Lösung des Vordiploms, Physik I

1. Oktober 2001

1. Kombinierte Serien- und Parallelschaltung von Kondensatoren (6 Punkte)

a. C13 = C1 + C3 = 6 μF (Parallelschaltung)

1/C123 = 1/C13 + 1/C2 (Serienschaltung) daraus folgt C123 = 2 μF **(1 P.)**

C1234 = C4 + C123 = 3 μF

1/C12345 = 1/C5 + 1/C1234 daraus folgt C = C12345 = 2 μF **(1 P.)**

b. Gesamte Energie $E = (1/2)CU^2 = 10$ mJ **(1 P.)**

c. Q5 = Q1234, U = U5 + U1234, U5/U1234 = C1234/C5

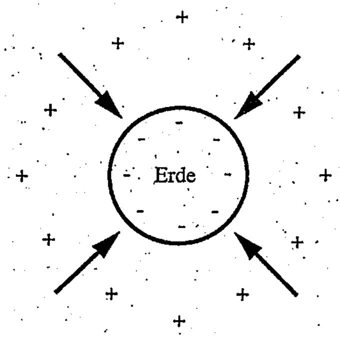
daraus folgt U5 = U C1234/(C1234 + C5) = 33.3 V und E5 = 3.33 mJ **(1 P.)**

U4 = U1234 = U - U5 = 66.7 V daraus folgt E4 = 2.22 mJ

U2 = U4 C13/(C13 + C2) = 44.4 V daraus folgt E2 = 2.96 mJ **(1 P.)**

U1 = U3 = U4 – U2 = 22.3 V E1 = 0.99 mJ, E3 = 0.49 mJ **(1 P.)**

2. Elektrisches Feld der Erdatmosphäre (5 Punkte)



a. Die Ladung muss negativ sein!

Lösung mit Satz v. Gauss (verwende: 200 m << $R_E = 6.37\cdot10^6$ m)

$$\int_{Erde} \vec{E}d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \textbf{(0.5 P.)}$$

$$4\pi R_E^2(E_{300} - E_{200}) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$Q = 4\pi\varepsilon_0 R_E^2(E_{300} - E_{200}) < 0!! \quad \textbf{(1 P.)}$$

Numerisch: $Q = -4\pi \cdot 8.854\cdot10^{-12} \cdot 40 \cdot (6.37\cdot10^6)^2 \frac{\mathrm{AsNm^2}}{\mathrm{VmC}} = -1.8\cdot10^5 C$, wobei 1 Nm = 1VAs und 1C = 1As, somit gilt: 1 N/C = 1 V/m. **(0.5 P.)**

b. Im Mittel fliesst der Strom I_A = 1800 A durch die betrachtete Kugeloberfläche in 200 m Höhe in der Erdatmosphäre. Wieder verwenden wir: 200 m << $R_E = 6.37\cdot10^6$ m.

Die Leitfähigkeit berechnen wir nach dem Ohm'schen Gesetz:

$$j = \sigma \cdot E \quad \textbf{(1 P.)}$$

Die Stromdichte j und der atmosphärische Strom I_A hängen wie folgt zusammen: $I_A = j A$, wobei j die mittlere Stromdichte und $A = 4\pi R_E^2$ die Oberfläche der Erde ist.

Daraus ergibt sich:

$$j = \frac{I_A}{4\pi R_E^2} \quad \textbf{(1 P.)}$$

Num.: $j = 3.5\cdot10^{-12}\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m^2}} = 3.5\frac{\mathrm{pA}}{\mathrm{m^2}}$

$$\sigma = \frac{j}{E} = \frac{j}{E_{200}} = \frac{I_A}{4\pi R_E^2 E_{200}}$$

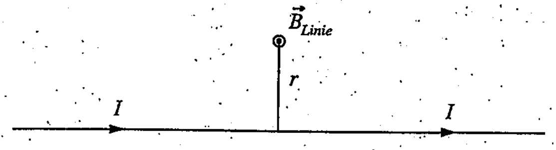
Num.: $\sigma = \dfrac{3.5\cdot 10^{-12}\,\frac{\text{A}}{\text{m}^2}}{100\,\frac{\text{N}}{\text{C}}} = 3.5\cdot 10^{-14}(\Omega\cdot\text{m})^{-1}$, wobei $1\,\Omega = 1\text{V/A}$ und $1\text{ N/C} = 1\text{ V/m}$. **(1 P.)**

