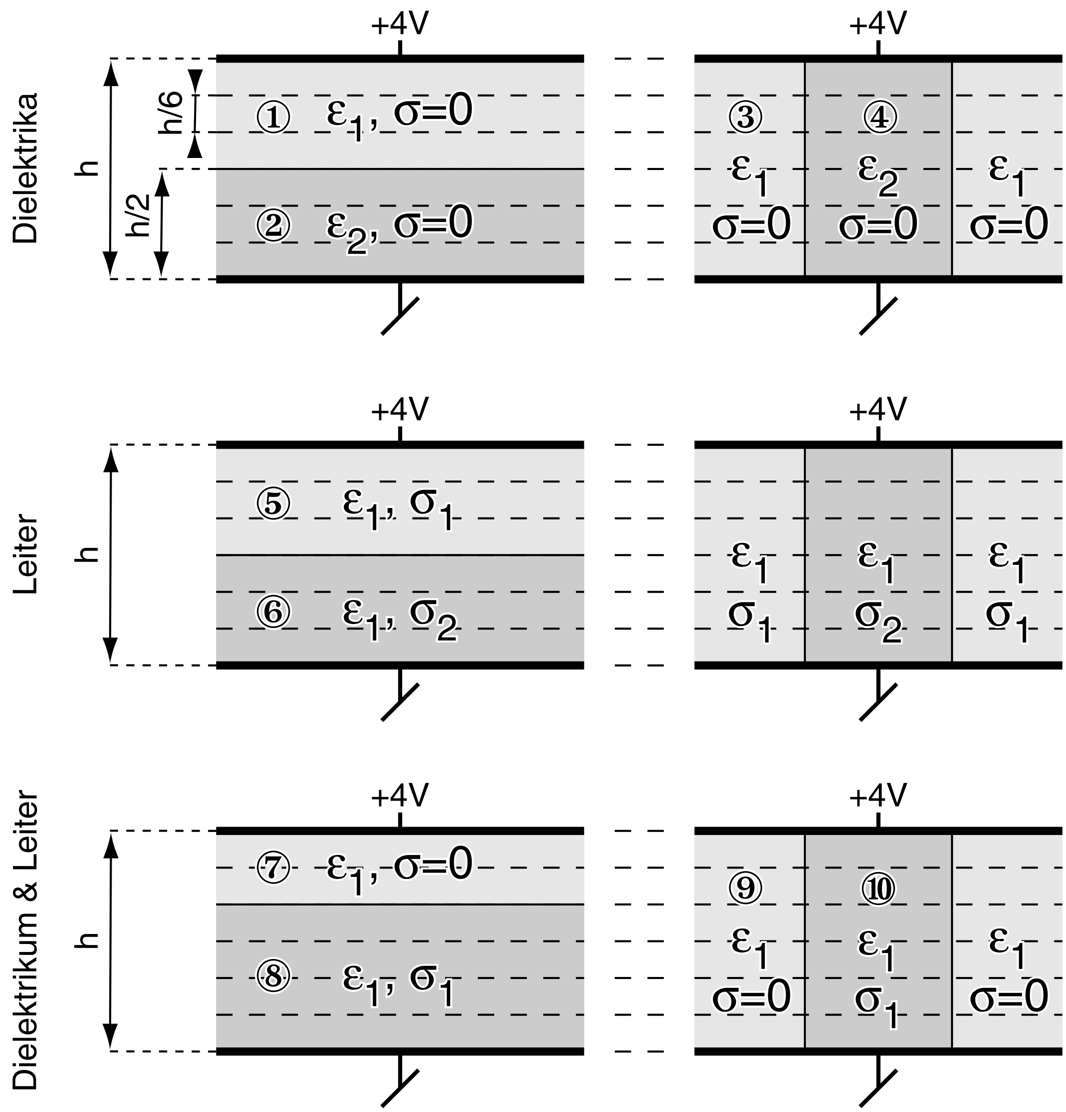
$$\begin{aligned} 0 &= U_B + \frac{U_1}{2} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_1 \\ U_B &= U_1 \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{U_1}{2} \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} = \frac{U_1}{2} \frac{\alpha T}{2R_1 + \alpha T} \\ &\approx \frac{U_1}{4R_1} \alpha T = 0.2\ \frac{\mathrm{mV}}{\mathrm{K}} \cdot T \end{aligned}$$

Die Empfindlichkeit der Brücke beträgt also 0.2 $\frac{\mathrm{mV}}{\mathrm{K}}$.

2 Äquipotentiallinien (13 Punkte)

In den unten gezeigten Bildern handelt es sich um Querschnitte durch zwei Leiterplatten, zwischen denen sich verschiedene Dielektrika und Leiter befinden. Die untere Leiterplatte sei geerdet, die obere befindet sich auf einem Potential von $U = +4$ V. Bei den Dielektrika ist die (relative) Dielektrizitätskonstante angegeben ($\epsilon_1 = 1$ oder $\epsilon_2 = 3$) und bei den leitfähigen Materialien die Leitfähigkeit (σ_1 oder $\sigma_2 = 3\sigma_1$, wobei $\sigma_1 \neq 0$). Die Randeffekte am linken und rechten Rand sollen vernachlässigt werden. Die gestrichelten Hilfslinien haben einen Abstand von je $h/6$.

