Vordiplom, Physik I

11. Oktober 2002 (9:00-12:00, ohne Pause)

Name: ____________________

Vorname: ____________________

Studiengang: ____________________

Legi-Nummer: ____________________

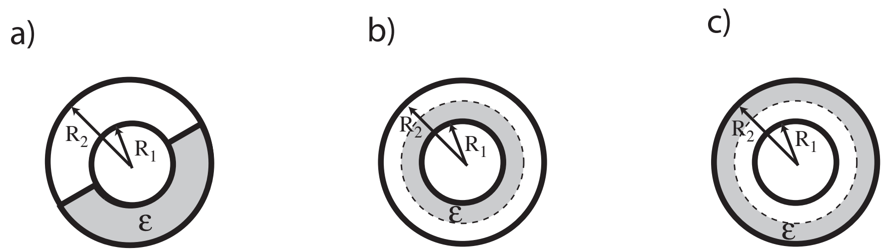
Aufgabe	Punkte	Max.
1		5
2		4
3		3
4		4
5		6
6		6
7		5
8		4
9		5
10		5
Total		47

Note: ....

Name und Vorname auf allen abgegebenen Blättern!

1 Zylinderkondensator mit dielektrischer Füllung (5 Punkte)

Die Hälfte des Volumens eines Zylinderkondensators sei mit einer dielektrischen Masse (Dielektrische Konstante: ϵ) gefüllt. Berechne die Kapazität pro Längeneinheit C/L für folgende Fälle:



Welche der drei gezeichneten Anordnungen besitzt die grösste Kapazität?

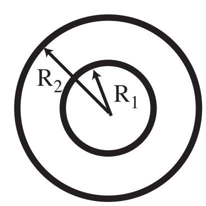
1.1 Zylinderkondensator mit dielektrischer Füllung

Notation: $c_i := \frac{C_i}{L}$ = Kapazität pro Längeneinheit, q = Ladung pro Längeneinheit.
Integrationsfläche = Zylinder mit Länge L, Radius r ($R_1 < r < R_2$).

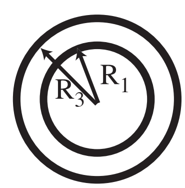
Betrachte die vorgegebenen Kondensatoren als Parallel- bzw. Serieschaltungen zweier Kapazitäten c_1 und c_2. Aus $divE = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$ folgt:

$$
\begin{aligned}
E(r) &= \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r} \\
V &= \int_{R_1}^{R_2} E(r)dr \\
c_0 &= \frac{q}{V} = \frac{2\pi\epsilon_0}{ln\frac{R_2}{R_1}}
\end{aligned}
$$

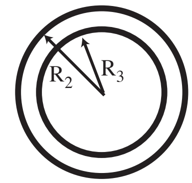
$$c_0 = \frac{2\pi\epsilon_0}{ln(\frac{R_2}{R_1})} = \left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)^{-1}$$



$$c_1 = \frac{2\pi\epsilon_0}{ln(\frac{R_3}{R_1})} = \frac{2\pi\epsilon_0}{ln\sqrt{\frac{1}{2}\left((\frac{R_2}{R_1})^2 + 1\right)}}$$



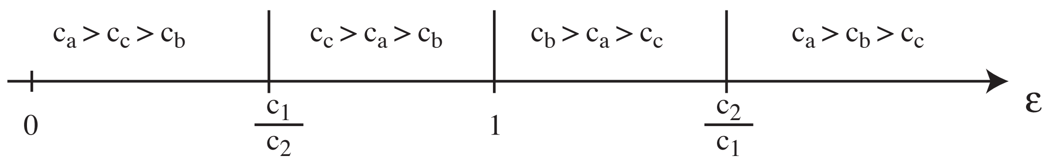
$$c_2 = \frac{2\pi\epsilon_0}{ln(\frac{R_2}{R_3})} = -\frac{2\pi\epsilon_0}{ln\sqrt{\frac{1}{2}\left((\frac{R_1}{R_2})^2+1\right)}}$$



