

A Allgemein

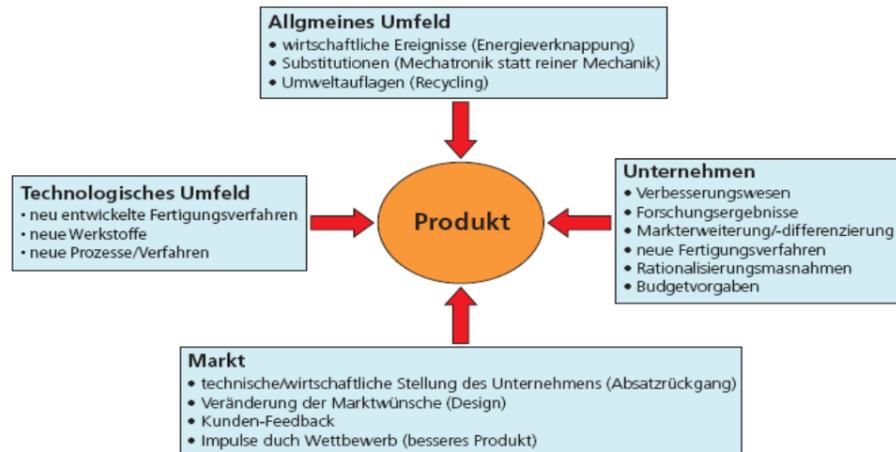
A.1 Optimale Gesamtlösung

1. Ausreichende Sicherheit gegen Versagen (Bruch, Fließen, Knicken, Beulen, zu grosse Deformation, Ermüdung, ...)
2. Gleichmässige Beanspruchung
3. Ziele eins und zwei ökonomisch optimal miteinander kombinieren

A.2 Der Entwicklungsprozess



A.2.1 Planung



A.2.2 Konzeptphase

- Ausarbeiten der Anforderungsliste
- Aufgliedern der Gesamtfunktion in Teilfunktionen
- Erarbeiten von Lösungsansätzen
- Erarbeiten von Konzeptvarianten
- Bewerte der Varianten

A.2.3 Vorentwicklungsphase

- Ausarbeiten der Konstruktion
- Dimensionieren der Bauteile
- Detaillierung und Optimierung ausgewählter Bauteile

A.2.4 Detailphase

- Genaue Dimensionierung der einzelnen Komponenten
 - Prototyp-Evaluation
- lauf einer Bauteildimensionierung*
1. Betriebszustände bestimmen

2. Kritische Bauteile auswählen
3. Bauteile freilegen und äussere Kräfte/Momente (Belastung) und Modellbildung bestimmen
4. Bestimmen der kritischen Bauteilquerschnitte und der Schnittkräfte
5. Spannungen (Beanspruchung) in den kritischen Querschnitten ermitteln
6. Festigkeits- und Versagenshypothesen durchführen
7. Ergebnisse diskutieren und Entwürfe optimieren

A.2.5 Betriebszustände

Maximale Belastung	$F_{max} = c_B \cdot F_{Nenn}$	Betriebsfaktor c_B
Beschreibung	Beispiele	c_B
Gleichmässige Bewegung, nur leichte Abweichungen von Nennbelastung	Elektromotoren	1.0 – 1.1
Alternierende Bewegungen (Hin- und Herbewegung) mässige Abweichungen von Nennbelastung	Kolbenmotoren	1.2 – 1.5
Stossende Hin- und Herbewegungen	Pressen, Sägen	1.6 – 2.0
Schlagende Bewegungen	Hämmern	2.0 – 3.5

A.2.6 Selektion der kritischen Bauteile

Überlegungen des Kraftflusses betrachten. Dies muss für jeden Belastungsfall geschehen

A.2.7 Bauteile freilegen

Zur Ermittlung aller äusseren Kräfte des Bauteiles löst man das kritische Bauteil gedanklich von allen umgebenden Stützstrukturen und Wirkflächen (freilegen des Bauteils), ersetzt dann die entfernten Wirkflächenkontakte durch Kräfte (Einzelkräfte und verteilte Kräfte) und Momente.

A.2.8 Kritische Bauteilquerschnitte

Welcher Querschnitt als besonders kritisch für die Belastung zu wählen ist, muss durch die Kräfte- und Momentenverlauf-Darstellung über das ganze Bauteil in Kombination mit der geometrischen Gestalt der Bauteile an den verschiedenen Stellen abgeschätzt werden. Meist müssen mehrere Stellen überprüft werden.

A.2.9 Beanspruchung, Elementare Beanspruchungen

- Zug-, Druck-, Biegungs-, Torsions- und Schubbeanspruchung. Insbesondere aber auch:
- Hertz'sche Pressung
 - Beanspruchung rotationssymmetrischer Körper

Zu Werkstoffe, Wärmebehandlung, Qualität, Kontrolle

(A) Höhere Sicherheit nötig	(B) Geringere Sicherheit ausreichend
Grösserer Sicherheitsfaktor	Kleinerer Sicherheitsfaktor
Katastrophale Wirkung im Schadensfall	Keine katastrophale Wirkungen im Schadensfall
Spröder Werkstoff, z.B. Gusseisen mit Lamellengrafit (bei Überlast Gewaltbruch)	Gut verformbare Werkstoffe, z.B. Walzstahl (bei Überlast Spannungsabbau durch Verformung)
Eigenspannungen vorhanden (wichtig bei dynamischer Beanspruchung von Walzstahl und Guss sowie von statischer Beanspruchung von Guss)	Eigenspannungen durch Wärmebehandlung abgebaut (wichtig bei dynamischer Beanspruchung)
Wenn Werkstoffkennwerte, Festigkeit unsicher. Keine Eingangskontrolle	Untere Grenze der garantierten Bereiche für die Werkstoffkennwerte. Werkstoffkennwerte durch Eingangskontrolle abgesichert, zerstörungsfreie Prüfung
Keine regelmässige Inspektion und Wartung während des Betriebs	Bei regelmässiger Inspektion und Wartung
Kritische Bereiche nicht oder schlecht zugänglich	Kritische Bereiche gut zugänglich
Keine laufende Überwachung	Wenn beginnende Schädigung durch laufende Überwachung mit Schwingungs- oder Geräuschsensoren - Anzeige durch Warnsignale, (besonders wichtig bei Schwingbeanspruchung)
Bei Korrosionsgefahr	Bei sicherem Korrosionsschutz