1. Berechne für die mit ①,②,…, ⑩ markierten Bereiche das elektrische Feld E.
2. Zeichne die Äquipotentiallinien für 1 V, 2 V und 3 V in die Figuren ein.



2.1 Äquipotentiallinien

1. **①, ②** Die dielektrische Verschiebung $\vec{D}$ und das elektrische Feld $\vec{E}$ stehen überall senkrecht auf den Leiterplatten und sind innerhalb der zwei Gebiete homogen. An jeder Grenz-

fläche bleibt die Normalkomponente von $\vec{D}$ stetig; somit ist D überall konstant und das elektrische Feld $E_n = D/(\epsilon_0\epsilon_n)$ ist im Gebiet ② $\epsilon_1/\epsilon_2 = 1/3$-mal so gross wie im Gebiet ① (ein solcher Sprung der Normalkomponente des $\vec{E}$-Feldes tritt an jeder Grenzfläche zwischen Dielektrika auf). Da die beiden Schichten je eine Dicke $h/2$ haben, gilt auch für die Potentialdifferenzen dasselbe Verhältnis, d.h.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{E_2 h/2}{E_1 h/2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = 1/3.$$

Da die totale Potentialdifferenz gerade $U = 4\ \text{V} = U_1 + U_2 = U_1 (1 + U_2/U_1) = U_1 (\epsilon_1 + \epsilon_2)/\epsilon_2$ ist, folgt $U_1 = U\epsilon_2/(\epsilon_1 + \epsilon_2) = 3\ \text{V}$ und $U_2 = U\epsilon_1/(\epsilon_1 + \epsilon_2) = 1\ \text{V}$. Entsprechend ergeben sich die in der Figur gezeigten Äquipotentiallinien. Die elektrischen Felder betragen

$$E_1 = \frac{U_1}{h/2} = \frac{U}{h}\frac{2\epsilon_2}{(\epsilon_1 + \epsilon_2)} = \frac{U}{h}\frac{3}{2} \qquad , \qquad E_2 = \frac{U}{h}\frac{2\epsilon_1}{(\epsilon_1 + \epsilon_2)} = \frac{U}{h}\frac{1}{2}$$

Dasselbe Resultat kann auch gefunden werden, indem die Situation als Serieschaltung von zwei Plattenkondensatoren betrachtet wird, d.h. an der Grenzfläche der beiden Dielektrika – in Gedanken – eine Leiterplatte eingefügt wird. Die Feldverteilung wird dadurch nicht beeinflusst, da die Grenzfläche eine Äquipotentialfläche ist. Auch die Ladung auf den Platten, welche ursprünglich $+Q$ auf der oberen und $-Q$ auf der unteren gewesen sei, wird nicht beeinflusst. In der neuen Leiterplatte verschieben sich die Ladungen so, dass das Innere feldfrei ist. Dies ist der Fall, wenn auf der Oberseite ebenfalls eine Ladung $-Q$ und auf der Unterseite eine solche von $+Q$ sitzt.

Die Kapazitäten der beiden Kondensatoren betragen $C_n = \epsilon_0\epsilon_n A/(h/2)$. Das Verhältnis der beiden Spannungen beträgt somit

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{Q/C_2}{Q/C_1} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = 1/3.$$

Dieses Zwischenresultat haben wir schon oben gefunden – die weitere Argumentation ist somit identisch wie oben.

③, ④ Auch hier ist das $\vec{D}$- und das $\vec{E}$-Feld innerhalb der Gebiete homogen und steht senkrecht zu den Leiterplatten. An jeder Grenzfläche bleibt die parallele Komponente des $\vec{E}$-Feldes stetig; somit ist E überall konstant. Die totale Spannung beträgt $U = E_3 h = E_4 h = 4\ \text{V}$ und damit die E-Felder $E_3 = E_4 = U/h$.

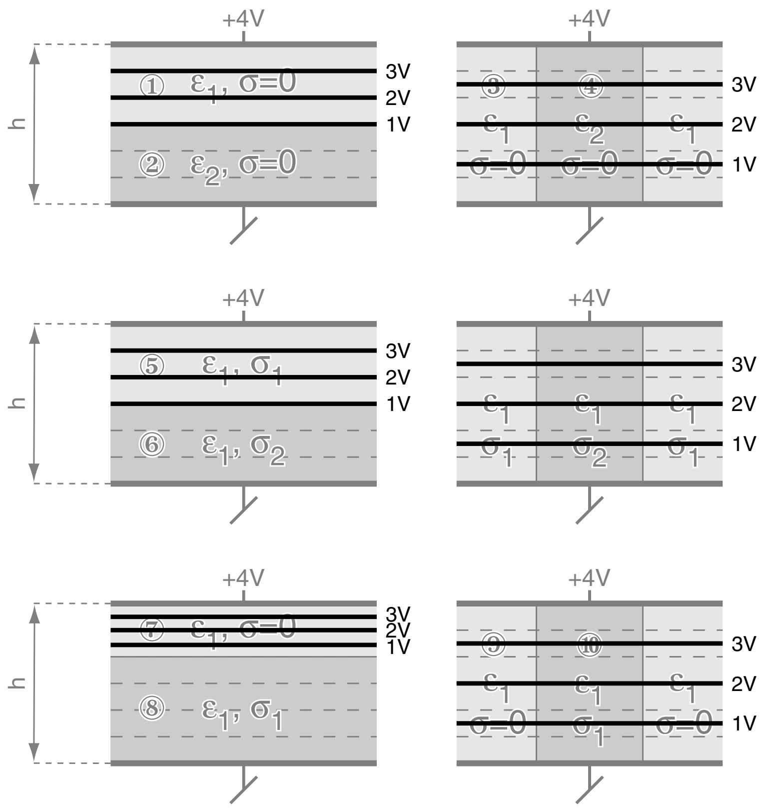
Auch diese Situation kann durch mehrere Plattenkondensatoren dargestellt werden, welche hier allerdings parallel geschaltet sind. Das Feld in jedem der Plattenkondensatoren beträgt $E_n = U/h$.