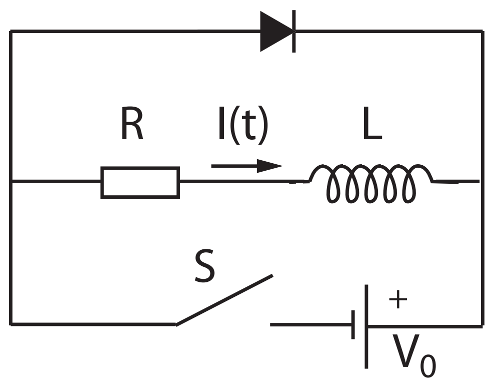
wobei $R_3 = \sqrt{\frac{1}{2}(R_1^2+R_2^2)}$.
Damit wird:

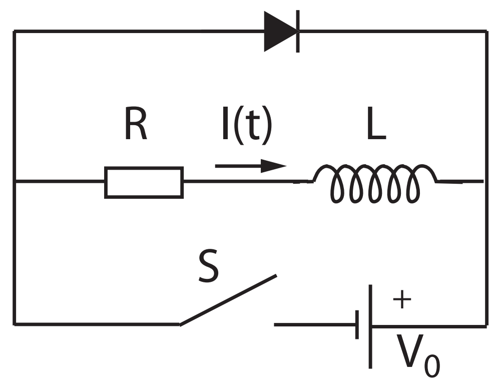
$$\begin{aligned}
c_a &= c_0/2 + \epsilon c_0/2 = \frac{1}{2}(\epsilon+1)\frac{c_1 c_2}{c_1+c_2} \\
c_b &= \left(\frac{1}{\epsilon c_1} + \frac{1}{c_2}\right)^{-1} = \frac{\epsilon c_1 c_2}{\epsilon c_1 + c_2} \\
c_c &= \left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{\epsilon c_2}\right)^{-1} = \frac{\epsilon c_1 c_2}{c_1 + \epsilon c_2}
\end{aligned}$$

Bilde man die Differenzen $\Delta c_{ij} = c_i - c_j$ $(i, j = a, b, c)$:



2 Energiespeicherung in einer Spule (4 Punkte)





2.1 Energiespeicherung in einer Spule

Einschalten: Es fliesst keinen Strom durch die Diode:

$$V_0 + V_{ind} = V_R \Rightarrow L\dot{I} + RI = V_0$$

mit $I(0) = 0$ die Lösung ist:

$$I_{Ein}(t) = \frac{V_0}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

In der Spule L gespeicherte Energie:

$$W_L = \frac{1}{2}LI(\infty)^2 = \frac{LV_0^2}{2R^2}$$

Ausschalten: im ersten Moment nach dem Ausschalten fliesst der gleiche Strom $I(\infty)$ in L weiter. Der gesamte Strom fliesst nun über die Diode:

$$V_{ind} = V_R \Rightarrow L\dot{I} + RI = 0$$

mit $I(0) = \frac{V_0}{R}$ die Lösung ist

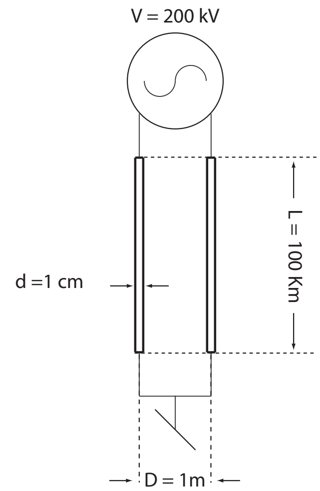
$$I_{Aus}(t) = \frac{V_0}{R}(e^{-\frac{R}{L}t})$$

$$W_R = \int_0^\infty RI(t)^2 dt = R\frac{V_0^2}{R^2}\int_0^\infty e^{-\frac{2R}{L}t}dt = \frac{LV_0^2}{2R^2}$$

Also: $W_L = W_R$, d.h. die gesamte in L gespeicherte Energie kann wieder zurückgewonnen werden.