Zu Fertigung, Kontrolle (Qualität, Toleranzen)

(A) Höhere Sicherheit nötig	(B) Geringere Sicherheit ausreichend
Grösserer Sicherheitsfaktor	Kleinerer Sicherheitsfaktor
Katastrophale Wirkung im Schadensfall	Keine katastrophale Wirkungen im Schadensfall
Grobe Fertigungstoleranzen (z.B. für Wanddicke bei Gussteilen)	Enge Fertigungstoleranzen, umfassende Kontrolle
Unbekannter Hersteller oder mangelnde Erfahrung	Hersteller mit Einrichtungen und Erfahrungen im Produktbereich
Begrenzte Prüfmöglichkeit, z.B. Einzelfertigung	Serienfertigung mit gesicherter Qualitätskontrolle und umfassender Erprobung (Prototyp, Vollast-, Überlastprüfung)

Zu Lastannahmen: Äussere Kräfte und Momente

(A) Höhere Sicherheit nötig	(B) Geringere Sicherheit ausreichend
Grösserer Sicherheitsfaktor	Kleinerer Sicherheitsfaktor
Katastrophale Wirkung im Schadensfall	Keine katastrophale Wirkungen im Schadensfall
Berechnung mit Nennmoment x ; Anwendungsfaktor nach Katalog	Berechnung auf Basis eines gemessenen Lastkollektivs
Häufig auftretende Belastungen	Selten auftretende Belastungen
Abnahme mit erhöhter Prüflast nicht vorgesehen; Berechnung auf Basis Betriebsbelastung	Abnahme mit definierter erhöhter Prüflast (Prüfdruck) oder Lasten bei Montage. Berechnung auf dieser Basis
Angaben über Betriebs- und Einsatzbedingungen unsicher	Betriebs- und Einsatzbedingungen bekannt, z.B. durch Messungen (Lastkollektiv siehe oben)
Keine Überlastsicherungen vorhanden	Zuverlässige Überlastsicherungen vorhanden (z.B. Sicherheitskupplungen), die schnell ausgewechselt werden können

Konstruktion, Berechnung	
(A) Höhere Sicherheit nötig	(B) Geringere Sicherheit ausreichend
Grösserer Sicherheitsfaktor	Kleinerer Sicherheitsfaktor
Katastrophale Wirkung im Schadensfall	Keine katastrophale Wirkungen im Schadensfall
Überschlägige Berechnung bei Einzelkonstruktion	Berechnung mit genauer Erfassung aller Einflussgrössen - oder: Einfache Berechnung bei Variantenkonstruktion
Wenig gesicherte Berechnungsverfahren (z.B. Fressen, Verschleiss)	Gesicherte Berechnungsverfahren
Ungünstige Überlagerung von Kerbfällen	Überlagerung von Kerbfällen vermeiden, so dass Einfluss von Kerben getrennt erfassbar

Zu sonstigen Einflüssen	
(A) Höhere Sicherheit nötig	(B) Geringere Sicherheit ausreichend
Grösserer Sicherheitsfaktor	Kleinerer Sicherheitsfaktor
Katastrophale Wirkung im Schadensfall	Keine katastrophale Wirkungen im Schadensfall
Hoher Wert des Bauteils	Geringer Wert des Bauteils
Keine Ersatzteile verfügbar	Ersatzteile verfügbar
Unsichere Qualität des Personals („narrensicher“ bauen)	Erfahrenes Personal für Handhabung, Überwachung, Inspektion
Reparatur, Aus- und Einbau schwierig	Reparatur, Ein- und Ausbau einfach; Schaden begrenzt, z.B. durch Verbesserungen der Schmierung

B Elementare Beanspruchungen

Das Zurückführen eines mehrachsigen Spannungszustandes auf einen äquivalenten einachsigen Wert, als Vergleichsspannung bezeichnet, erfolgt mit Hilfe gewisser Funktionen, den sogenannten Festigkeitshypothesen.

B.1 Spannungsberechnung (Nennspannungen)

B.1.1 Normalspannungen infolge Zug- und Druckbelastungen

Banspruchung	Beziehung	Dimensionierung
Zug, Druck	$\sigma_x = \frac{F}{A}$	Beanspruchung ist nicht dimensionierend

Sprödes Materialverhalten --> Trennbruch infolge Normalspannung / Bruch quer zur Belastung.

Zähes Materialverhalten --> Gleitbruch infolge Schubspannungsbelastung / Bruch 45°- Neigung gegenüber der Belastung.

