

Vordiplom, Physik I

26. September 2003 (9:00-12:00, ohne Pause)

Name: _____

Vorname: _____

Studiengang: _____

Legi-Nummer: _____

Aufgabe	Punkte	Max.
1		3
2		8
3		3
4		4
5		6
6		3
7		6
8		4
9		2
10		5
Total		44

Note:

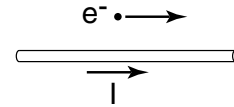
Name und Vorname auf allen abgegebenen Blättern!

1 Vorzeichen (3 Punkte)

Achtung: Falsche Antworten werden negativ gezählt (je $-1/2$ Punkt); es ist möglich, keine Antwort zu den Teilfragen zu geben (0 Punkte).

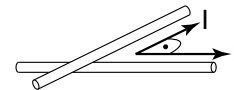
1. Ein Elektron fliegt parallel zu einem stromführenden Draht (Figur). Ist die Lorentzkraft anziehend, abstossend oder Null (zutreffendes Ankreuzen)?

☐ anziehend ☐ abstossend ☐ Null



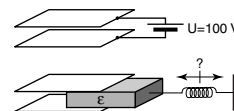
2. Zwei stromführende Drähte verlaufen senkrecht (Figur). Ist die Biot-Savart Kraft anziehend, abstossend oder Null (zutreffendes Ankreuzen)?

☐ anziehend ☐ abstossend ☐ Null



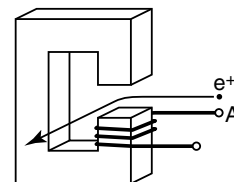
3. Ein Plattenkondensator wird auf 100 V geladen und so dann die Spannungsquelle abgehängt. Nun wird ein Dielektrikum teilweise zwischen die Platten eingeführt (Figur). Wird das Dielektrikum weiter zwischen die Platten hineingezogen, wird es herausgepresst oder wirkt keine Kraft auf das Dielektrikum (zutreffendes Ankreuzen)?

☐ hineingezogen ☐ herausgepresst ☐ keine Kraft

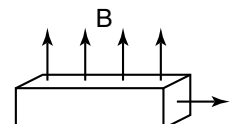


4. Ein Positronenstrahl (d.h., Teilchen mit Ladung $q = +e$) soll im Feld eines Elektromagneten abgelenkt werden. Muss der Anschluss A mit dem negativen oder dem positiven Pol der Batterie verbunden werden, um die in der Figur gezeichnete Bahn der Positronen zu erhalten (zutreffendes ankreuzen)?

☐ positiver Pol ☐ negativer Pol

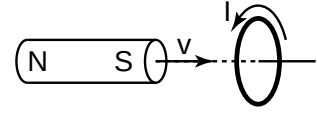


5. In einem Hall-Sensor mit rechteckigem Querschnitt (Figur) fließt ein Strom I . Die Ladungsträger im Sensor seien negativ geladen. Für ein homogenes Magnetfeld B senkrecht zur oberen Seitenfläche des Sensors wird eine der Seitenflächen positiv geladen, die gegenüberliegende negativ geladen und die beiden verbleibenden sind ungeladen. Welche der Seitenflächen ist positiv geladen (zutreffendes ankreuzen)?

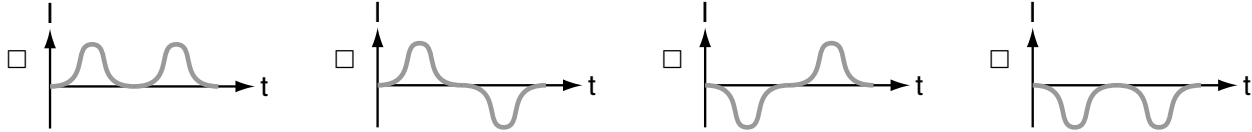


☐ obere Fläche ☐ untere Fläche ☐ vordere Fläche ☐ hintere Fläche

6. Ein Stabmagnet wird wie in der Figur gezeigt durch eine Leiterschleife bewegt und dabei der in der Schleife fließende Strom I gemessen. Welche der unten gezeigten Kurven entspricht (schematisch) dem richtigen Resultat (zutreffendes Ankreuzen)?



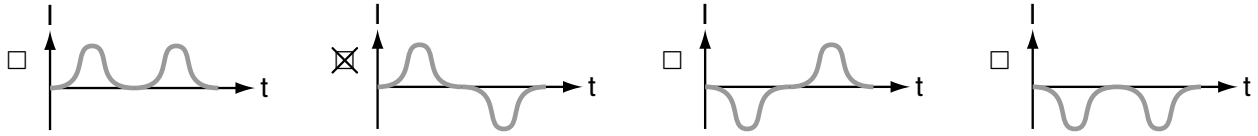
Tip: Der Fluss durch einen Ring um den Magneten wird von den Feldlinien innerhalb des Magneten dominiert.