3 Freileitung: Kraft auf Leiter bei Kurzschluss (3 Punkte)

Eine 100 km lange Hochspannungsleitung ($U = 200\,\text{kV}$, Durchmesser des Kupferdrahts $d = 1\,\text{cm}$, Abstand der Leiter $D = 1\,\text{m}$) erleidet am Ende einen Kurzschluss (Dichte von Kupfer: $\rho_{Cu} = 8.9 \cdot 10^3\,\text{kg/m}^3$, spez. Widerstand von Kupfer: $\rho_e = 1.8 \cdot 10^{-8}\,\Omega\,\text{m}$).



a) Ziehen sich die Leiter gegenseitig an oder stossen sie sich ab?

b) Berechnen Sie die Kraft pro Meter, die die beiden Leiter aufeinander ausüben.

c) Vergleichen Sie das Resultat mit dem Gewicht des Drahtes pro Meter.

3.1 Freileitung: Kraft auf Leiter bei Kurzschluss

a) Drähte mit antiparallel fliessenden Strömen stossen sich ab.

b) Die Kraft zwischen den beiden Leitern ist $F = I \cdot L \cdot B$, wobei B das Magnetfeld von Leiter 1 am Ort von Leiter 2 ist:

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi D}$$

Der Strom I im Leiter ist

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{\rho_e \frac{4L}{\pi d^2}} = 8.7 \cdot 10^3\,\text{A}.$$

Die Kraft pro Meter Leiterlänge ist

$$\frac{F}{L} = I \cdot B = \frac{\mu_0}{2\pi D} I^2 = 15.3\,\text{N/m}.$$

c) Das Gewicht pro Meter Leiterlänge ist

$$\frac{mg}{L} = \frac{\rho_{Cu} V g}{L} = \rho_{Cu} \pi \frac{d^2}{4} g = 6.85\,\text{N/m}.$$

Die Kräfte infolge des Kurzschlusstromes übersteigen das Gewicht um den Faktor 2.2.

4 Elektromagnetische Welle (4 Punkte)

Betrachte die folgende, auf SI-Einheiten normierte ebene elektromagnetische Welle:

$$
\begin{aligned}
E_x &= 0 \\
E_y &= \cos[4p(4.74909 \cdot 10^{14} t - 1.5803 \cdot 10^{6} x)] \\
E_z &= 0
\end{aligned}
$$

mit $p = \pi/2$.

a) Wie gross sind die Frequenz, die Wellenlänge und die Amplitude dieser Welle?

b) In welcher Richtung breitet sich die Welle aus und wie ist sie polarisiert?

c) Schreibe einen Ausdruck für die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ (Vektor !) dieser Welle hin.

4.1 Elektromagnetische Welle

a) Die Ausbreitung einer ebenen Welle erfolgt senkrecht zur Polarisation. Die betrachtete Welle ist (E-Feldkomponente in y-Richtung) in y-Richtung polarisiert. Bleibt die x- oder die z-Richtung als Ausbreitungsrichtung. Der Term $E_y = \cos(\cdots - 1.5803 \cdot 10^6 x)$ zeigt, dass sich die Welle in x-Richtung ausbreitet. Für eine harmonische Welle, die sich in x-Richtung fortbewegt, gilt:

$$
\begin{aligned}
A(x,t) &= A_0 \cos(\omega t - kx) \\
&= A_0 \cos(2\pi t/T - 2\pi x/\lambda) \\
&= A_0 \cos(2\pi(\nu t - x/\lambda)
\end{aligned}
$$