B.1.2 Biegebeanspruchung

Biegebeanspruchung	$\sigma_{bx} = \frac{M_y \cdot Z}{I_y}$ $\sigma_{x,max} = \frac{M_y \cdot Z_{max}}{I_y} = \frac{M_b}{W_y}$	Für eine kreisrunde Welle/Achse gilt $W_y = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$ $d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M}{\pi \cdot \sigma_{b,zul}}} \equiv 2.17 \cdot \sqrt[3]{\frac{M}{\sigma_{b,zul}}}$
--------------------	--	--

$$W_y = \frac{I_y}{|Z_{max}|}$$

B.1.3 Querkraft

Querkraft	$\tau(z) = \frac{Q_z \cdot S_y}{I_y \cdot b(\eta)}$ $S_y = \int_A \eta \cdot dA$ Für den Kreisquerschnitt $\tau_{zx}(z) = \frac{4Q_z}{3A} \left[1 - \left(\frac{z}{r}\right)^2\right] \quad \tau_{max}(z) = \frac{4Q_z}{3A}$ Für Rechteck $\tau_{zx}(z) = \frac{3Q_z}{2A} \left[1 - \frac{4z^2}{h^2}\right] \quad \tau_{max}(z) = \frac{3Q_z}{2A}$ für Maximalwerte $z=0$	Beanspruchung ist nicht dimensionierend als erste Näherung nimmt man auch: $\tau_{zx}(z) = \frac{F_z}{A}$
-----------	---	--

B.1.4 Torsion

Torsion	$ \tau_{max} = \frac{ M_t }{W_t}$ $W_t = \frac{I_p}{r_a}$ $\vartheta = \frac{\Theta}{L} = \frac{M_t}{G \cdot I_p}$	Für eine kreisrunde Welle gilt: $W_t = \frac{\pi}{16} d^3$ $d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot \tau_{t,zul}}} \equiv 1.72 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_t}{\tau_{t,zul}}}$
---------	---	---

Für $M_b = \sqrt{M_{bz}^2 + M_{by}^2}$

B.2 Berechnung der Verformung

B.2.1 Verformungen infolge Torsion

Für den Verdrehwinkel gilt:

$$\theta = \frac{180}{\pi} \frac{M_t L}{G I_p} = \frac{180}{\pi} \frac{M_t L}{G} \frac{32}{\pi d^4} = 584 \frac{M_t L}{G d^4} \quad \theta_{Ges} = \frac{584}{G} \sum_i \frac{M_{ti} L_i}{d_i^4}$$

L = Abstand zwischen Lagern

B.2.2 Verformungen infolge Biegebeanspruchung

- Wellen ohne Führungsfunktionen, Landmaschinen: $f_{zul}/L = 0.5 \cdot 10^{-3}$
- Wellen im allgemeinen Maschinenbau: $f_{zul}/L = 0.3 \cdot 10^{-3}$
- Wellen in Werkzeugmaschinen: $f_{zul}/L = 0.2 \cdot 10^{-3}$
- Wellen von Elektromotoren: $f_{zul} < (0.2 \dots 0.3) \cdot \text{Luftspalt}$
- Wellen von Drehstrommotoren kleiner bis mittlerer Leistung: $f_{zul} = 0.3 \dots 0.5 \text{ mm}$
- Wellen von Fahrtriebwerken für Laufkrane, Portale, Ladebrücken: Abstand zwischen Lagern (in mm) = $(300 \dots 400) \cdot \sqrt{d}$ (d in mm)

- Wälzlager (Rollenlager): $\alpha_L, \beta_L = 3 \cdot 10^{-4}$
- Wälzlager (Rillenkugellager): $\alpha_L, \beta_L = 0.6 \dots 3 \cdot 10^{-3}$
- Gleitlager mit festen Lagerschalen: $\alpha_L, \beta_L = 3 \cdot 10^{-4}$
- Gleitlager mit einstellbaren Lagerschalen: $\alpha_L, \beta_L = 1 \cdot 10^{-3}$
- Zahradgetriebe:
 - schnelllaufende Leistungsgetriebe: $\alpha_L, \beta_L = 1 \cdot 10^{-4}$
 - Fördertechnikgetriebe: (Modul $m \leq 5$ oder Zahnweite $6 \leq 50 \text{ mm}$, DIN-Qualität ≤ 7): $\alpha_L, \beta_L = 4 \cdot 10^{-4}$ (Modul $m > 5$ oder Zahnweite $6 > 50 \text{ mm}$, DIN-Qualität > 7): $\alpha_L, \beta_L = 1.5 \cdot 10^{-3}$

Allgemeine Formel: $w''(x) = -\frac{M_b(x)}{EI_v(x)}$

Berechnen der Durchbiegung einer zweifach gelagerten Welle. Die Welle wird an der Stelle geschnitten wo die Durchbiegung bestimmt werden soll.

$$f = \frac{FL^3}{3EI}, \quad l = \frac{\pi d^4}{64}$$

Verschiebung an der Stelle A:

$$f_a = \frac{F_A}{3E} \left(\frac{L_{a1}^3}{I_{a1}} + \frac{L_{a2}^3 - L_{a1}^3}{I_{a2}} + \frac{L_{a3}^3 - L_{a2}^3}{I_{a3}} \right)$$

Für den Neigungswinkel α folgt:

$$\tan(\alpha) \equiv \alpha = \frac{F_A}{2E} \left(\frac{L_{a1}^2}{I_{a1}} + \frac{L_{a2}^2 - L_{a1}^2}{I_{a2}} + \frac{L_{a3}^2 - L_{a2}^2}{I_{a3}} \right)$$

Verschiebung f_B und Neigung β erfolgt analog.

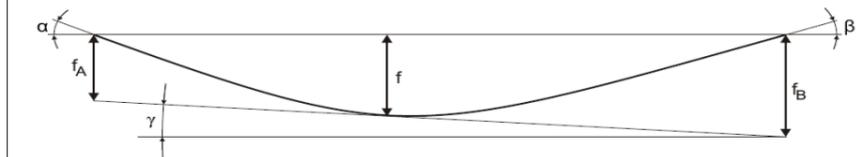
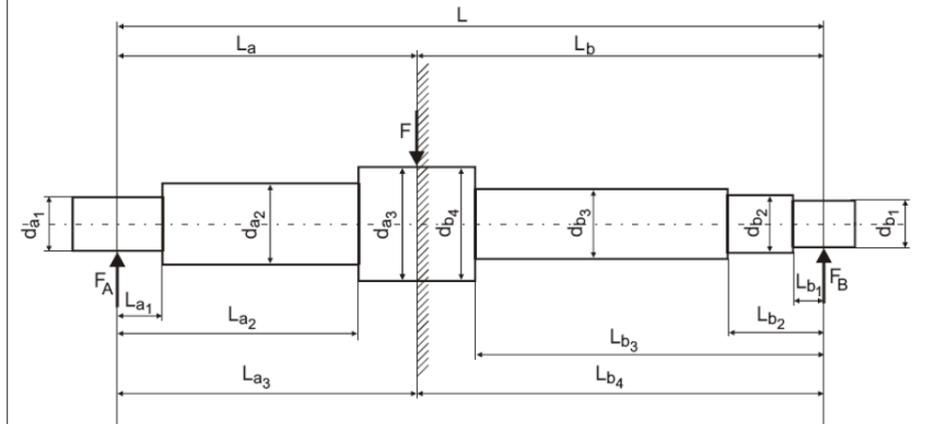
Durchbiegung f: $f = f_A + \frac{L_a}{L} (f_B - f_A)$