1.1 Vorzeichen

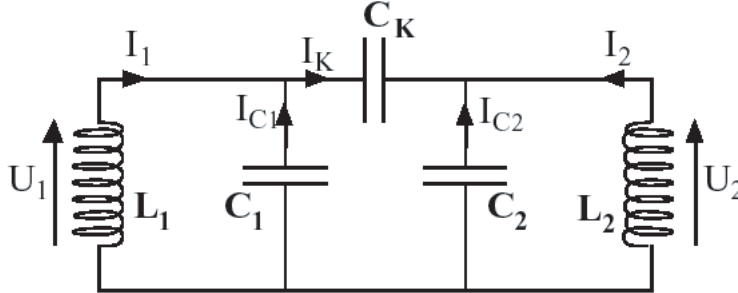
- Die magnetische Induktion $\vec{B}$ umläuft den stromführenden Draht in einer Rechtschraube, zeigt also am Ort des Elektrons aus dem Blatt heraus. Die Lorentzkraft ist dann $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ und somit für eine negative Ladung q nach oben gerichtet.
☐ anziehend ☒ abstossend ☐ Null
- Das B -Feld des einen Drahtes ist gleich wie in a). Die Biot-Savart Kraft ist dann $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$. Im Mittel verschwindet somit die Kraft.
☐ anziehend ☐ abstossend ☒ Null
- Die im Feld gespeicherte Energie wird um einen Faktor ϵ kleiner, wenn der ganze Kondensator mit dem Dielektrikum gefüllt wird. Dieser Energiegewinn wird dazu eingesetzt, das Dielektrikum zwischen die Platten zu ziehen.
☒ hineingezogen ☐ herausgedrückt ☐ keine Kraft
- Um die gezeigte Ablenkung nach vorne mit $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ zu erreichen, muss das B -Feld nach unten zeigen. Ein solches Feld wird erzeugt, wenn ein Strom zum Punkt A hinfließt. Somit muss sich bei A der negative Pol befinden.
☐ positiver Pol ☒ negativer Pol
- Die Ladungsträger im Sensor sind negativ, bewegen sich also entgegen der Stromrichtung I . Auf sie wirkt eine Kraft $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, wodurch sie nach vorne abgelenkt werden ($q < 0$!). Somit ist die vordere Fläche negativ und die hintere positiv geladen.
☐ obere Fläche ☐ untere Fläche ☐ vordere Fläche ☒ hintere Fläche
- Die Feldlinien der magnetischen Induktion $\vec{B}$ sind geschlossen und laufen ausserhalb des Magneten von $N \rightarrow S$ und im Magneten von $S \rightarrow N$. Der Fluss durch einen Ring um den Magneten wird von den Feldlinien innerhalb des Magneten dominiert! Wird der Magnet in die Schleife hineingeschoben, so fließt der Strom I in jene Richtung, welche ein entgegengesetztes B -Feld erzeugt. Der Strom fließt somit in Pfeilrichtung. Beim herausnehmen des Magneten auf der anderen Seite fließt der Strom dann gegen der Pfeilrichtung, wodurch das B -Feld wiederum der Flussänderung entgegenwirkt.
 (Dass der Strom einmal positiv und einmal negativ sein muss, folgt auch daraus, dass der Fluss durch die Leiterschleife lange vor und lange nach passieren des Magneten

verschwindet ($\Phi(-\infty) = \Phi(\infty) = 0$). Da weiter $I \propto U_{ind} = -\dot{\Phi}$ folgt $\int_{-\infty}^{\infty} I dt \propto -\int_{-\infty}^{\infty} \dot{\Phi} dt = -\Phi(\infty) + \Phi(-\infty) = 0$. Das Integral über I kann aber nur verschwinden, wenn einer der Ströme positiv, der andere negativ ist.)



2 Kapazitive Kopplung zweier Schwingkreise (8 Punkte)

Man betrachte das skizzierte und symmetrische ($L_1 = L_2 = L, C_1 = C_2 = C$) elektrische Schwingungssystem:



1. Stelle die Differentialgleichung für die Ströme I_1 und I_2 auf.
2. Bestimme die Eigenschwingungen und Eigenfrequenzen der Ströme I_1 und I_2 . Numerische Werte: $C = 20 \text{ nF}$, $L = 10 \text{ mH}$, $C_K = 170 \text{ nF}$

2.1 Kapazitive Kopplung zweier Schwingkreise

1. Die Differentialgleichungen für die Ströme I_1 und I_2 können mit Hilfe der Kirchhoffschen Gesetze hergeleitet werden.