⑤, ⑥ Aufgrund des Ohmschen Gesetzes gilt $E_n = \sigma_n i$. Die Stromdichte i muss überall gleich sein, da ansonsten irgendwo im Dielektrikum Ladungen entstehen/verschwinden müssten. Somit gilt für das Verhältnis der elektrischen Felder $E_6/E_5 = \sigma_1/\sigma_2$. Alle weiteren Schritte sind identisch zu ①, ② – einzig die Dielektrizitätskonstanten ϵ sind durch die Leitfähigkeiten σ zu ersetzen. Insbesondere sind auch die Äquipotentiallinien identisch und die Felder betragen

$$E_5 = \frac{U}{h}\frac{2\sigma_2}{(\sigma_1 + \sigma_2)} = \frac{U}{h}\frac{3}{2} \qquad , \qquad E_6 = \frac{U}{h}\frac{2\sigma_1}{(\sigma_1 + \sigma_2)} = \frac{U}{h}\frac{1}{2}.$$

Diese Situation kann nicht mit Kondensatoren, jedoch mit der Serieschaltung von zwei Widerständen gelöst werden. Die Widerstände betragen $R_n = \frac{h/2}{\sigma_n A}$. Das Verhältnis der Spannungen (und damit der elektrischen Felder) beträgt

$$\frac{U_6}{U_5} = \frac{E_6}{E_5} = \frac{R \cdot iA}{R \cdot iA} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1/3.$$



(mitte rechts) Das elektrische Feld ist überall gleich. Somit gelten die Lösungen von ③, ④. Die Situation entspricht der Parallelschaltung von Widerständen.

⑦, ⑧ In dieser Anordnung fliessen keine Ströme. Somit verschwindet das E-Feld im Leiter ($E_8 = \sigma_1 i = 0$). Die gesamte Spannung fällt über dem Dielektrika ab, womit $E_7 = U/(h/3) = 3U/h$.

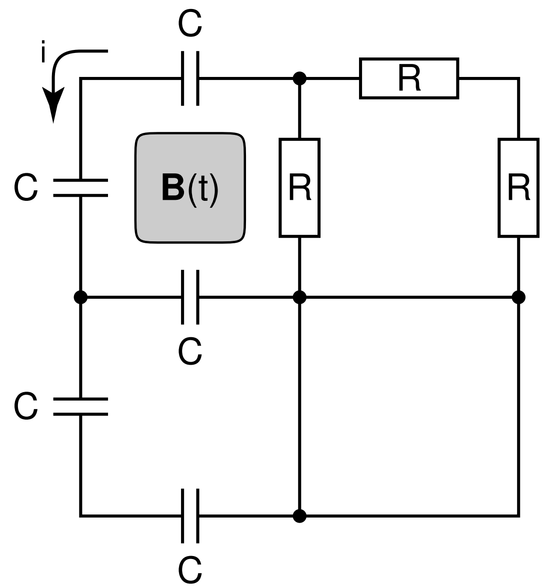
Die Situation kann in eine Serieschaltung von Widerstand und Plattenkondensator zerlegt werden.

⑨, ⑩ Auch hier ist – wie in den beiden anderen Situationen auf der rechten Seite – das elektrische Feld homogen und hat dieselben Werte von $E_9 = E_{10} = U/h$.

Die Situation entspricht der Parallelschaltung von Widerstand und Plattenkondensator.

2. Siehe Figur.

3 **Induktion** (7 Punkte)



Die Figur zeigt eine Schaltung bestehend aus Widerständen $R = 3$ kΩ und Kapazitäten $C = 0.4$ μF. Im grauen Bereich, welcher eine Fläche $A = 1$ cm^2 habe, wird ein zeitlich veränderliches Magnetfeld $B = B_0 \mathrm{Re}\left(e^{j\omega t}\right)$ senkrecht zur Blattebene angelegt ($B_0 = 0.1$ T, $\omega = 5000$ s^{-1}).