Für den Neigungswinkel γ der Tangente der Biegelinie gilt:

$$\tan \gamma \approx \gamma = \frac{f_A - f_B}{L}$$

Die Neigung α_L am Lager A und β_L am Lager B ergeben sich

$$\alpha_L = \alpha - \gamma \quad \beta_L = \beta + \gamma$$



B.3 Schwingung von Wellen und Achsen

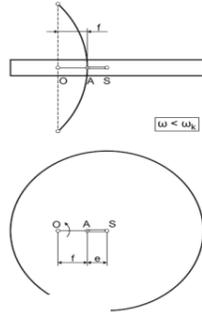
B.3.1 Bestimmen der kritischen Drehzahl

$$m(f+e)\omega^2 = c \cdot f$$

m : Masse der Scheibe
 e : Exzentrizität
 f : Ausschlag der Welle bei Rotation
 c : Federkonstante der Welle

$$f = \frac{e}{\frac{c}{m\omega^2} - 1}$$

$$\omega_k = \sqrt{\frac{c}{m}} = \text{kritische Winkelgeschwindigkeit} \rightarrow f = \frac{e}{\left(\frac{\omega_k}{\omega}\right)^2 - 1}$$



Mit $c = \frac{G}{l}$ und $m = \frac{G}{g}$ folgt aus Gl. (2.56)

$$\omega_k = 99 \sqrt{\frac{1}{f_G}} \quad f_G: \text{ Durchbiegung infolge Gewichtskraft einer Einzelmasse}$$

Mit $\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}$ folgt:

$$n_k \approx 946 \sqrt{\frac{1}{f_G}}$$

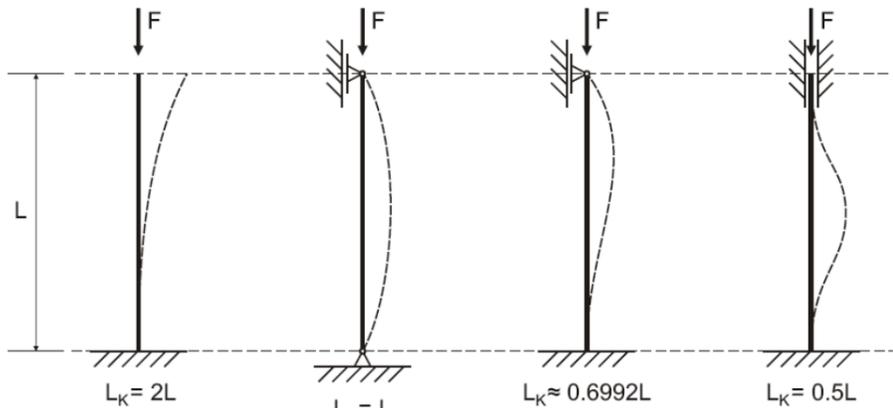
B.4 Stäbe unter Knickbeanspruchung

Trägheitsradius: $i := \sqrt{\frac{I}{A}}$ Schlankheitsgrad: $\lambda := \frac{L_k}{i}$

$$\frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} < R_{pd} \Rightarrow \lambda > \pi \sqrt{\frac{E}{R_{pd}}} \Rightarrow \text{Grenzschlankheit: } \lambda = \lambda_0 = \pi \sqrt{\frac{E}{R_{pd}}}$$

B.4.1 Eulersche Formel (gilt für $\lambda > \lambda_0$)

Kritische Kraft F_k : $F_k = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_k^2}$ L_k ist die freie Knicklänge



$$\text{Knickspannung: } \sigma_K = \frac{F_K}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{A \cdot L_K^2}$$

Ist jedoch nur gültig wenn $\sigma_K < R_{pd}$ Proportionalitätsgrenze

$$\sigma_K = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$

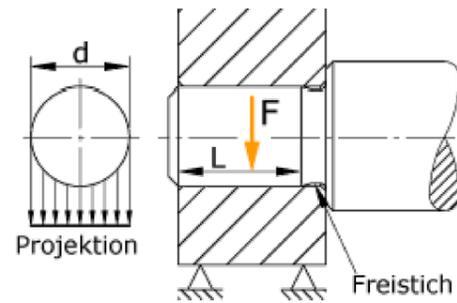
B.4.2 Nach Tetmajer $\lambda_F < \lambda < \lambda_0$ $\lambda_F = \frac{a - R_{ed}}{b}$

$\sigma_K = a - b\lambda$ R_{ed} Druckfließgrenze (Für Stahl St37 $R_{ed} = 240$ MPa)

Werkstoff	E [N/mm ²]	Grenzschlankheit λ_0	σ_K [N/mm ²] nach Tetmajer
StE 255 (St37)	210000	104	$310 - 1.14\lambda$
StE 355 (St50)	210000	89	$310 - 1.14\lambda$
Federstahl	210000	60	$355 - 0.62\lambda$
Grauguss	115000	80	$716 - 12\lambda + 0.053\lambda^2$
Nadelholz	10000	100	$29.3 - 0.194\lambda$

