

Aufgabe 1 (Ziegler-Nichols experimentell)

a) Die Übertragungsfunktion des PID-Reglers:

$$C(s) = kp \cdot \left(1 + \frac{1}{Ti \cdot s} + Td \cdot s \right)$$

b) Der Regler wird als reiner P-Regler betrieben ($Ti=inf$, $Td=0$), kp wird so lange erhöht, bis ein Grenzstabiles System resultiert. Dieses kp entspricht dem kp^* , die Periode der entstehenden Schwingung entspricht dem T^* und kann aus dem Plot herausgelesen werden.

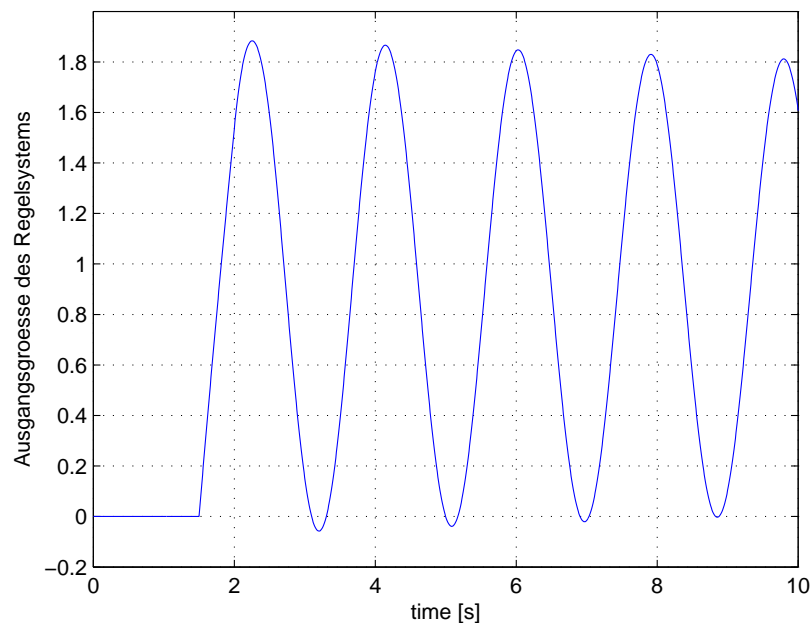


Abbildung 1: Sprungantwort mit kp^*

Für das gegebene Modell erhält man:

$$kp^* \approx 10 \quad T^* \approx 1.9s$$

Für die Reglerparameter gilt nach Ziegler Nichols für einen PID-Regler:

$$kp = 0.6 \cdot kp^* = 6 \quad Ti = 0.5 \cdot T^* = 0.95s \quad Td = 0.125 \cdot T^* = 0.238s$$

c) Die Systemantwort auf eine Sprungfunktion ist in Abbildung 2 zu sehen.

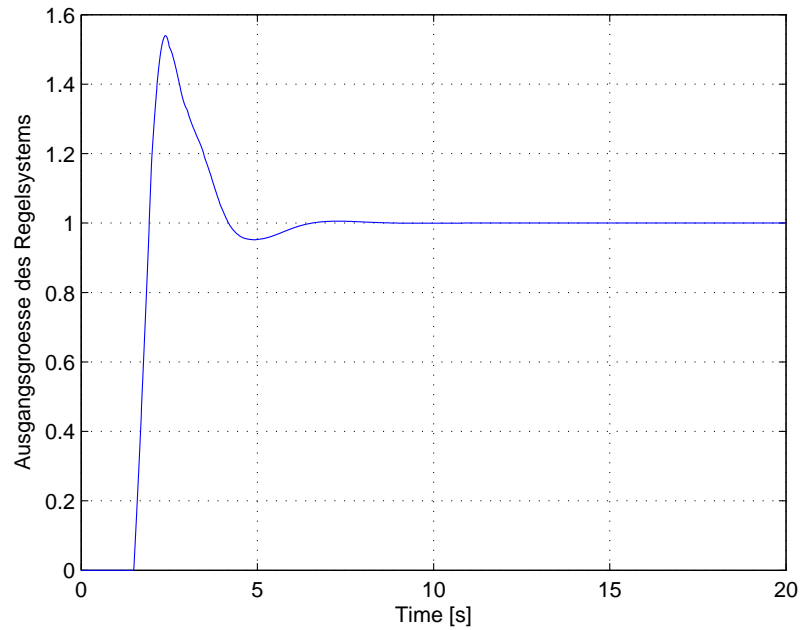


Abbildung 2: Sprunganwort Aufgabe 1c)