$$\begin{aligned} I_1 + I_{C_1} &= I_K \\ I_2 + I_{C_2} &= -I_K \end{aligned}$$

wobei gilt:

$$\begin{aligned} I_{C_1} &= \frac{dQ_1}{dt} = -C_1 \frac{dU_1}{dt} = -C_1 \frac{d\left(-L_1 \frac{dI_1}{dt}\right)}{dt} = CL \frac{d^2 I_1}{dt^2} \\ I_{C_2} &= \frac{dQ_2}{dt} = -C_2 \frac{dU_2}{dt} = -C_2 \frac{d\left(-L_2 \frac{dI_2}{dt}\right)}{dt} = CL \frac{d^2 I_2}{dt^2} \\ I_K &= \frac{dQ_K}{dt} = -C_K \frac{dU_K}{dt} = -C_K \frac{d(U_2 - U_1)}{dt} = C_K \left(\frac{d\left(L_2 \frac{dI_2}{dt}\right)}{dt} - \frac{d\left(L_1 \frac{dI_1}{dt}\right)}{dt} \right) \end{aligned}$$

also

$$I_1 + CL \frac{d^2 I_1}{dt^2} = -C_K L \left(\frac{d^2 I_1}{dt^2} - \frac{d^2 I_2}{dt^2} \right) \quad (1)$$

$$I_2 + CL \frac{d^2 I_2}{dt^2} = +C_K L \left(\frac{d^2 I_1}{dt^2} - \frac{d^2 I_2}{dt^2} \right) \quad (2)$$

Addition und Subtraktion dieser beiden Gleichungen führt sofort auf das gesuchte Differentialgleichungssystem :

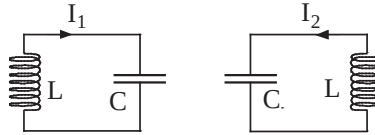
$$\begin{aligned}\frac{d^2(I_1 + I_2)}{d^2t} + \frac{1}{LC}(I_1 + I_2) &= 0 \\ \frac{d^2(I_1 - I_2)}{d^2t} + \frac{1}{L(C + 2C_K)}(I_1 - I_2) &= 0\end{aligned}$$

2. Erste Eigenschwingung :

$$\begin{aligned}q_1 &= I_1 + I_2 \neq 0 \\ q_2 &= I_1 - I_2 = 0 \\ \Rightarrow I_1 &= I_2; \omega_1^2 = \frac{1}{LC} = 5 \cdot 10^9 \text{ s}^{-2} \Rightarrow \omega_1 = 70.7 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}\end{aligned}$$

C_K bleibt also ungeladen und hat keinen Einfluss: $U_K = I_K = 0$; $U_1 = U_2$.

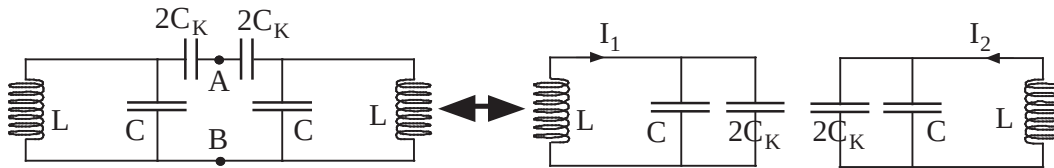
Ersatzschaltung:



Zweite Eigenschwingung :

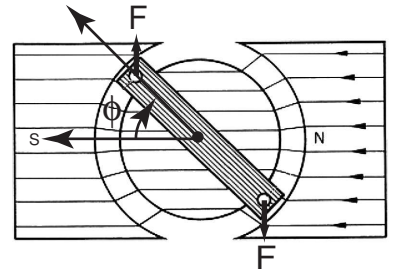
$$\begin{aligned}q_1 &= I_1 + I_2 = 0 \\ q_2 &= I_1 - I_2 \neq 0 \\ \Rightarrow I_1 &= -I_2; \omega_2^2 = \frac{1}{L(C + 2C_K)} = 2.8 \cdot 10^8 \text{ s}^{-2} \Rightarrow \omega_2 = 16.7 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}\end{aligned}$$

In diesem Falle gilt: $U_1 = -U_2$; $U_K = 2U_2$, was folgende Ersatzschaltung sinnvoll macht ($U_{AB} = 0$):



3 Drehspulinstrument (3 Punkte)

Zwischen den kreisförmigen Polen eines Permanentmagneten befindet sich ein Weicheisenkern, der $N = 100$ Windungen einer quadratischen Leiterschleife mit der Kantenlänge $l = 3$ cm trägt (Prinzip des Drehspulinstrumentes gemäss Bild). Die Magnetische Flussdichte (B) beträgt $B = 2.5$ mT .



Wie gross ist die Stromstärke bei einem Winkelausschlag ϕ von 40° ?

Tip: Drehmoment $M = c^* \phi$ mit $c^* = 3 \cdot 10^{-8} \text{ Nm/}^\circ$.

3.1 Drehspulinstrument

Für die magnetische Kraft gilt: $F_{\text{magn}} = NIlB$.

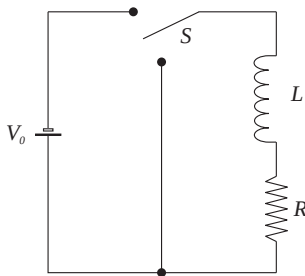
Es ergibt sich ein Drehmoment von $M = 2 \cdot (F_{\text{magn}} \cdot \sin(\frac{\pi}{2} - \phi)) \cdot l/2 = NIBl^2 \cos(\phi)$ so dass

$$M = c^* \phi = NIBl^2 \cos(\phi)$$

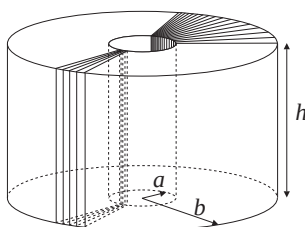
Daraus folgt für die Stromstärke:

$$I = \frac{c^* \phi}{NBl^2 \cos(\phi)} = 6.96 \text{ mA}$$

4 Energie einer Spule (4 Punkte)

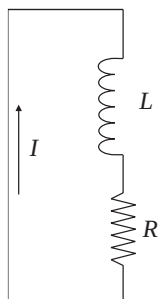


1. Eine Spule mit Selbstinduktion L ist in Serie mit einem Widerstand R geschaltet. Die Spannungsquelle wird durch Umstellen des Schalters S abgehängt. Berechnen Sie die Energie, die durch das Relaxieren ($t \rightarrow \infty$) der Spule frei wird (und in R in Wärme umgewandelt wird).



2. Eine Spule ist gleichmässig um einen hohlen Torus mit rechteckigem Querschnitt (Innenradius $r_i = a$, Aussenradius $r_a = b$, Höhe h) gewickelt und hat N Windungen. Es fliesst ein Strom I durch die Windungen. Für eine solche Spule kann gezeigt werden, dass das Magnetfeld innerhalb der Spule $B(r) = (\mu_0 N I) / (2\pi r)$ ist, und ausserhalb $B = 0$. Berechnen Sie die Energie, die im Magnetfeld enthalten ist.

4.1 Energie einer Spule



1. Solange der Schalter in der oberen Stellung ist, fliesst ein konstanter Strom $I_0 = V_0/R$ durch die Spule ($t \leq 0$). Nach Umkippen des Schalters ($t = 0$) ergibt sich nebenstehender Schaltkreis.

Dieser entspricht der Differentialgleichung

$$L \frac{dI}{dt} + RI = 0$$

mit der Lösung $I(t) = I_0 e^{-Rt/L}$ ($t \geq 0$).

Die Leistung, die im Schaltkreis verbraucht wird, ist $P(t) = IU = RI^2$.

Die totale abgegebene Energie der Spule (nach Umschalten) ist also

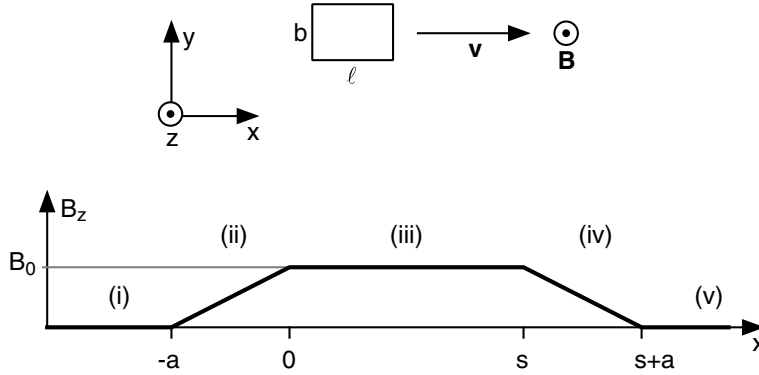
$$E_{tot} = \int_0^\infty R (I_0 e^{-Rt/L})^2 dt = \frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{1}{2} \frac{L V_0^2}{R^2}.$$

2. Ausgehend von der Energiedichte $W = \frac{1}{2} B H$ (pro m^3) des Magnetfeldes kann die Energie des Magnetfeldes berechnet werden:

$$E_M = \frac{1}{2\mu_0} \int_V B^2 dV = \frac{1}{2\mu_0} \int_a^b \left(\frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \right)^2 2\pi r h dr = \frac{\mu_0 N^2 I^2 h}{4\pi} \ln \frac{b}{a}.$$

5 Induktion (6 Punkte)

Ein Rechteck der Länge l und Breite b aus dünnem Kupferdraht mit einem Durchmesser von $2R$ und einer elektrischen Leitfähigkeit σ ($\sigma = \frac{1}{\rho}$ mit ρ spezifische Widerstand) bewegt sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ parallel zur x -Achse in einem Magnetfeld $\vec{B}(x)$. Das Magnetfeld $\vec{B}$ ist parallel zur z -Achse und hat in einem Gebiet (iii) der Länge s den konstanten Wert B_0 ; ausserhalb dieses Gebietes (ii), (iv) nimmt es auf einer Länge a linear zu bzw. ab (siehe Skizze).



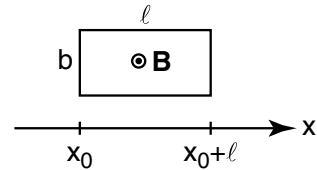
Berechne für den Fall dass das Rechteck vollständig innerhalb eines der Gebiete (i), (ii), (iii), (iv) und (v) ist ($l \ll s, a$):

1. Die im Draht in Wärme umgewandelte Leistung P .
2. Die totale Kraft $\vec{F}$ auf das Rechteck.

5.1 Induktion

1. Der Fluss durch das Rechteck beträgt

$$\Phi = b \int_{x_0}^{x_0+l} B(x) dx.$$



Somit die induzierte Spannung

$$U_{ind} = -\dot{\Phi} = -b \int_{x_0}^{x_0+l} \frac{dB}{dx} \frac{dx}{dt} dx = -b \frac{dB}{dx} vl.$$

Der letzte Umformungsschritt ist möglich, solange sich die Leiterschleife vollständig in einem der Gebiete (i) bis (v) befindet, da dann dB/dx räumlich konstant ist.