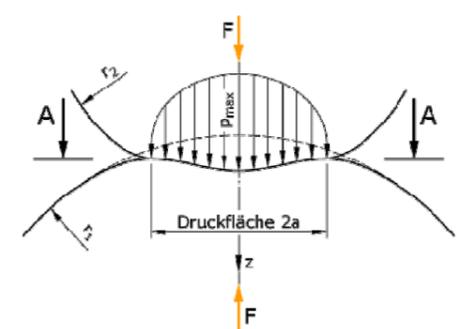
B.5 Flächenpressung

B.5.1 Zapfen / Bohrung



- Projektionsfläche $A_{proj} = d \cdot l$ Theorie von Herz
- Flächenpressung $p = \frac{F}{A_{proj}}$
- Zulässige Pressung $p < p_{zul}$
- Lochleibung: Begriff für Flächenpressung in Bohrung

B.5.2 Kugel gegen Kugel



$$a = \sqrt[3]{\frac{3}{4} \cdot (1 - \nu^2) \cdot F \cdot \frac{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}{\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}}$$

$$p_{max} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot F \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)^2}{\pi^3 \cdot (1 - \nu^2)^2 \cdot \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)^2}}$$

B.5.2.1 Kugel gegen konkave Kugelfläche

Normale Formel mit negativem Radius $r_2 = -R$

B.5.2.2 Kugel gegen eine Platte

$$a = \sqrt[3]{\frac{1.5(1 - \nu^2) F \cdot r}{E}}$$

$$p_{max} = \frac{1}{\pi} \sqrt[3]{\frac{1.5 F \cdot E^2}{r^2 (1 - \nu^2)^2}}$$

Mit $E_1 = E_2 = E$

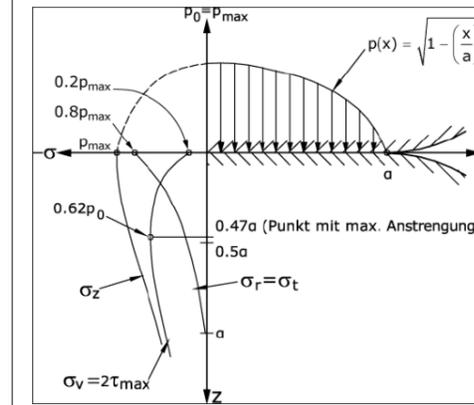
Mittlere Flächenpressung: $p_m = \frac{F}{\pi \cdot a^2}$

Maximale Druckspannung: $p_{max} = 1.5 p_m$

B.5.2.3 Kugel gegen Ebene

Normale Formel mit Radius $r_2 = \infty$

B.5.2.4 Vergleichsspannung



$$\sigma_{v,max} = 0.62 \cdot p_{max}$$

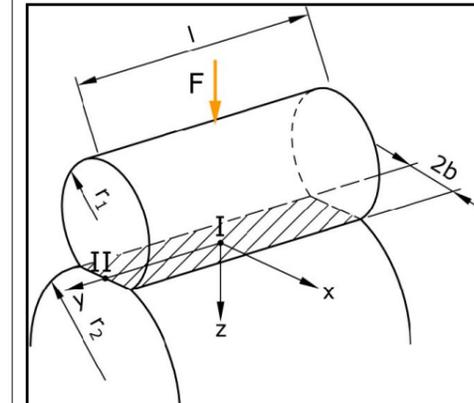
in der Tiefe

$$0.47 \cdot a$$

Maximale Flächenpressung:

$$p_{max} = \frac{\sigma_{zul}}{c_B \cdot S_F \cdot 0.62}$$

B.5.3 Parallele Zylinder



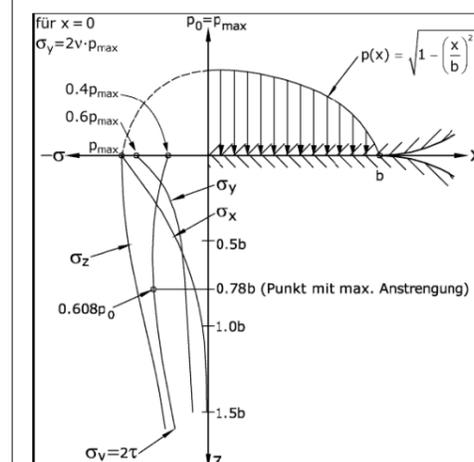
$$b = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot (1 - \nu^2) \cdot F \cdot \frac{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}{\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}}$$

$$p_{max} = \sqrt[3]{\frac{F \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}{\pi \cdot (1 - \nu^2) \cdot \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}}$$

B.5.3.1 Ebene, konkave Hohlzylinder

Dasselbe wie bei Kugel gegen Kugelfläche

B.5.3.2 Vergleichsspannung



$$\sigma_{v,max} = 0.608 \cdot p_{max}$$

in der Tiefe

$$0.78 \cdot b$$

Maximale Flächenpressung:

$$p_{max} = \frac{\sigma_{zul}}{c_B \cdot S_F \cdot 0.608}$$

Mittlere Pressung:

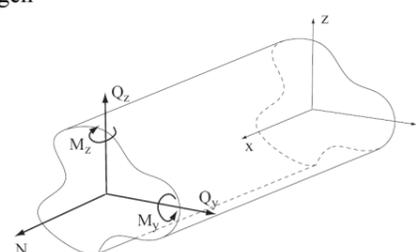
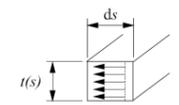
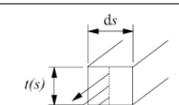
$$p_m = \frac{F}{2b \cdot l}$$