Identifikation mit E_y:

$$
\begin{aligned}
\nu &= \frac{4 \cdot p \cdot 4.7409 \cdot 10^{14} \cdot t}{2 \cdot \pi \cdot t} = 4.74098 \cdot 10^{14} Hz \\
\lambda &= \frac{1}{1.5803 \cdot 10^6} = 632.8 nm
\end{aligned}
$$

entspricht der roten HeNe-Laserlinie.
Amplitude $E_0 = 1$ V/m, da $E_y = 1 \cos(\cdots)$

b) Ausbreitung in x-Richtung mit Polarisation in y-Richtung

c) Es gilt: der Poyntingvektor $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ (Vektorprodukt) steht senkrecht auf dem $\vec{E}$- und dem $\vec{B}$-Feld und zeigt in Richtung des Energietransports. Dieser erfolgt im Vakuum in Richtung der Ausbreitungsrichtung (hier in x-Richtung, $\vec{S} = (S_x \neq 0, 0, 0)$). Somit darf $\vec{B}$ nur eine nichtverschwindende z-Komponente haben. Diese Tatsache und der Betrag von B_z folgt auch aus rot$\vec{E} = -\dot{\vec{B}}$ (Maxwell –Gleichungen);

$$
\begin{aligned}
B_x &= B_y = 0 \\
B_z &= \frac{E_0}{c} \cos[2\pi(\nu t - x/\lambda)]
\end{aligned}
$$

mit: $B_0 = \frac{E_0}{c} = 0.335 \cdot 10^{-8}$ Vsm^{-2}.

5 Mittlere freie Weglänge (6 Punkte)

Die mittlere freie Weglänge λ in einem idealen Gas ist definiert als $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}N\pi d^2}$, wobei N die Anzahl Moleküle pro Volumen und d der Durchmesser der Moleküle ist.

a) Wie ändert sich λ als Funktion des Druckes bei konstanter Temperatur?

b) Wie gross ist λ für Kohlendioxid-Molekül bei Normalbedingungen ($d = 0.84$ nm, $p = 1.013 \cdot 10^5\,\mathrm{N/m^2}$, $T = 0°\,\mathrm{C}$)?

c) Was ist die Grössenordnung von λ bei einer Dichte von 10^{-16} kg/m^3 (Hochvakuum) und 10^{-20} kg/m^3 (interstellaren Raum)? ($m = 30 \cdot 1.6710^{-27}$ kg, $d/2 = 0.2$ nm)

5.1 Mittlere freie Weglänge

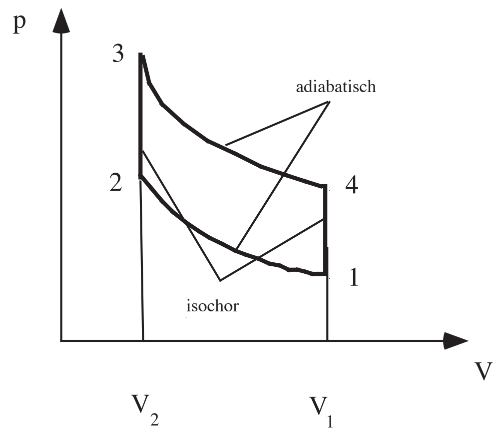
a) Die Zustandsgleichung für ideale Gase lautet $pV = nk_BT$. Daraus ergibt sich für die Anzahl Teilchen pro Volumen $N = \frac{n}{V} = \frac{p}{k_BT}$ und somit $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2}\frac{k_BT}{p} \propto \frac{1}{p}$.

b) Für Kohlenstoff mit $r_o = d/2 = 0.42\,\mathrm{nm}$ bei Normalbedingungen ($p = 1.013 \cdot 10^5\,\mathrm{N/m^2}$, $T = 0°\,\mathrm{C}$) ist $\lambda = 12\,\mathrm{nm}$.

c) Die Dichte eines Gases ist definiert als $\rho = \frac{nm}{V}$. Daraus folgt: $N = \frac{n}{V} = \frac{\rho}{m}$.
Eingesetzt in die Gleichung für λ erhält man $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2}\frac{m}{\rho}$ und mit einer willkürlichen Masse $m = 30 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ und einem Radius $d/2 = 0.2\,\mathrm{nm}$ erhält man
$\lambda \approx 10^9\,\mathrm{m}$ für Hochvakuum und
$\lambda \approx 10^{13}\,\mathrm{m}$ im interstellaren Raum.