3. Feld einer Schlaufe (4 Punkte)

Es gilt:

$$\vec{B} = \vec{B}_{Linie} + \vec{B}_{Kreis} \quad \textbf{(0.5 P.)}$$

a. $\vec{B}_{Linie}$ zeigt senkrecht aus der Papierebene.



$$\oint \vec{B}_{Linie}\,d\vec{s} = \mu_0 \cdot I$$

$$B_{Linie}\cdot 2\pi r = \mu_0 \cdot I$$

$$B_{Linie} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \textbf{(0.5 P.)}$$

$\vec{B}_{Kreis}$: Wie $\vec{B}_{Linie}$ zeigt auch $\vec{B}_{Kreis}$ senkrecht aus der Papierebene, oder mit dem Gesetzt von Biot-Savart: $d\vec{B}_{Kreis} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$.

Auf dem Kreis $d\vec{l} \perp \vec{r} \Rightarrow d\vec{l}\times\vec{r} = dl\cdot r\sin(90^\circ) = dl\cdot r$, also:

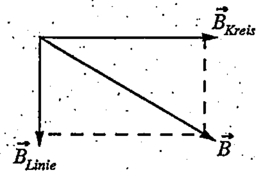
$$B_{Kreis} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3}\cdot\int dl\cdot r = \frac{\mu_0 I r}{4\pi r^3}\cdot\int dl$$

$$B_{Kreis} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\cdot 2\pi r = \frac{\mu_0 I}{2r} \quad \textbf{(0.5 P.)}$$

$\vec{B}$ zeigt senkrecht aus der Papierebene.

$$B = B_{Linie} + B_{Kreis} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{2r}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}\left(\frac{1}{\pi}+1\right) \quad \textbf{(0.5 P.)}$$



b. Wenn der Kreis um 90° gedreht wird, haben wir die folgende Situation:

Die Richtung von $\vec{B}$ ist 72.3° zu $\vec{B}_{Linie}$. **(1 P.)** Die Grösse von $\vec{B}$ ist:

$$B = \sqrt{\left|\vec{B}_{Linie}\right|^2 + \left|\vec{B}_{Kreis}\right|^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 I}{2r}\right)^2}$$

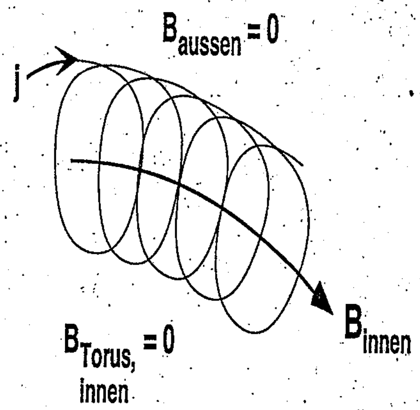
$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}\sqrt{\left(\frac{1}{\pi}\right)^2 + 1} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\sqrt{\pi^2+1} \quad \textbf{(1 P.)}$$

4. Magnetische Energiespeicherung und magnetischer Druck (6 Punkte)

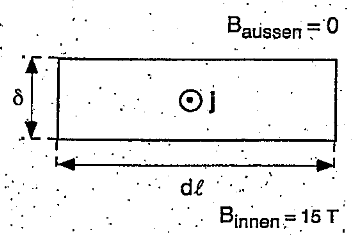
a. Torusspule: Magnetische Energie W_M:

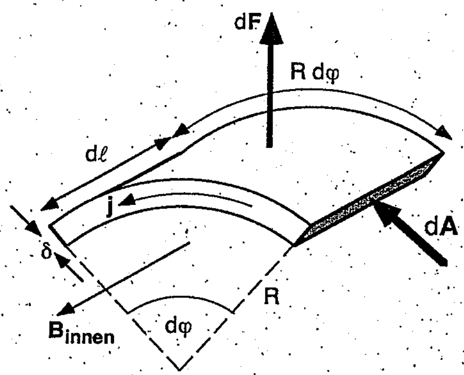
$$W_M = \int w_M\, dV = \int \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_o}\, dV \quad \textbf{(1 P.)}$$

$$W_M = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_o}\pi D\, \pi R^2 = \underline{2.2\times 10^{12}\ \mathrm{J}} \quad \textbf{(1 P.)}$$



b. Kraft $d\vec{F}$ auf Ladungsträger (Lorentz Kraft): $d\vec{F} = \left(\vec{j}\cdot d\vec{A}\right) d\vec{s}\times\vec{B} = \vec{j}\times\vec{B}\, dV$ **(1 P.)** und der Betrag von $d\vec{F}$ ist $dF = j\, B\, \delta\, d\ell\, R\, d\varphi$. Als Feld ist das mittlere Feld $B = B_{innen}/2$ einzusetzen (B_{innen} = 15 T). Stromdichte $\vec{j}$ kann über Ampère'sches Gesetz bestimmt werden:





Querschnitt von Flächenelement dA:

$$|\Delta Q_2| = C_p\cdot\nu\cdot(T_3 - T_2) = \frac{C_p}{R}\cdot p_2\cdot(V_3 - V_2) \quad \textbf{(1 P.)}$$

und

$$|\Delta Q_1| = C_V\cdot\nu\cdot(T_4 - T_1) = \frac{C_V}{R}\cdot(p_4 - p_1)\cdot V_1 \quad \textbf{(1 P.)}$$

Das Ideale Gasgesetz wurde zur Umschrift auf der rechten Seite dieser Gleichung verwendet. Die Adiabatengleichungen $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma$ und $p_3V_3^\gamma = p_4V_1^\gamma$ mit $\gamma = C_p/C_V$ führen zum:

$$\eta_{Diesel} = -\frac{\Delta W}{\Delta Q_2} = \frac{\Delta Q_2 + \Delta Q_1}{\Delta Q_2} = 1 + \frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_2} \quad \textbf{(1 P.)}$$

$$\eta_{Diesel} = 1 - \frac{\frac{C_V}{R}(p_4 - p_1)V_1}{\frac{C_p}{R}p_2(V_3 - V_2)} = 1 - \frac{1}{\gamma}\left(\frac{p_4V_1 - p_1V_1}{p_2V_3 - p_2V_2}\right)$$

$$\eta_{Diesel} = 1 - \frac{1}{\gamma}\left(\frac{p_2\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^\gamma - p_2\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma}{p_2\frac{V_3}{V_1} - p_2\frac{V_2}{V_1}}\right)$$

Wirkungsgrad des Dieselmotors

$$\eta_{Diesel} = 1 - \frac{1}{\gamma}\cdot\frac{1/r_e^\gamma - 1/r_k^\gamma}{1/r_e - 1/r_k} \quad \textbf{(1 P.)}$$

$r_k = V_1/V_2$: Kompressionsverhältnis

$r_e = V_1/V_3$: Expansionsverhältnis

Mit den Zahlen $r_k = 15$, $r_e = 5$ und $\gamma = 1.4$ kommt man auf $\eta \approx 56\%$, also einen theoretischen Wirkungsgrad, der dem des Ottomotors ähnlich ist. Die Wirkungsgrade praktischer Maschinen sind etwa halb so gross.