B.5.3.3 Konstruktionsrichtlinien

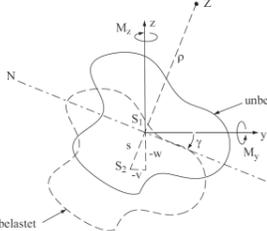
Nach Möglichkeit Enden bombieren

B.6 Zur Dimensionierung dünnwandiger Träger

B.6.1 Idealisierung

Bedingungen	mit Wandstärke $t(s)$, Umfang u_s $t \ll u_s \ll L$ Länge L
Idealisierungen	<ul style="list-style-type: none"> Querschnittsgestalt bleibt in Axialrichtung konstant Material ist homogen und isotrop Verformungen sind rein elastisch Querschnittsgestalt ändert sich mit Verformung nicht Schale wird senkrecht zur Oberfläche belastet
Konventionen	<ul style="list-style-type: none"> Positive Normalspannungen sind Zugspannungen Normalkräfte sind positiv, wenn sie in Achsrichtung zeigen Momente sind positiv wenn sie in Achsrichtung zeigen 
Schubfluss	weil Wandstärke viel kleiner als übrige Abm. konstant $q(s) = \tau(s) \cdot t(s) = q$ 
Normalspannungs-Fluss	$n(s) = \sigma(s) \cdot t(s) = n$ 

B.6.2 Biegung

	$\sigma(y, z) = \frac{M_y I_z + M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} \cdot z + \frac{M_z I_y + M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} \cdot y$ $w'' = \frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{\cos(\gamma)}{\rho} = -\frac{M_y I_z + M_z I_{yz}}{E \cdot (I_y I_z - I_{yz}^2)}$ $v'' = \frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{\sin(\gamma)}{\rho} = -\frac{M_z I_y + M_y I_{yz}}{E \cdot (I_y I_z - I_{yz}^2)}$
Flächenträgheitsmoment	$I_y = \iint z^2 \cdot dy \cdot dz \quad I_z = \iint y^2 \cdot dy \cdot dz$ $I_{yz} = \iint y \cdot z \cdot dy \cdot dz$
Hauptachsen sind bekannt reps. $I_{yz} = 0$	$\sigma(z, z) = \frac{M_y}{I_y} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y$ $w'' = -\frac{M_y}{E \cdot I_y} \quad v'' = -\frac{M_z}{E \cdot I_z}$
Neutralachse	$\tan(\gamma) = -\frac{z_n}{y_n} = \frac{M_z I_y + M_y I_{yz}}{M_y I_z + M_z I_{yz}}$

B.6.3 Schubspannungsverteilung bei Querkraft

Schubspannungen sind am grössten wo die Biegespannungen Null sind. Bei vollen Querschnitten spielen deshalb Schubspannungen kaum eine Rolle, anders bei dünnwandigen Profilen.

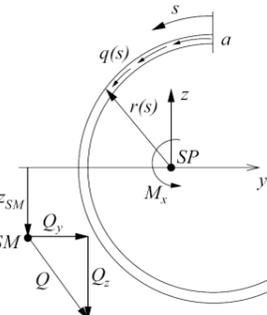
Gerade Biegung	$\tau_{xz} = \tau_{zx} = -\frac{Q_y}{I_y \cdot b(z)} \cdot \int_A z \cdot dA = \frac{Q_z \cdot S_y}{I_y \cdot b(z)}$ $b(z)$... Breite in Abhängigkeit von z
Flächenmomente 1. Ordnung	$S_z = \int_0^s t(s) \cdot y(s) \cdot ds \quad S_y = \int_0^s t(s) \cdot z(s) \cdot ds$ s ... Laufvariable entlang des Profils $t(s)$... Dicke als Funktion von s $z(s)$... Abstand (z) vom Schubmittelpunkt als Funktion von s
Schubspannungs-Verzeilung (Rechteck)	$\tau(z) = \frac{3}{2} \cdot \frac{F_z}{A} \cdot \left(1 - \frac{4z^2}{h^2}\right)$
Schubspannungs-Verzeilung (Kreisprofil)	$\tau(z) = \frac{4}{3} \cdot \frac{F_z}{A} \cdot \left(1 - \left(\frac{z}{r_a}\right)^2\right)$

B.6.3.1 Schubfluss in dünnwandigen (zyl.) Querschnitten

Schubfluss	$q(s) - q_0 = -\frac{Q_y I_y + Q_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} \cdot S_z - \frac{Q_z I_z + Q_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} \cdot S_y$
für symmetrische Profile $I_{yz} = 0$	$q(s) = -\frac{Q_y \cdot S_z(s)}{I_z} - \frac{Q_z \cdot S_y(s)}{I_y}$

Bedingungen	<ul style="list-style-type: none"> Annahmen der elementaren Biegetheorie Querkräfte gehen über einen Schubmittelpunkt Querschnitt bleibt in x-Richtung konstant
-------------	--

B.6.3.2 Schubmittelpunkts-Berechnung für offene Querschnitte

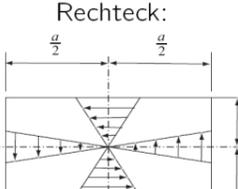
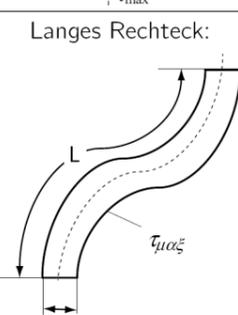
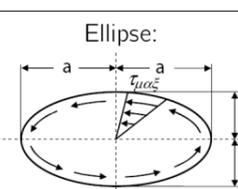
	$M_x = \int_a^b q(s) \cdot r(s) \cdot ds = y_{sm} \cdot Q_z - z_{sm} \cdot Q_y$ $y_{sm} = -\frac{1}{I_y} \cdot \int S_y \cdot r(s) \cdot ds$ $z_{sm} = -\frac{1}{I_y} \cdot \int S_z \cdot r(s) \cdot ds$
---	---