6 Wirkungsgrad des Benzinmotors (6 Punkte)

Die nebenstehende Skizze veranschaulicht den idealisierten Kreisprozess des Ottomotors. Zeigen Sie, dass der maximale Wirkungsgrad eines Ottomotors nur vom Verdichtungsverhältnis V_1/V_2 abhängt. Berechnen Sie den Wirkungsgrad für ein Verdichtungsverhältnis von 9 : 1 (Annahme: Das Arbeitsgas sei 1-atomig).



6.1 Wirkungsgrad des Benzinmotors

Ottoprozess:

$1 \rightarrow 2$ Adiabatische Kompression ($dQ = 0$):

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

$2 \rightarrow 3$ Isochore Wärmezufuhr ($dV = 0$):

$$dU = dQ^{\downarrow} = nC_v dT \quad \Rightarrow \quad Q_{23}^{\downarrow} = nC_v(T_3 - T_2)$$

$3 \rightarrow 4$ Adiabatische Expansion ($dQ = 0$):

$$T_3 V_2^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad T_3 = T_4 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

$4 \rightarrow 1$ Isochore Wärmeabgabe ($dV = 0$):

$$\Rightarrow Q_{41}^{\uparrow} = nC_v(T_4 - T_1)$$

$$Q_{23}^{\downarrow} = A^{\uparrow} + Q_{41}^{\uparrow}$$

(Energieerhaltung mit $A^{\uparrow} = A_{34}^{\uparrow} - A_{12}^{\downarrow}$ als abgegebene Nettoarbeit)

$$\eta_{theor.} = \frac{A^{\uparrow}}{Q_{23}^{\downarrow}} = 1 - \frac{Q_{41}^{\uparrow}}{Q_{23}^{\downarrow}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{(T_4 - T_1)\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

mit $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v} = 5/3$ folgt:

$$\eta_{theor.} = 1 - \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{2}{3}} = 77\%.$$

7 Malaysische Feuerpumpe (5 Punkte)

Ein ideales Gas wird bei 20°C schlagartig (d.h., adiabatisches Prozess) und reibungsfrei auf ein Zehntel seines Ausgangsvolumens komprimiert. Berechnen Sie für ein einatomiges und für ein zweiatomiges Gas

a) die Temperaturerhöhung ΔT und

b) die Kompressionsarbeit A (pro Mol).

7.1 Malaysische Feuerpumpe

Während der schlagartigen Kompression kann kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfinden, das heisst es handelt sich um einen adiabatischen Prozess ($dQ = 0$). Es gilt deshalb die folgende Relation:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const.}, \qquad \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v} = \frac{\frac{f}{2}R + R}{\frac{f}{2}R} = 1 + \frac{2}{f}.$$

a) Vor der Kompression ist das Volumen V_0 und die Temperatur T_0, danach ist das Volumen $V_1 = V_0/10$ und die Temperatur T_1. Es gilt nach der obigen Relation:

$$T_0 V_0^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \quad \Longrightarrow \quad T_0 V_o^{\frac{2}{f}} = T_1 \left(\frac{V_o}{10}\right)^{\frac{2}{f}} \qquad \text{und daraus} \qquad T_1 = 10^{\frac{2}{f}} T_0.$$

Damit kann die Temperaturdifferenz geschrieben werden als

$$\Delta T = T_1 - T_0 = T_0(10^{\frac{2}{f}} - 1) = \begin{cases} 1067 \text{ K}, & \text{einatomiges Gas, f} = 3. \\ 443 \text{ K}, & \text{zweiatomiges Gas, f} = 5. \end{cases}$$