Der Strom beträgt

$$I = \sigma \frac{\pi R^2}{2(l+b)} U_{ind}.$$

Somit die Leistung

$$P = U_{\text{ind}} I = \sigma \frac{\pi R^2}{2(l+b)} b^2 l^2 v^2 \left(\frac{dB}{dx} \right)^2.$$

Für die Gebiete (i), (iii) und (v) gilt $dB/dx = 0$ und somit $P = 0$.

Für die Gebiete (ii) und (iv) gilt $dB/dx = \pm B_0/a$ und somit

$$P = \sigma \pi R^2 \frac{b^2 l^2}{2(l+b)} v^2 \frac{B_0^2}{a^2}.$$

2. Da die Leistung P und die von aussen aufgewendete Kraft F_{ext} verknüpft sind über $P = F_{\text{ext}} v$ gilt für die Kraft auf das Rechteck F

$$F = -F_{\text{ext}} = -\frac{P}{v}.$$

Für die Gebiete (i), (iii) und (v) also $F = 0$; für (ii) und (iv)

$$F = -\sigma \pi R^2 \frac{b^2 l^2}{2(l+b)} v \frac{B_0^2}{a^2}.$$

Dasselbe Resultat folgt auch aus der Biot-Savart-Kraft:

$$F = bI [B(x_0 + l) - B(x_0)] = bI \frac{dB}{dx} l = -\sigma \pi R^2 \frac{b^2 l^2}{2(l+b)} v \left(\frac{dB}{dx} \right)^2 = \dots$$

6 Wasserdampf (3 Punkte)

2 Mol Wasserdampf werden bei konstantem Druck von 120 °C auf 180°C erwärmt.

1. Welche Wärmemenge muss zugeführt werden?
2. Wie gross ist die Änderung der inneren Energie?
3. Wie gross ist die Arbeit, die vom Gas bei der Ausdehnung verrichtet wird?

Tip: Näherungsweise kann H_2O als ideales Gas betrachtet werden, mit 6 Freiheitsgraden im betrachteten Temperaturbereich.

6.1 Wasserdampf

Wir verwenden den 1. Hauptsatz:

$$dU = \delta Q + \delta W$$

Wasser ist ein 3-atomiges Molekül und besitzt damit 9 Freiheitsgrade. Im betrachteten Temperaturbereich sind die 3 Schwingungsfreiheitsgrade „eingefroren“. Es kann daher mit 6 Freiheitsgraden (dreimal Translation und dreimal Rotation) gerechnet werden.

1. Bei konstantem Druck ist die zugeführte Wärme:

$$\delta Q = nc_p \Delta T = n \left(\frac{f}{2} + 1 \right) R \Delta T = 3991 \text{ J}$$

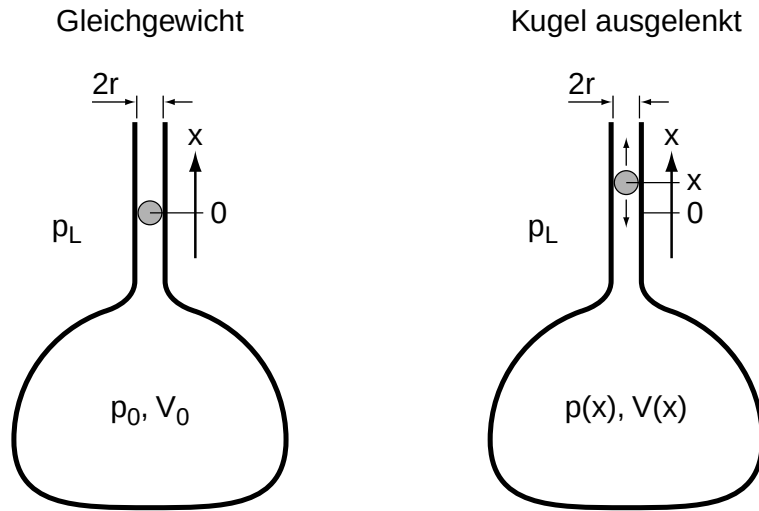
2. Die innere Energie entspricht der bei konstantem Volumen zugeführten Wärme:

$$dU = nc_v \Delta T = n \frac{f}{2} R \Delta T = 2993 \text{ J}$$

3. Die Differenz zwischen der zugeführten Wärmemenge δQ und der im System gespeicherten inneren Energie dU wird für die Volumenausdehnung benötigt:

$$\delta W = dU - \delta Q = -998 \text{ J}$$

7 C_p/C_V (6 Punkte)



Mit der oben gezeigten Versuchsanordnung soll das Verhältnis $\gamma = C_p/C_V$ eines idealen Gases bestimmt werden, d.h. das Verhältnis der molaren Wärmekapazitäten bei konstantem Druck und bei konstantem Volumen. Dazu wird der Kolben (Volumen $V_0 = 1 \text{ l} = 10^{-3} \text{ m}^3$) mit dem Gas gefüllt und oben mit einer Stahlkugel (Dichte $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$) mit Radius $r = 2 \text{ mm}$ dicht verschlossen. Die Kugel soll sich reibungsfrei bewegen können. Der Versuch wird bei einem Luftdruck von $p_L = 1 \text{ bar} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ durchgeführt. Die Bewegung (Trägheit) der Luftsäule um die Kugel kann vernachlässigt werden.