1. Wie gross ist der maximale induzierte Strom i_0?

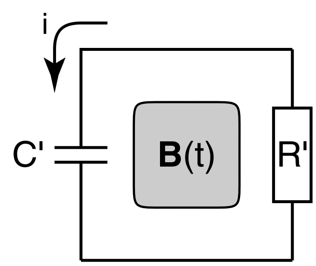
   Tip Vereinfache zuerst die Schaltung so weit als möglich.

2. Welche mittlere Leistung wird dem Magnetfeld entzogen und in den Widerständen in Wärme umgewandelt?

3.1 Induktion

1. Die Schaltung lässt sich vereinfachen zu einem einfachen RC-Glied mit

$$
\begin{aligned}
R' &= \frac{2}{3} R = 2 \text{ k}\Omega \\
C' &= \frac{3}{8} C = 0.15\ \mu\text{F} \\
\text{und} \qquad Z &= R' + \frac{1}{j\omega C'}.
\end{aligned}
$$



Nach der Maxwell-Gleichung gilt $u = \oint_{\partial A} \vec{E} \mathrm{d}\vec{s} = -\int_A \dot{\vec{B}} \mathrm{d}\vec{A} = -\dot{\Phi}$. Somit beträgt die induzierte Spannung u in der vorliegenden Situation, bei der A konstant ist,

$$u = -\dot{\Phi} = -A\dot{B} = -AB_0 j\omega e^{j\omega t} = Zi.$$

(Man darf sich die induzierte Spannung als zusätzliche Spannungsquelle vorstellen, welche an einer beliebigen Stelle in die Leiterschlaufe eingefügt wird.)

Der Strom i und der maximale Strom i_0 betragen also

$$
\begin{aligned}
i &= \frac{u}{Z} = \frac{AB_0\omega^2 C'}{1 + j\omega R'C'} e^{j\omega t} \\
i_0 &= \frac{|u|}{|Z|} = \frac{AB_0\omega^2 C'}{\sqrt{1 + \omega^2 R'^2 C'^2}} = 20.8\ \mu\text{A}.
\end{aligned}
$$

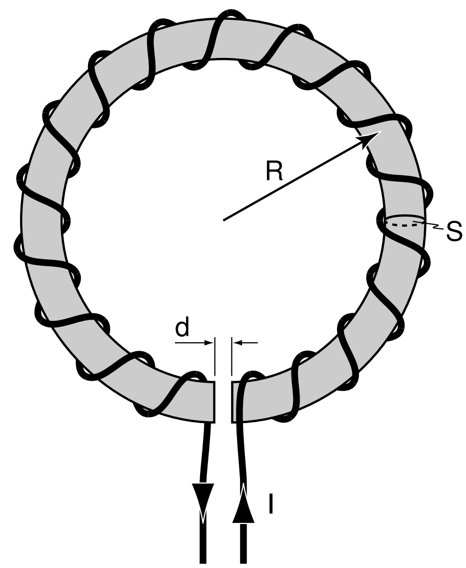
2. Die Leistung, welche in R' in Wärme umgewandelt wird, beträgt

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} R' i_0^2 = \frac{A^2 B_0^2 \omega^4 R' C'^2}{2\left(1 + \omega^2 R'^2 C'^2\right)^2} = 4.33 \cdot 10^{-7}\ \text{W},$$

wobei der Faktor 1/2 die Wechselspannung berücksichtigt.

4 **Ringspule** (10 Punkte)

In einer Ringspule mit $N = 100$ Windungen und einem mittleren Radius von $R = 5$ cm fliesst ein Strom von $I = 5$ A. Die Querschnittsfläche beträgt $S = 1$ cm^2. Die Spule sei mit einem Material mit der Permeabilität $\mu = 2500$ gefüllt und weise an einer Stelle einen Spalt von $d = 1$ mm auf.



1. Ändert sich beim Übergang in den Spalt das $\vec{H}$- oder das $\vec{B}$-Feld?
2. Wie gross ist das $\vec{B}$-Feld im Spalt?

   Tip Benutze die Integralform der Maxwellgleichung, welche das $\vec{H}$-Feld mit dem Strom I verknüpft.
3. Wie gross ist die Selbstinduktivität L?
4. Welche Energie ist im Volumen des Spaltes gespeichert?

   Welchem Anteil der totalen in der Spule gespeicherten Energie entspricht dies?

4.1 Ringspule

1. Das $\vec{H}$-Feld ändert sich beim Übergang in den Spalt; das $\vec{B}$-Feld ist stetig.
2. Die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ ergibt sich aus der Maxwell'schen Gleichung für einen Integrationsweg im Innern der Spule.

$$\oint \vec{H} \mathrm{d}\vec{s} = \sum I = NI$$

   Das $\vec{B}$-Feld $\vec{B} = \mu_0 \mu(\vec{s}) \vec{H}$ ist beim Übergang in den Spalt stetig, also auf dem ganzen Integrationsweg konstant und ausserdem parallel zu $\mathrm{d}\vec{s}$. Somit

$$\begin{aligned} \oint \vec{H} \mathrm{d}\vec{s} &= \oint \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu(\vec{s})} \mathrm{d}\vec{s} = \frac{B}{\mu_0} \oint \frac{1}{\mu(s)} \mathrm{d}s \\ &= \frac{B}{\mu_0} \left(\frac{2\pi R - d}{\mu} + \frac{d}{1} \right) = \frac{B}{\mu_0} \frac{2\pi R + d(\mu - 1)}{\mu} = NI. \end{aligned}$$