B.6.4 Torsion von stabförmigen Tragwerken

Bred-Bartho-Beziehung	$M_t = 2 \cdot q_0 \cdot A_0 \quad q_0 = \frac{M_t}{2 \cdot A_0} \quad \tau = \frac{q_0}{d}$
-----------------------	--

B.6.5 Vergleichsspannung

Schubspannungshypothese	$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 4 \cdot (\tau_Q + \tau_t)^2}$
Gestaltänderungshypothes e	$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3 \cdot (\tau_Q + \tau_t)^2}$

Querschnittsform	Torsionssteifigkeit $G \cdot I_t$	Torsionswiderstand W_t
Rechteck: 	$G \cdot a \cdot b^3 \left(\frac{16}{3} - 3.36 \frac{b}{a} \left(1 - \frac{b^4}{12a^4} \right) \right)$	$\frac{8a^2 \cdot b^2}{3a - 1.8b}$
Langes Rechteck: 	$\frac{1}{3} G \cdot t^3 \cdot L$	$\frac{1}{3} t^2 \cdot L$
Ellipse: 	$G \frac{\pi \cdot a^3 \cdot b^3}{a^2 + b^2}$	$\frac{\pi \cdot a \cdot b^2}{2}$

<p>Gleichseitiges Dreieck:</p>	$G \cdot a^4 \frac{\sqrt{3}}{80}$	$\frac{a^3}{20}$
<p>L-Profil:</p>	$G(K_1 + K_2 + \alpha D^4)$ $K_1 = a \cdot b^3 \left(\frac{1}{3} - 0.21 \frac{b}{a} \left(1 - \frac{b^4}{12a^4} \right) \right)$ $K_2 = c \cdot d^3 \left(\frac{1}{3} - 0.105 \frac{c}{d} \left(1 - \frac{d^4}{192c^4} \right) \right)$ $\alpha = \frac{d}{b} (0.07 + 0.076 \frac{c}{d})$	$\approx \frac{1}{3} \frac{ab^3 + cd^3}{\max(a,b)}$ <p>Annahme: dünnwandig</p>

7		Schmales Rechteckrohr $t \ll s$	$\frac{1}{3} s t^2$	$\frac{1}{3} s t^3$	grösste Schubspannung in dem Querschnittsteil mit der grössten Dicke (t_{max})
8		dünnwandige offene Querschnitte	$\approx \frac{1}{3} \frac{\sum_i s_i t_i^3}{t_{max}}$	$\approx \frac{\sum_i s_i t_i^3}{3}$	

C Festigkeitsberechnungen bei ruhender Beanspruchung

C.1 Normalspannungshypothese

Allgemeiner Fall	$\sigma_v = \sigma_1$
Falls $\sigma_z = 0$	$\sigma_v = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \tau_{xy}^2}$
Falls $\sigma_z = \sigma_y = 0$	$\sigma_v = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4 \tau_{xy}^2}$

– Sprödes Material: Glas, Keramik, Grauguss -> Trennbruch in einer Ebene senkrecht zur grössten Normalspannung

C.2 Schubspannungshypothese (Tresca)

Allgemeiner Fall	$\sigma_v = 2 \tau_{max} = \sigma_{max} - \sigma_{min} = \sigma_1 - \sigma_3$
Falls $\sigma_3 = 0$	$\sigma_v = \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y)^2 + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \tau_{xy}^2}$
Falls $\sigma_2 = 0$	$\sigma_v = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \tau_{xy}^2}$
Falls $\sigma_y = 0$	$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + 4 \tau_{xy}^2}$

– Zähes Material: Fließen wenn max. Schubspannung Versagensgrenzwert aufweist.

C.3 Gestaltänderungs Hypothese (Mises)

Allgemeiner Fall	$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$ $\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$
Falls $\sigma_z = 0$	$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - (\sigma_x \cdot \sigma_y) + 3 \tau_{xy}^2}$
Falls $\sigma_v = \sigma_y = 0$	$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \tau_{xy}^2}$

	$\frac{d\Theta}{dx} = \Theta' = \frac{M_T}{G I_T}, \quad \tau_{max} = \frac{M_T}{W_T}$		
Querschnitt	W_T	I_T	Bemerkungen
1	$\frac{\pi r_a^3}{2}$	$\frac{\pi r_a^4}{2}$	grösste Schubspannung am Rand $r = r_a$
2	$\frac{\pi a b^2}{2}$	$\frac{\pi a^3 b^3}{a^2 + b^2}$	grösste Schubspannung in den Endpunkten der kleinen Achse
3	$0.208 a^3$	$0.141 a^4$	grösste Schubspannung aussen, in der Mitte der Seiten
4	$\frac{\pi r_a^3}{2} (1 - \alpha^4)$	$\frac{\pi r_a^4}{2} (1 - \alpha^4)$	grösste Schubspannung am äusseren Rand $r = r_a$
5	$2 A_m t_{min}$	$\frac{(2 A_m)^2}{\oint \frac{1}{t} ds}$	A_m = Von der Profilmittelpunkt eingeschlossene Fläche $\oint \frac{1}{t} ds$ = Linienintegral über die Profilmittellinie
6	$2 \pi r_m^2 t$	$2 \pi r_m^3 t$	(für $t = const.$: $\frac{1}{2}$ Umfang) grösste Schubspannung im dünnsten Querschnittsteil (t_{min})

C.4 Zulässige Vergleichsspannung

Zulässige Vergleichsspannung	$\sigma_{zul} \leq \frac{\sigma_G}{s_j}$ Sicherheitsfaktor s_j
Zähes Materialverhalten (Schubspannungshypothese)	$\sigma_G = \sigma_F$ oder $\sigma_G = \sigma_{0.2}$ $s_F = 1.2 - 2.0$ oft $s_F = 1.5$
Sprödes Materialverhalten (Normalspannungshypothese)	$\sigma_G = \sigma_B$ $s_B = 2.0 - 4.0$ oft $s_B = 2.0$