1. Wie gross ist der Überdruck $\Delta p = p_0 - p_L$ im Gleichgewichtszustand?
2. Wie ändert sich der Druck im Kolben, wenn die Kugel ausgelenkt wird? Die Bewegung soll so schnell erfolgen, dass der Prozess adiabatisch verläuft. Ausserdem kann angenommen werden, dass die Volumenänderung viel kleiner als das Kolbenvolumen ist.

Tip $(1 + \varepsilon)^a \approx 1 + a\varepsilon$ für $|\varepsilon| \ll 1, |a\varepsilon| \ll 1$

3. Wird die Kugel ausgelenkt und losgelassen, so beginnt sie zu schwingen. Die Schwingungsperiode wird gemessen und beträgt 0.7 s . Alle Prozesse sollen adiabatisch und reversibel ablaufen. Wie gross ist dann C_p/C_V für das eingeschlossene Gas?

7.1 C_p/C_V

1. Auf die Kugel wirkt eine Kraft $F = p_0 A - p_L A - mg$, wobei $m = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho$ die Masse der Kugel und $A = \pi r^2$ die Querschnittsfläche des Rohres bezeichnen. Die Kraft F muss im Gleichgewicht verschwinden, womit für den Überdruck gilt:

$$\Delta p = p_0 - p_L = \frac{mg}{A} = \frac{4}{3} r \rho g = 209.3 \text{ Pa}$$

2. Wird die Kugel aus der Ruhelage ausgelenkt, so verändert sich die Kraft auf die Kugel und das Volumen des Kolbens wie folgt:

$$\begin{aligned} F(x) &= p(x) A - p_L A - mg = [p(x) - p_L] A - mg \\ V(x) &= V_0 + Ax \end{aligned}$$

Da der Prozess adiabatisch abläuft, ergibt sich die Druckänderung aus der Adiabaten-gleichung, d.h. mit $\gamma = C_p/C_V$ gilt

$$\begin{aligned} p_0 V_0^\gamma &= p(x) V(x)^\gamma \\ \Rightarrow p(x) &= p_0 \left(\frac{V_0}{V(x)} \right)^\gamma = p_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + Ax} \right)^\gamma = p_0 \left(1 + \frac{Ax}{V_0} \right)^{-\gamma} \\ &\approx p_0 \left(1 - \gamma \cdot \frac{Ax}{V_0} \right) = p_0 \left(1 - \gamma \cdot \frac{\pi r^2 x}{V_0} \right). \end{aligned}$$

Die Näherung ist zulässig, solange die Volumenänderung $Ax \ll V_0$ ist.

3. Die Bewegungsgleichung lautet

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= F(x) \\ &= [p(x) - p_L] A - mg \\ &= \left[p_0 \left(1 - \gamma \cdot \frac{Ax}{V_0} \right) - p_L \right] A - mg \\ &= \underbrace{\left[p_0 - p_L - \frac{mg}{A} \right]}_{=0 \text{ (Gleichgewicht)}} A - p_0 \gamma \cdot \frac{A^2 x}{V_0} \\ &= -\frac{p_0 \gamma A^2}{V_0} \cdot x \\ \Rightarrow 0 &= \ddot{x} + \frac{p_0 \gamma A^2}{m V_0} \cdot x = \ddot{x} + \omega^2 \cdot x \end{aligned}$$

Die Kugel wird also harmonisch schwingen mit der Periode $T = \frac{2\pi}{\omega}$ und der Kreisfrequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{p_0 \gamma A^2}{m V_0}} = \frac{2\pi}{T}.$$

Auflösen nach γ ergibt

$$\begin{aligned} \gamma = \frac{C_p}{C_V} &= \frac{4\pi^2}{T^2} \frac{m V_0}{p_0 A^2} \\ &= \frac{16\pi \rho V_0}{3T^2 r \left(p_L + \frac{4}{3} r \rho g \right)} \\ &= 1.347 \\ &\approx \frac{16\pi \rho V_0}{3T^2 r p_L} \\ &= 1.350. \end{aligned}$$

Die Näherung ist zulässig, da der Überdruck im Gleichgewicht gegenüber dem Luftdruck sehr klein ist.