   Daraus

$$B = \frac{\mu_0 \mu N I}{2\pi R + d(\mu - 1)} = 0.558 \text{ T}.$$

3. Die Selbstinduktivität ist definiert über $\Phi = LI$. Der Fluss Φ für eine gegebene Stromstärke I beträgt $\Phi = B \cdot SN$. Daraus ergibt sich für die Selbstinduktivität

$$L = B\frac{SN}{I} = \frac{\mu_0 \mu S N^2}{2\pi R + d(\mu - 1)} = 1.117 \cdot 10^{-3} \text{ Vs/A} = 1.117 \text{ mH}$$

4. Die im Spalt gespeicherte Energie beträgt

$$\begin{aligned}
W_{Spalt} &= \frac{1}{2} B H V_{Spalt} = \frac{1}{2\mu_0} B^2 S d \\
&= \frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{LI}{SN}\right)^2 S d = \frac{L^2 I^2 d}{2\mu_0 S N^2} \\
&= \frac{\mu_0 \mu^2 I^2 S N^2 d}{2\left[2\pi R + d\left(\mu - 1\right)\right]^2} \\
&= 12.4 \text{ mJ}
\end{aligned}$$

Die total in der Spule gespeicherte Energie beträgt

$$W_{total} = \frac{1}{2} L I^2 \ (= 14.0 \text{ mJ})$$

Der im Spalt gespeicherte Teil der Energie beträgt also

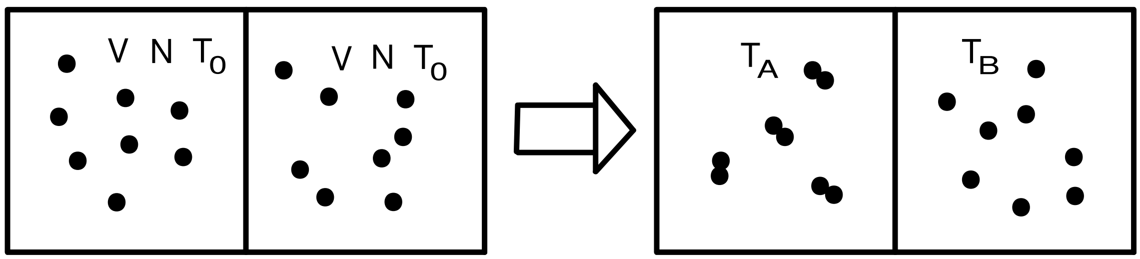
$$\begin{aligned}
\frac{W_{Spalt}}{W_{total}} &= \frac{Ld}{\mu_0 S N^2} \\
&= \frac{\mu d}{2\pi R + d\left(\mu - 1\right)} \approx \frac{1}{1 + \frac{2\pi R}{\mu d}} \\
&= 88.9\%.
\end{aligned}$$

Bemerkung

Die Energie in der Spule abzüglich Spalt kann analog zu W_{Spalt} berechnet werden. Daraus ergibt sich die totale Energie $W_{total} = W_{Spalt} + W_{Spule} = \frac{1}{2} L I^2$, womit wiederum L bestimmt werden kann.

5 Kasten mit chemischer Reaktion (8 Punkte)

Ein Kasten enthält zwei verschiedene, einatomige Gase, die durch eine wärmeleitende Wand getrennt sind. Temperatur $T_0 = 300$ K, Volumen $V = 10^{-4}$ m^3 und Teilchenzahl $N = 10^{20}$ sind in beiden Kastenteilen gleich gross. Auf der linken Seite erfolgt eine chemische Reaktion, wie z.B. $H + H \rightarrow H_2$, welche die Energie pro Mol (der Reagenten) $Q = 2$ kJ/mol freisetzt.



Berechnen Sie unter der Annahme, dass die reaktion vollständig abläuft, jeweils die Temperatur T und den Druck p im linken und rechten Kastenteil im thermodynamischen Gleichgewicht nach der Reaktion!

5.1 Kasten mit chemischer Reaktion

vor Reaktion:

$$\begin{aligned}
T_0 &= T_{0,A} = T_{0,B} = 300 \;\; \text{K} \\
V &= V_A = V_B = 10^{-4} \;\; \text{m}^3 = const. \\
N &= N_{0,A} = N_{0,B} = 10^{20} \\
n &= \frac{N}{N_A} = \frac{10^{20}}{6.023 \cdot 10^{23} \;\; \text{mol}^{-1}} = 1.66 \cdot 10^{-4} \;\; \text{mol} \\
p_0 &= \frac{nRT_0}{V_0} = \frac{N_0 k_B T_0}{V_0} = 4142 \;\; \text{Pa}
\end{aligned}$$

nach Reaktion:

$$\begin{aligned}
p_A V &= \frac{N}{2} k_B T_A = \frac{N}{2} k_B T_e \qquad (N \rightarrow N/2) \\
p_B V &= N k_B T_B = N k_B T_e \\
\Rightarrow p_A &= p_B/2
\end{aligned}$$