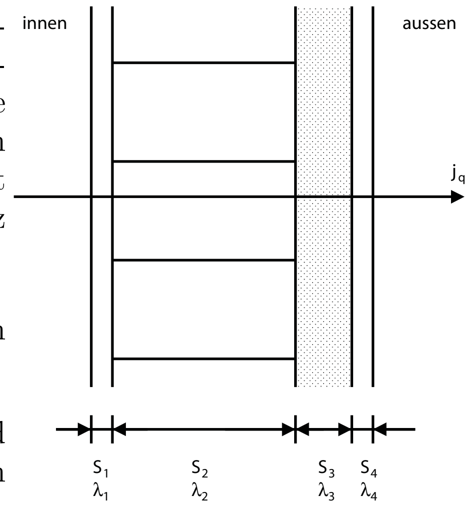
Dabei wird angenommen, dass die Schwingungszustände des zweiatomigen Moleküls eingefroren sind.

b) Die Arbeit, welche durch die Kompression verrichtet wird, ist gegeben durch:

$$A = C_v \Delta T = \frac{f}{2} R \Delta T = \begin{cases} 13.3 \,\text{kJ/mol}, & \text{einatomiges Gas.} \\ 9.2 \,\text{kJ/mol}, & \text{zweiatomiges Gas.} \end{cases}$$

8 Wärmeleitung durch eine Wand (4 Punkte)

Eine Wand besteht aus vier Schichten verschiedener Materialien (siehe Fig.). Hinter einem auf der Innenseite aufgetragenen Kalkgipsputz der Dicke $s_1 = 15$ mm und Wärmeleitfähigkeit $\lambda_1 = 0.7$ W/(mK), folgt eine $s_2 = 24$ cm dicke Hochlochziegelwand ($\lambda_2 = 0.5$ W/(mK)). Dahinter schliessen sich eine $s_3 = 60$ mm dicke Polystyrol-Dämmplattenschicht ($\lambda_3 = 0.04$ W/(mK)) und ein $s_4 = 6$ mm Kunstharzputz ($\lambda_4 = 0.7$ W/(mK)) an.



a) Wie gross ist die stationäre Wärmestromdichte durch die Wand ?

b) Wie ist der Temperaturverlauf im stationären Zustand in der Wand, wenn die Oberflächentemperaturen innen $T_{o,i} = 17$ °C und aussen $T_{o,a} = -10$ °C betragen ?

8.1 Wärmeleitung durch eine Wand

Die Energieerhaltung fordert, dass die Wärmestromdichte j_q in allen Schichten gleich ist. Dies führt zur Gleichung für die Wärmestromdichte in den verschiedenen Schichten s_1 bis s_4:

$$j_q = \frac{\lambda_1}{s_1}(T_{o,i} - T_1) = \frac{\lambda_2}{s_2}(T_1 - T_2) = \frac{\lambda_3}{s_3}(T_2 - T_3) = \frac{\lambda_4}{s_4}(T_3 - T_{o,a}).$$

Der Quotient $\Lambda_n = \lambda_n/s_n$ ist der *Wärmeleitungskoeffizient* einer Schicht, der Kehrwert $R_n = 1/\Lambda_n$ der *Wärmedurchlasswiderstand* mit der Masseinheit m^{2}K/W.

Schreibt man für die Differenz zwischen Innen- und Aussentemperatur

$$T_{o,i} - T_{o,a} = (T_{o,i} - T_1) + (T_1 - T_2) + (T_2 - T_3) + (T_3 - T_{o,a})$$

folgt unmittelbar durch Einsetzen

$$T_{o,i} - T_{o,a} = j_q \left(\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3} + \frac{s_4}{\lambda_4} \right).$$

Wird als *Gesamt–Wärmedurchlasswiderstand*

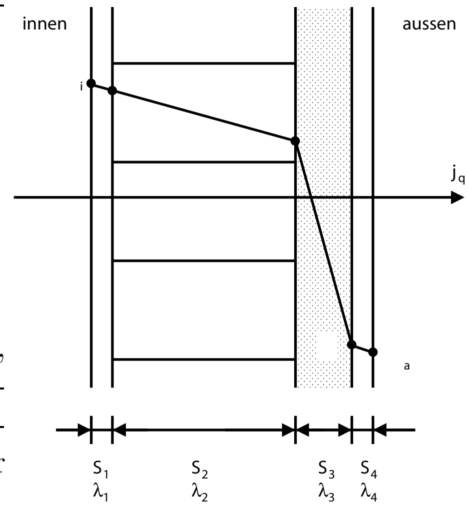
$$R_g = \frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3} + \frac{s_4}{\lambda_4} = 2.01 \, \frac{\mathrm{m^2K}}{\mathrm{W}}$$

definiert, so errechnet sich die Wärmestromdichte j_q durch die Wand zu

$$j_q = \frac{1}{R_g}(T_{o,i} - T_{o,a}) = 13.4 \, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}.$$