8 Elektronenröhre (4 Punkte)

Bei einer Vakuum-Elektronenröhre mit Cäsium (Austrittsarbeit $\Phi = 1.94$ eV) als Kathodenoberfläche ist der Kathoden-Heizfaden ausgefallen. Trotzdem sollen in der Kathode Elektronen erzeugt werden, die durch ein angelegtes elektrisches Feld zwischen Kathode und Anode beschleunigt werden können. Es stehen folgende Laser-Lichtquellen zur Verfügung: Laser 1 (Rubinlaser) mit Wellenlänge $\lambda = 694$ nm, Laser 2 (Neodymlaser) mit $\lambda = 1060$ nm, Laser 3 (Argon-Ionenlaser) mit $\lambda = 514,5$ nm und Laser 4 (Excimerlaser) mit $\lambda = 351$ nm. Das Glas der Elektronenröhre ist nur für Photonen mit max. Energie 3.1 eV durchlässig.

1. Welchen physikalischen Effekt kann man mit den gegebenen Mitteln ausnutzen, um trotzdem Elektronen zu erhalten, die beschleunigt werden können?
2. Welcher Laser ermöglicht es, einen Stromfluss zwischen Kathode und Anode zu bekommen?

Tip: Energien in der Einheit eV werden mit Hilfe der Elementarladung e in Joule umgerechnet ($1 \text{ eV} \equiv 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ J}$).

3. Wie kann man den Strom zwischen Kathode und Anode erhöhen, wenn die angelegte Spannung konstant bleiben soll?
4. Auch ohne Beschleunigungsspannung zwischen Kathode und Anode kann man einen kleinen Strom messen. Wie gross muss die Gegenspannung mindestens sein, damit der Strom verschwindet?

8.1 Elektronenröhre

1. Normalerweise erzeugt man in einer Elektronenröhre die Elektronen durch Glühemission (Richardson-Effekt). Da der Heizfaden aber kaputt ist, muss man sich einen alternativen physikalischen Effekt suchen.

Man kann die Elektronen aus der Kathode auch mit Hilfe des äusseren Photoelektrischen Effektes aus dem Kathodenmaterial ins Vakuum befördern.

2. Man muss dazu mit Licht genügend hoher Energie auf die Kathode einstrahlen, um die Austrittsarbeit im Kathodenmaterial zu überwinden. Da diese für Cäsium 1.94 eV beträgt, muss das eingestrahlte Licht mindestens diese Energie aufweisen. Die Energie der Photonen ist $E_{\text{photon}} = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$ und damit muss die Wellenlänge kleiner sein als

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{hc}{E} = \frac{6.6262 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2.9979 \cdot 10^8}{1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 1.94 \text{ V}} = 639 \text{ nm}$$

Das heisst, es würden nur der Laser 3 und Laser 4 in Frage kommen.

Aber das Glas lässt nur Lichtenergien bis maximal 3.1 eV durch. Darüber wird das Licht stark absorbiert und nicht mehr hindurchgelassen. Die Energie von 3.1 eV entspricht einer Wellenlänge

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6.6262 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2.9979 \cdot 10^8}{1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 3.1 \text{ V}} = 399 \text{ nm}$$

Damit kann das Licht von Laser 4 nicht durch das Glas gelangen und nur mittels Laser 3 können aus dem Kathodenmaterial Elektronen herausgeholt werden.

3. Wenn man die Intensität der Laserstrahlung erhöht, können mehr Elektronen im Vakuum erzeugt werden. Dann können mehr Elektronen beschleunigt werden und der Strom zwischen Kathode und Anode würde anwachsen. Eine Erhöhung der Photonenenergie hingegen würde zwar Elektronen mit höherer kinetischer Energie erzeugen, die dann schneller zur Anode gelangen. Dieser Effekt ist aber sehr gering und somit vernachlässigbar, wenn eine Beschleunigungsspannung angelegt wird. Also wird nur die höhere Anzahl der Photonen hervorgerufen durch eine höhere Lichtintensität den Strom erhöhen.
4. Hier muss die kinetische Energie der Elektronen durch das angelegte Feld kompensiert werden. Die kinetische Energie der Elektronen berechnet sich aus der eingestrahnten Lichtenergie

$$E_{514.5nm} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.6262 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2.9979 \cdot 10^8}{514.5 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3.86 \cdot 10^{-19} \text{ J} \equiv 2.41 \text{ eV}$$

abzüglich der Austrittsarbeit

$E_{kin} = E_{514.5nm} - \Phi = 2.41 \text{ eV} - 1.94 \text{ eV} = 0.47 \text{ eV}$. Man muss also eine Gegenspannung von ca. 0.5 V anlegen, um den Elektronenstrom zu unterdrücken.

9 Elektronenmikroskop (2 Punkte)

Die hohe Auflösung eines Elektronenmikroskopes im Vergleich zu optischen Mikroskopen kommt durch die wesentlich kleineren Wellenlängen zustande. Berechnen Sie die Geschwindigkeit und die kinetische Energie der dabei verwendeten Elektronen mit einer Wellenlänge von 10^{-11} m.