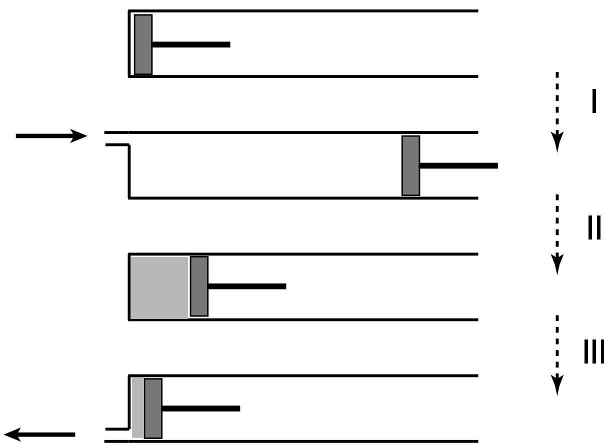
Energieerhaltung:

$$\frac{N}{2} C_{V,Bi} T_e + N C_{V,Mono} T_e = 2N C_{V,Mono} T_0 + Q \cdot n$$

$$
\begin{aligned}
Te &= \frac{2NC_{V,Mono}T_0 + Q \cdot n}{N(C_{V,Bi}/2 + C_{V,Mono})} \\
&= \frac{2 \cdot 10^{20} \cdot \frac{3}{2} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}\ \ \mathrm{J/K} \cdot 300\ \ \mathrm{K} + 2 \cdot 10^{3}\ \ \mathrm{J} \cdot 1.66 \cdot 10^{-4}\ \ \mathrm{mol}}{10^{20} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}\ \ \mathrm{J/K}(\frac{1}{2}\frac{5}{2} + \frac{3}{2})} \\
&= \frac{1.242\ \ \mathrm{J} + 0.332\ \ \mathrm{J}}{3.795 \cdot 10^{-3}\ \ \mathrm{J/K}} = 414.76\ \ \mathrm{K} \\
\Rightarrow p_A &= \frac{Nk_BT_e}{2V} = 2.86\ \ \mathrm{kPa} \\
p_B &= \frac{Nk_BT_e}{V} = 5.73\ \ \mathrm{kPa}
\end{aligned}
$$

6 Kompressor (8 Punkte)

Ein Kompressor soll jede Minute 25 kg Druckluft von 20 bar erzeugen. Er saugt die Luft bei 1 bar und 18° C an. Die Kompression darf als adiabatisch betrachtet werden ($\gamma = 1.4$). Die Molmasse von Luft beträgt $M_{Luft} = 28.95$ g/mol.



Tip: Der Kreisprozess des kompressors kann in drei Teilprozesse geteilt werden (Figur):

- I Ansaugen der Luft: isotherm
- II Verdichten im Kompressor: adiabatisch
- III Ausstossen der Luft: isotherm

1. Welche Temperatur hat die abgegebene Pressluft?
2. Welche Nutzleistung muss der Antriebsmotor für das Verdichten der Luft aufbringen? Es ist: $C_p = 1.006$ J/g K $= 29.12$ J/mol K
3. Und welche Nutzleistung muss der Antriebsmotor für das isotherme (und isobare) Ausstossen der komprimierten Luft aufbringen?

6.1 Kompressor

1. Adiabatengleichungen lauten: $TV^{\gamma-1} = const.$ und $pV^{\gamma} = const.$
   Mit $pV = NkT$ folgt: $T^{\gamma}p^{1-\gamma} = const.$
   Es ergibt sich somit für die Temperatur nach der Kompression:
   $$T_2 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 684.8 \text{ K} = 411.8° \text{ C}$$
2. Zur Berechnung der mechanischen Arbeit der Kompression muss der Teilprozess II betrachtet werden:
   - I Ansaugen der Luft: isotherm $W_I = -p_1V_1$
   - II Verdichten im Kompressor: adiabatisch
   $$W_{II} = nC_V(T_2 - T_1) = n(C_p - R)(T_2 - T_1)$$
   - III Ausstossen der Luft: isotherm $W_{III} = p_2V_2$

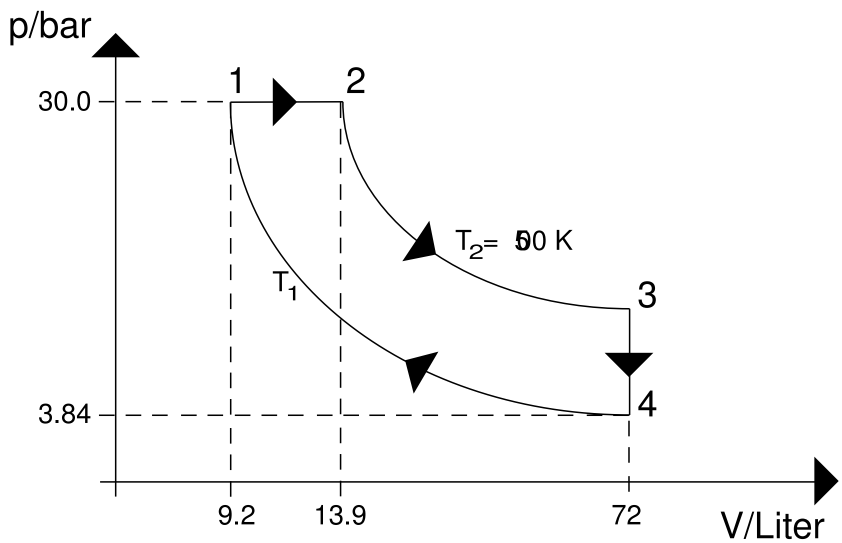
   Berechnung der Molmenge: $n = 25$ kg/28.95 (g/mol) $= 863.56$ mol
   Nutzleistung für Kompression:
   $$P_{II} = W_{II}/t = n(C_p - R)(T_2 - T_1)/t = 117.9 \text{ kW}$$
3. $P_{III} = W_{III}/t = (p_2V_2)/t$