7. Ionengas (5 Punkte)

Da bei der freien Expansion weder Wärme ausgetauscht noch Arbeit geleistet wird, bleibt die Innere Energie des Gases konstant. Infolge der Expansion entfernen sich die Ionen voneinander, so dass die abstossenden Kräfte zwischen ihnen abnehmen. Aus diesem Grund verringert sich die potentielle Energie des Gases:

$$E_{pot}(t) \propto \frac{1}{r} \approx V_{Gas}(t)^{-1/3} \text{ (1 P.)}$$
$$V_{gas}(t) = 8 \cdot V_{gas}(0)$$
$$E_{pot}(t) = \frac{1}{2} E_{pot}(0) \text{ (1 P.)}$$

Da $\Delta U(t) \equiv \Delta U(0)$ folgt:

$$E_{tot}(t) = E_{tot}(0) = E_{kin}(0) + E_{pot}(0) = E_{kin}(t) + E_{pot}(t)$$
$$\Rightarrow E_{kin}(t) = E_{kin}(0) + \frac{1}{2} E_{pot}(0) \text{ (1 P.)}$$
$$\frac{\Delta E_{kin}(t)}{E_{kin}(0)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_{pot}(0)}{E_{kin}(0)} = \frac{1}{2} \frac{\frac{1}{5} E_{kin}(0)}{E_{kin}(0)} = \frac{1}{10}, \text{ (1 P.)}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = 10\%$$

da $E_{kin} \propto T$. Die kinetische Energie und damit die Temperatur des Gases steigen an. **(1 P.)**

8. Atemgerät des Tauchers (4 Punkte)

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = nR \text{ und } \frac{p_2 V_2}{T_2} = nR \quad \text{(1 P.)}$$

$$p_1 = p_2 + \rho g h \quad \text{(1 P.)}$$

Aus der ersten zwei Gleichungen folgt:

$$V_2 = \frac{p_1}{p_2} \frac{T_2}{T_1} V_1.$$

Mit der dritten Gleichung erhält man:

$$V_2 = \frac{p_2 + \rho g h}{p_2} \frac{T_2}{T_1} V_1. \quad \text{(1 P.)}$$

Mit der Zahlenwerte

$$T_1 = 5\ \text{C} = 278.16\ \text{K}$$
$$T_2 = 25\ \text{C} = 298.16\ \text{K}$$
$$p_2 = 1\ \text{atm} = 760\ \text{torr} = 1.01 \cdot 10^5\ \text{Pa}$$
$$h = 40\,\text{m}$$
$$g = 9.81\,\text{m/s}^2$$
$$\rho_{Wasser} = 10^3\,\text{kg/m}^3$$

erhält man: $V_2 = 78.3\,\text{cm}^3$. **(1 P.)**

9. Materiewellen (2 Punkte)

a. Im E-Feld gewonnene kinetische Energie ist $eU = p^2/2m$

$$p = \sqrt{2 m_K e U} = 2.88 \cdot 10^{-21}\,\text{kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{(1 P.)}$$

b. De Broglie: $p = \hbar \cdot k = \hbar \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \hbar \cdot \frac{2\pi}{p} = 2.30 \cdot 10^{-13}\,\text{m}$ **(1 P.)**

10. Photoelektrischer Effekt an einer Silberfläche (4 Punkte)

a. Energie der Photons: $E_{Photon} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 13.33 \cdot 10^{-19}\,\text{J} = 8.27\ \text{eV}$ **(1 P.)**

b. Austrittsarbeit der Elektrons: $W_0 = h\nu_0 = \dfrac{hc}{\lambda_0} = 7.64 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} = 4.77\ \mathrm{eV}$ **(1 P.)**

c. Die kinetische Energie der Photoelektronen folgt aus der Beziehung: $E_{Photon} = W_0 + E_{kin}$.

$$E_{kin} = E_{Photon} - W_0 = 3.5\,\mathrm{eV} = 5.61 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} \quad \textbf{(1 P.)}$$

Die Geschwindigkeit erhält man dann aus: $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{2E_{kin}}{m}} = 1.1 \cdot 10^6\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **(1 P.)**