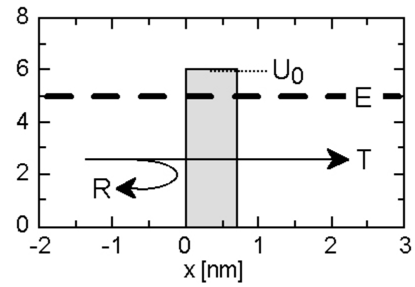
Die Temperaturen an den Schichtgrenzen folgen durch iteratives Einsetzen:

$$
\begin{aligned}
T_1 &= T_{\mathrm{o},i} - R_1 \cdot j_q = 17.0\ °\mathrm{C} - (0.02 \cdot 13.4)\ \mathrm{K} \ = 16.7\ °\mathrm{C}\\
T_2 &= T_1 - R_2 \cdot j_q \ = 10.3\ °\mathrm{C}\\
T_3 &= T_2 - R_3 \cdot j_q \ = -9.9\ °\mathrm{C}\\
T_{\mathrm{o},a} &= T_3 - R_4 \cdot j_q \ = -10.0\ °\mathrm{C}.
\end{aligned}
$$



Der Temperaturabfall in plattenförmigen Schichten ist linear, da keine Wärmequellen in der Wand liegen und die Materialeigenschaften nicht temperaturabhängig sind. Das Temperaturprofil in der Aussenwand hat also den in der Figur dargestellten Verlauf.

9 Durchtunneln einer Barriere (5 Punkte)



Ein Elektron mit einer Energie von $E = 5$ eV treffe auf eine Potenzialbarriere, deren Höhe $U_o = 6$ eV betrage. Die Breite der Barriere sei $d = 0.70$ nm.

a) Welche de Broglie-Wellenlänge besitzt das Elektron ?

b) Welcher Transmissionskoeffizient T ergibt sich, falls man näherungsweise setzen kann:

$$T \approx e^{-2kd}, \quad \text{wobei gilt :} \quad k = \sqrt{\frac{8\pi^2 m_e(U_0 - E)}{h^2}}, \quad m_e = \text{Masse des Elektrons.}$$

c) Wie gross ist der Transmissionskoeffizient nach einer Verringerung der Barrierenbreite auf 0.30 nm ?

d) Wie gross ist der Transmissionskoeffizient in b), wenn die Barrierenhöhe auf 7 eV vergrössert wird ?

e) Welchen Transmissionskoeffizienten erhielte man im Fall b), wenn das einfallende Teilchen ein Proton wäre ?

9.1 Durchtunneln einer Barriere

a) Die kinetische Energie von 5 eV des Elektrons ist viel geringer als die Ruheenergie des Elektrons (511 keV). Dadurch ist die klassische kinetische Energie näherungsweise gleich der relativistischen.

Die de Broglie-Wellenlänge $\lambda = \dfrac{h}{p}$ ergibt sich aus:

$$E_{kin} = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2} \quad \Longrightarrow \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_{kin}}} = 0.55 \text{ nm}.$$

Damit beträgt die Breite der Barriere ca. das 1.3-fache der de Broglie-Wellenlänge.

b) Einsetzen ergibt: $k = 5.12 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$ und $T = 7.7 \cdot 10^{-4}$.