- d) Bei Verwendung des Blockes PID muss beachtet werden, dass der PID-Regler in diesem Block als

$$C(s) = k_p + k_i \frac{1}{s} + k_d s$$

realisiert ist. Der Zusammenhang zu den in 1b) berechneten Parametern ist gegeben durch:

$$k_p = k_p \quad k_i = \frac{k_p}{T_i} \quad k_d = k_p T_d$$

- e) Mit Hilfe von 'look under mask' kann man die Übertragungsfunktion der Strecke herauslesen:

$$P(s) = \frac{1}{3s + 1} \cdot e^{-0.5s}$$

Vergleichen Sie auch mit den Matlab/Simulink files

RT1_HS07_Matlab_U4A1_ML.mdl und RT1_HS07_Matlab_U4A1m_ML.m

- f) Wird der Regler als reiner P-Regler betrieben, ist die Kreisverstärkung

$$L(j\omega) = k_p \cdot P(s) = \frac{1}{3j\omega + 1} \cdot e^{-0.5j\omega}$$

Damit das System grenzstabil wird, muss es durch den kritische Punkt -1 gehen. Im kritischen Punkt ist die Phase $-\pi$ und der Betrag 1. Damit ergeben sich die Gleichungen:

$$-\pi = \angle(L) = \angle\left(\frac{k_p}{3j\omega + 1}\right) + \angle(e^{-0.5j\omega}) = -\arctan\left(\frac{3\omega}{1}\right) - 0.5\omega \quad (1)$$

$$1 = |L(j\omega)| = \left|\frac{k_p}{3j\omega + 1}\right| \cdot |e^{-0.5j\omega}| = \frac{k_p}{\sqrt{(3\omega)^2 + 1}} \cdot 1 \quad (2)$$

Damit folgt aus 1:

$$\omega = 3.341 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \Rightarrow \quad T^* = \frac{2\pi}{\omega} = 1.881 \text{s}$$

Und damit aus 2:

$$kp^* = 10.07$$

Damit ergeben sich die Reglerparameter:

$$kp = 0.6 \cdot kp^* = 6.04 \quad Ti = 0.5 \cdot T^* = 0.940 \text{s} \quad Td = 0.125 \cdot T^* = 0.235 \text{s}$$

Aufgabe 2 (Ziegler-Nichols rechnerisch / Loopshaping)

a) $[Gm, Pm, Wcg, Wcp] = \text{margin}(P)$

Gm = gain margin, entspricht kp^*

Wcg = zugehörige Frequenz, $T^* = \frac{2 \cdot \pi}{Wcg} \text{s}$

Daraus können wieder die Reglerparameter berechnet werden (Siehe 1a).

b) Die Sprungantwort des resultierenden Systems ist in Abbildung 3 zu sehen.

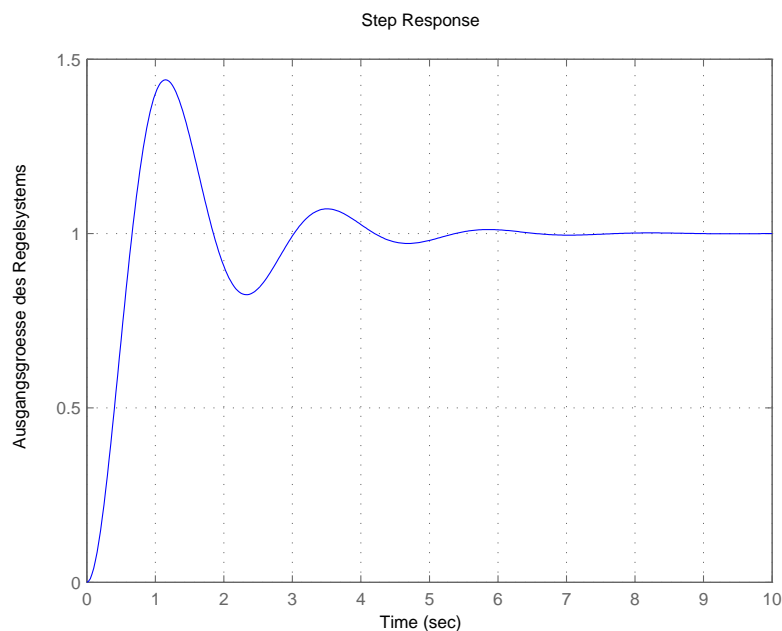


Abbildung 3: Sprungantwort mit Regler nach Ziegler-Nichols

c) Das Überschwingen hängt von der Phasenreserve ab, die T-90 Zeit von der Druchtrittsfrequenz. Um das Überschwingen zu verringern, muss die Phasenreserve erhöht werden. Eine Approximation für diese Zusammenhänge ist durch die Gleichungen 10.13 und 10.14

im Skript gegeben. Die Erhöhung der Phasenreserve kann erreicht werden, indem man den Regler mit einem Lead-Element erster Ordnung erweitert.

$$C_{erweitert}(s) = C_{ZN}(s) \cdot \frac{1 + T \cdot s}{1 + \alpha \cdot T \cdot s}$$

In Abbildung 4 ist ein Bode-Plot für ein Lead-Element mit $\alpha = 0.2$ und $T = 2$ zu sehen.