V_2 berechnet sich aus der Adiabatengleichung: $V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$
V_1 erhält man aus der Gasgleichung $V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} = 20.89\ \mathrm{m}^3$.
Und damit:

$$P_{III} = W_{III}/t = (p_2 V_2)/t = \frac{nRT_1}{t} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 81.9\ \mathrm{kW}$$

7 **Wärmekraftmaschine** (10 Punkte)

Eine Wärmekraftmaschine arbeitet nach einem thermodynamischen Kreisprozess, der aus einer isobaren, einer isochoren und aus zwei isothermen Zustandsänderungen besteht (siehe Skizze).



Die Maschine arbeitet mit $\nu = 10$ mol eines idealen zweiatomigen Gases.

1. Bei welcher/welchen der vier Zustandsänderungen des Kreisprozesses nimmt die innere Energie U des Gases zu? Wie gross ist dabei die Zunahme ΔU?
2. Bei welchen Zustandsänderungen des Kreisprozesses wird Wärme zugeführt? Wie gross ist die umgesetzte Wärmemenge?
3. Wie gross ist die bei einem Umlauf abgegebene mechanische Nettoarbeit W_n der Maschine und welchen Wirkungsgrad η erreicht sie?
4. Vergleichen Sie den Wirkungsgrad aus 3. mit dem Wirkungsgrad eines Carnot-Prozesses, der zwischen den Wärmebädern mit den Temperaturen T_1 und T_2 arbeitet!

7.1 **Wärmekraftmaschine**

1. Die innere Energie U nimmt zu bei der Zustandsänderung $1 \rightarrow 2$:

$$\Delta U = \nu \cdot C_V \cdot (T_2 - T_1)$$

Für das zweiatomige Gas (5 Freiheitsgrade) gilt $C_V = \frac{5}{2}R$.

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{p_4}{p_3} \cdot T_2 \qquad (isochor), \quad p_3 = \frac{V_2}{V_3} \cdot p_2 \qquad (isotherm), \quad T_2 = 500 \ \ \mathrm{K} \\ T_1 &= \frac{3.84 \ \ \mathrm{bar}}{30 \ \ \mathrm{bar}} \cdot \frac{72 \ \ \mathrm{l}}{13.9 \ \ \mathrm{l}} \cdot 500 \ \ \mathrm{K} = 331.5 \ \ \mathrm{K} \end{aligned}$$

Damit wird die Änderung der inneren Energie ΔU:

$$\Delta U = 35.0 \ \ \mathrm{kJ}$$

2. Die zugeführte Wärme ist $Q_{zu} = Q_{12} + Q_{23}$.

$$\begin{aligned} Q_{12} &= \nu \cdot C_p \cdot \Delta T = 49.0 \ \text{ kJ} \\ Q_{23} &= -W_{23} = \nu \cdot R \cdot T_2 \cdot ln\frac{V_3}{V_2} = 68.3 \ \text{ kJ} \end{aligned}$$

3. Für die Nettoarbeit gilt $W_n = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41}$

$$\begin{aligned} W_{12} &= -p_1(V_2 - V_1) = -14.1 \ \text{ kJ} \\ W_{23} &= -Q_{23} = -68.3 \ \text{ kJ} \\ W_{34} &= 0 \\ W_{41} &= -\nu \cdot R \cdot T_1 \cdot ln\frac{V_1}{V_4} = 56.7 \ \text{ kJ} \end{aligned}$$

   Damit ist $W_n = -25.8$ kJ.
   Der Wirkungsgrad η ergibt sich zu $\eta = \frac{|W_n|}{Q_{zu}} = 0.22$.

4. Der Wirkungsgrad eines Carnot-Prozesses, der zwischen den Wärmebädern mit den Temperaturen T_1 und T_2 arbeitet, ist

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0.34.$$

8 Auger Effekt (5 Punkte)

Ein Elektron im Chrom-Atom (Kernladungszahl $Z_{Cr} = 24$) macht den Übergang $n = 2 \rightarrow n = 1$, ohne ein Photon zu emittieren. Stattdessen wird die bei diesem Übergang frei werdende Energie auf ein äusseres Elektron (ursprünglich im Zustand $n = 4$) übertragen, welches daraufhin vom Atom ausgestossen wird.

(Dies ist der *Auger Effekt*, und das ausgestossene Elektron wird als *Auger Elektron* bezeichnet.)