Von jeweils 100'000 Elektronen tunneln nur 77 durch die Potenzialbarriere.

c) $T = 0.046$: Die dünnere Barriere ist wesentlich leichter zu durchtunneln.

d) $T = 3.9 \cdot 10^{-5}$: Das Durchtunneln wird mit wachsender Höhe schwieriger.

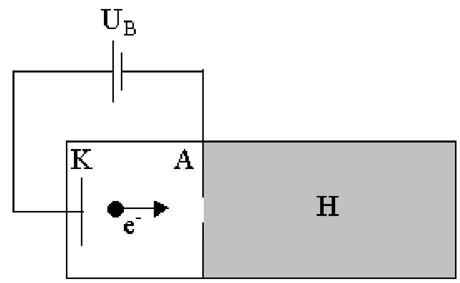
e) Mit der gleichen Rechnung wie in b) erhält man:

$$\lambda = 12.8 \text{ pm}; \qquad k = 2.2 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-1}; \qquad T = 3.34 \cdot 10^{-134}.$$

Für dieses knapp 2000 mal schwerere Elementarteilchen wird der Transmissionskoeffizient bereits verschwindend klein. Es macht wenig Sinn, das Phänomen des Tunneleffekts bei einem makroskopischen Körper erwarten zu wollen.

10 Franck-Hertz-Versuch mit Wasserstoff (5 Punkte)

Bei unelastischen Zusammenstössen können Elektronen quantisierte Energiebeträge auf Atome übertragen, die kleiner als die Ionisationsenergie sind. Die Anregungen erfolgen nur bei erlaubten Übergängen des Atoms. Die Energie der einfallenden Elektronen wird mit Hilfe der Beschleunigungsspannung U_B auf maximal 12.5 eV eingestellt.
Welche Übergänge der Elektronen in den H-Atomen aus höherliegenden Niveaus in den Grundzustand (n=1) werden im Spektrum beobachtet? (*Hinweis:* Sie sollen das Bohr'sche Atommodell verwenden).



10.1 Franck-Hertz-Versuch mit Wasserstoff

In einem Atom werden Übergänge nur dann angeregt, wenn die Energie der anregenden Elektronen grösser ist, als die Energiedifferenz ΔE zwischen zwei Atomniveaus. In unserem Fall können also nur Niveaus mit $\Delta E \leq E_e^{max} = 12.5$ eV angeregt werden. Nach dem Bohr'schen Atommodell sind die Energieniveaus des Wasserstoffs nur abhängig von der Hauptquantenzahl n, wobei $-E_1$ die Grundzustandsenergie des Wasserstoffatoms ist:

$$E_n = -E_1 \frac{Z^2}{n^2} \quad \text{wobei gilt :} \quad Z = 1 : \quad E_1 = \frac{1}{16\pi^2\varepsilon_o^2}\frac{me^4}{2\hbar^2} = 13.6 \text{ eV}.$$

Im Wasserstoffspektrum gilt für die Emissionslinien $E_{ph} = \Delta E$

$$\frac{hc}{\lambda} = E_{ph} = \Delta E = (E_{n_2} - E_{n_1}) = E_1\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right).$$

Für Anregungen aus dem Grundzustand gilt $n_1 = 1$. In der obigen Gleichung eingesetzt und nach λ aufgelöst ergibt sich:

$$\lambda = \frac{hc}{E_1}\left(1 - \frac{1}{n_2^2}\right)^{-1} = \frac{hc}{E_1}\left(\frac{n_2^2}{n_2^2 - 1}\right).$$

n_2	ΔE [eV]	λ [nm]
2	10.2	122
3	12.1	103
4	12.8	97

Für $E_e^{max} = 12.5$ eV erscheinen nur die Linien vom Grundzustand nach $n_2 = 2$ und $n_2 = 3$ im Spektrum des Franck-Hertz-Versuchs mit atomarem Wasserstoff, da ja gelten muss $\Delta E \leq E_e^{max}$. Alle Spektrallinien mit $n_1 = 1$ werden nach ihrem Entdecker *Lyman-Serie* genannt. Sie liegen alle im ultravioletten Teil des optischen Spektrums.