Tip: Bei dieser Wellenlänge darf **nicht-relativistisch** gerechnet werden.

$$(m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 511 \text{ keV}/c^2)$$

9.1 Elektronenmikroskop

Für die Berechnung der Geschwindigkeit kann die de Broglie Beziehung $p = \frac{h}{\lambda}$ mit dem Ausdruck für den Impuls $p = mv$ kombiniert werden:

$$v = \frac{h}{m\lambda} = 7.27 \cdot 10^7 \text{ m/s} = 0.24c.$$

Die kinetische Energie folgt zu

$$E_{kin} = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = 2.41 \cdot 10^{-15} \text{ J} = 15.0 \text{ keV}$$

10 Reflexion eines atomaren Teilchens an einer Potentialstufe (5 Punkte)

Ein freies Teilchen der Masse m bewege sich entlang der x -Achse von links nach rechts. Im punkt $x = 0$ springt das Potential $V(x)$ von Null auf den konstanten Wert V_0 .

1. Wie gross ist die Wellenzahl k_2 im Bereich $x > 0$ wenn $E = \frac{\hbar^2 k_1^2}{2m} = 2V_0$ die Gesamtenergie des Teilchens ist? Schreiben Sie das Ergebnis in Abhängigkeit von k_1 und V_0 .

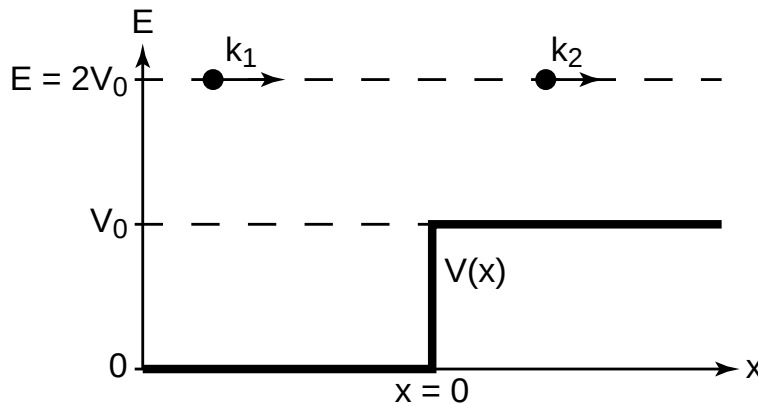
2. Berechnen Sie den Reflexionskoeffizienten $R = \frac{|r|^2}{|a|^2}$.

Tip: Betrachten Sie für $x < 0$ eine einlaufende (mit Amplitude a) und eine reflektierte (mit Amplitude r) Materiewelle. Für $x > 0$, betrachten Sie eine transmittierte (mit Amplitude t) Materiewelle. Benutzen Sie die Stetigkeitsbedingungen an der Potentialstufe (d.h. bei $x = 0$ muss sowohl die Wellenfunktion als auch deren erste Ableitung stetig sein).

Tip: Als Materiewelle betrachte die Funktion $\Psi_i = Ae^{ik_i x}$

3. Berechnen Sie den Transmissionskoeffizienten $T = 1 - R$.

10.1 Reflexion eines atomaren Teilchens an einer Potentialstufe



1. Die Wellenzahl eines freien Teilchens beträgt

$$k = \frac{\sqrt{2m(E - V(x))}}{\hbar}.$$

Somit mit $E = 2V_0$ rechts von der Potentialstufe

$$k_2 = \frac{\sqrt{2m(2V_0 - V_0)}}{\hbar} = \frac{\sqrt{2mV_0}}{\hbar} = \frac{k_1}{\sqrt{2}}.$$

2. Die Wellenfunktion Ψ lässt sich interpretieren als die Überlagerung der folgenden drei Wellenfunktionen:

$$\begin{aligned} \text{einlaufende Welle:} \quad \Psi_a &= ae^{ik_1x} & (x < 0) \\ \text{reflektierte Welle:} \quad \Psi_r &= re^{-ik_1x} & (x < 0) \\ \text{transmittierte Welle:} \quad \Psi_t &= te^{ik_2x} & (x > 0) \end{aligned}$$

Bei $x = 0$ muss sowohl die Wellenfunktion als auch deren erste Ableitung stetig sein, d.h.

$$\begin{aligned} \Psi_a + \Psi_r &= \Psi_t \Rightarrow a + r = t \\ \frac{d\Psi_a}{dx} + \frac{d\Psi_r}{dx} &= \frac{d\Psi_t}{dx} \Rightarrow ik_1a - ik_1r = ik_2t. \end{aligned}$$

Division der unteren Gleichung durch ik_2 und anschließende Subtraktion der beiden Gleichungen führt auf

$$a \left(1 - \frac{k_1}{k_2}\right) + r \left(1 + \frac{k_1}{k_2}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} a.$$

Der Reflexionskoeffizient R beträgt somit

$$R = \frac{|r|^2}{|a|^2} = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2.$$

Für die vorliegende Situation ergibt sich numerisch $R = (\sqrt{2} - 1)^2 / (\sqrt{2} + 1)^2 = 0.029$.

3. Für den Transmissionskoeffizienten T gilt

$$T = 1 - R = \frac{4k_1k_2}{(k_1 + k_2)^2}$$

und numerisch $T = 4\sqrt{2} / (\sqrt{2} + 1)^2 = 0.971$.