Berechnen Sie die kinetische Energie des Auger Elektrons näherungsweise mittels des Bohrschen Atommodells!

8.1 Auger Effekt

Das Chrom-Atom hat 24 Protonen in seinem Kern. In einem einfachen Bild, sehen gebundene Elektronen daher einen Kern der Ladung $Ze = 24e$. Die Energie eines Elektrons ist dann

$$E_n = 13.6 \, \frac{Z^2}{n^2} \ \text{eV}.$$

Die Energie $\Delta E_{2\rightarrow 1}$, die beim Übergang von $n = 2$ nach $n = 1$ frei wird ist daher

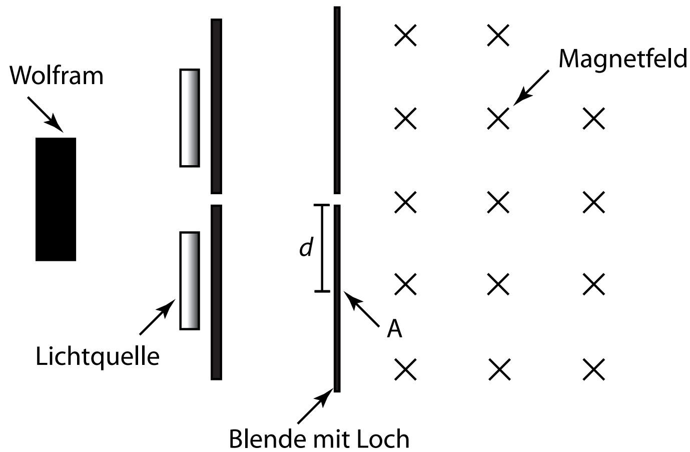
$$\Delta E_{2\rightarrow 1} = 13.6 \cdot Z^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{eV} = 5.875 \text{ keV}$$

Die kinetische Energie E_{kin} des Auger Elektrons ist daher 5.875 keV minus der Ionisationsenergie E_{ion}, die nötig ist, um das Elektron aus dem Zustand $n = 4$ ins Unendliche zu bringen:

$$\begin{aligned} E_{ion} &= 13.6 \, \frac{24^2}{4^2} \ \text{eV} = 0.4896 \text{ keV} \\ E_{kin} &= \Delta E_{2\rightarrow 1} - E_{ion} = 5.385 \text{ keV} \end{aligned}$$

9 **Photoeffekt** (6 Punkte)

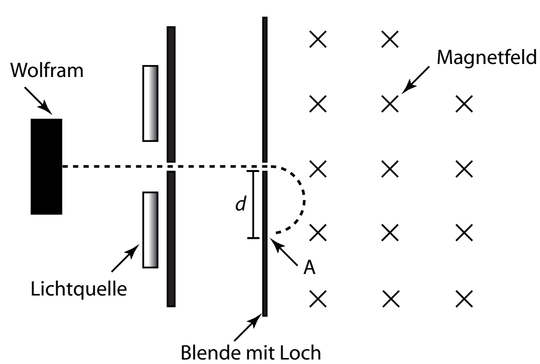
Ein Stück Wolfram wird mit einer monochromatischen Lichtquelle bestrahlt. Durch den Photoeffekt treten Elektronen aus dem Wolframstück aus. Nach Passieren von zwei Lochblenden werden diese in einem homogenen Magnetfeld ($B = 1.6 \cdot 10^{-3}$ T) abgelenkt und treffen in einer Distanz d vom Loch in der Blende auf diese im Punkt A auf. Der genaue Aufbau ist der Figur zu entnehmen. Die Richtung des Magnetfeldes zeige in die Blattebene hinein.



1. Zeichnen Sie die Bahn eines Elektrons, welches beide Lochblenden passieren kann, bis zum Auftreffpunkt.
2. Die Distanz d beträgt 1.3 mm. Wie gross ist die kinetische Energie des Elektrons?
3. Berechnen Sie die de Broglie Wellenlänge des Elektrons.
4. Der Wert des Austrittspotentials für Wolfram beträgt 4.53 eV. Wie gross sind Frequenz und Wellenlänge der einfallenden Photonen?

9.1 Photoeffekt

1.



2. Kräftegleichgewicht:

$$
\begin{aligned}
|F_Z| &= |F_Z| \\
m_e \frac{v^2}{r} &= qvB \\
v &= \frac{qBr}{m_e} \\
E_{kin} &= \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{(qBr)^2}{2m_e} = 1.524 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 95 \text{ meV}
\end{aligned}
$$

3. de Broglie Wellenlänge:

$$
\begin{aligned}
\lambda &= \frac{h}{p} \\
\lambda &= \frac{h}{\sqrt{2m_e E_{kin}}} = 4.0 \cdot 10^{-9} \text{ m}
\end{aligned}
$$

4. $h\nu = W_a + E_{kin}$

   Frequenz: $\nu = \frac{e\phi_a + E_{kin}}{h} = 1.12 \cdot 10^{15}$ Hz

   Wellenlänge: $\lambda = \frac{c}{\nu} = 2.68 \cdot 10^{-7}$ m $= 268$ nm