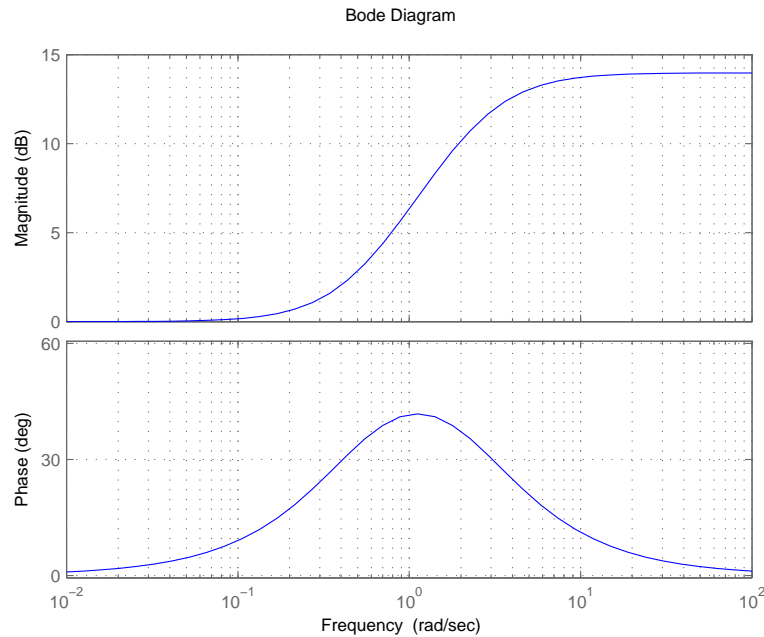


Abbildung 4: Lead-Element mit $T = 2$ und $\alpha = 0.2$

Mit abnehmendem α wird der Phasenpeak und die Verstärkung der Amplitude grösser. Die untere Knickfrequenz ist bei $\approx \frac{1}{T}$.

Die Parameter T und α werden so angepasst, dass der Phasenpeak etwa bei ω_c zu liegen kommt und der Phasengewinn so gross ist, dass das Überschwingen unter 5% beträgt. Nach Gleichung 10.14 muss die Phasenreserve $\approx 65^\circ$ betragen. Es wird so lange iteriert, bis die Anforderungen erfüllt werden.

Eine mögliche Lösung, die die Spezifikation erfüllt ist:

$$T = \frac{1}{1.5} s \quad \text{und} \quad \alpha = 0.1$$

Die Sprungantwort für das mit diesem Regler geregelte System ist in Abbildung 5 dargestellt.

Vergleichen Sie auch mit dem Matlab file

RT1_HS07_Matlab_U4A2m_ML.m

Alle Angaben ohne Gewähr.

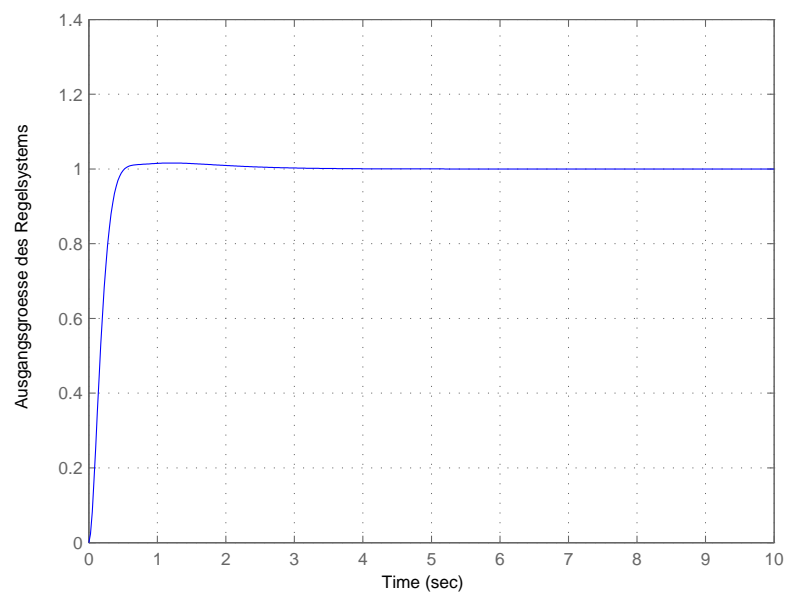


Abbildung 5: Sprungantwort nach Loopshaping