Die plastischen Reserven eines Materials werden oft mit einer Erhöhung der Biegebeanspruchung um 15% berücksichtigt

$$\sigma_{Rbieg} = 1.15 \cdot \sigma_{Fzug}$$

D Kerbwirkung

D.1 Kerben, Kerbwirkung und Formzahl

Weg von der Kerbe

$$\sigma_z = \frac{F_z}{a \cdot B}$$

Nennspannung

$$\sigma_n = \frac{F_z}{a \cdot b}$$

Formzahl

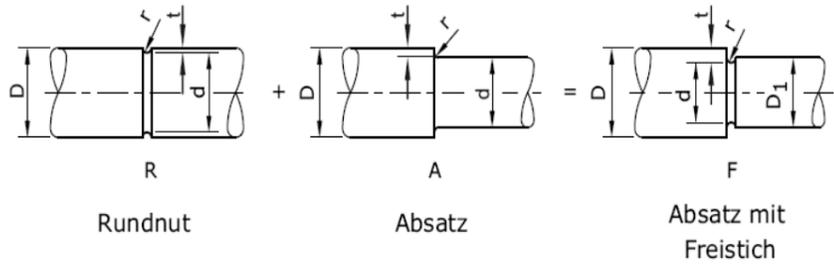
$$\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{maxK}}{\sigma_n} \quad \text{bzw.} \quad \alpha_\tau = \frac{\tau_{maxK}}{\tau_n}$$

Zug	Biegung	Torsion
Nennspannungs- und wirkliche Spannungsverteilung		
Nennspannung		
$\sigma_n = \frac{F}{A}$	$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} \quad W_b = \frac{d^3 \cdot \pi}{32}$	$\tau_n = \frac{M_T}{W_p} \quad W_p = \frac{d^3 \cdot \pi}{16}$
Formzahlen		

$$\alpha_{\sigma(ZUG)} = \frac{\sigma_{maxK}}{\sigma_n} \quad \alpha_{\sigma(Bieg)} = \frac{\sigma_{maxK}}{\sigma_b} \quad \alpha_{\tau(Torsion)} = \frac{\tau_{maxK}}{\tau_n}$$

D.2 Bestimmen der Formzahlen

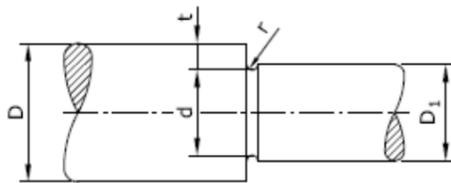
D.2.1 Für Absatz und Rundnut



$$\alpha_{\sigma, \tau} = 1 + \frac{1}{\sqrt{A \left(\frac{r}{d}\right)^2 + 2B \left(\frac{r}{d}\right) + C + D \left(\frac{r}{d}\right)^2}} \quad t = \frac{D-d}{2}$$

Geometrie/Belastung	A	B	C	Z
	0.22	1.37	-*	-*
	0.2	2.75	-*	-*
	0.7	10.3	-*	-*
	0.62	3.5	-*	-*
	0.62	5.8	0.2	3
	3.4	19	1	2

D.2.2 Für Absatz mit Freistich



$$\alpha_{\sigma F Bieg} = (\alpha_{\sigma R Bieg} - \alpha_{\sigma A Bieg}) \sqrt{\frac{D_1 - d}{D - d}} + \alpha_{\sigma A Bieg}$$

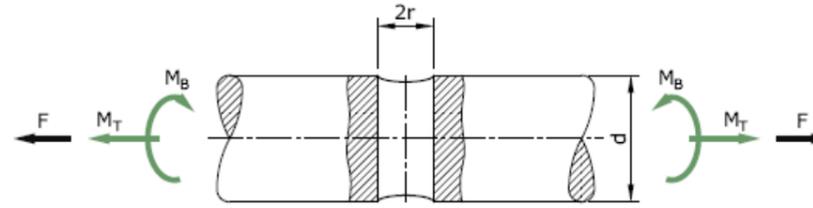
$$\alpha_{\sigma F Zug} = (\alpha_{\sigma R Zug} - \alpha_{\sigma A Zug}) \sqrt{\frac{D_1 - d}{D - d}} + \alpha_{\sigma A Zug}$$

$$\alpha_{\tau F} = 1.04 \cdot \alpha_{\tau A}$$

A steht für Absatz

R steht für Rundnut

D.2.3 für Rundstäbe mit Querbohrung



$$\alpha_{\sigma Zug} = 3 - \left(2 \frac{r}{d}\right)$$

$$\alpha_{\sigma Bieg} = 1.4 \left(2 \frac{r}{d}\right) + 3 - 2.8 \sqrt{2 \frac{r}{d}}$$

$$\alpha_{\tau} = 2.023 - 1.125 \sqrt{2 \frac{r}{d}}$$

D.3 Kerb-Einfluss-Überlagerung

Maschinenelemente sollten so gestaltet werden, dass sich Kerbeinflussbereiche nicht überlagern.

Die durch Überlagerung resultierende Formzahl α ergibt sich aus der Multiplikation der beiden Kerbwirkungen.

$$\alpha = \alpha_1 \alpha_2$$

D.4 Einfluss der Kerbwirkung auf die Festigkeit

D.4.1 Zähes Materialverhalten

Normale Vergleichsspannung, Kerbwirkung wird nicht berücksichtigt.

Mises: $\sigma_v = \sqrt{(\sigma_x(zug) + \sigma_x(bieg))^2 + 3 \cdot \tau_{tr}^2}$
 Tresca: $\sigma_v = \sqrt{(\sigma_x(zug) + \sigma_x(bieg))^2 + 4 \cdot \tau_{tr}^2}$

D.4.2 Sprödes Materialverhalten

Normalspannungshypothese

$$\sigma_v = \left(\frac{\alpha_{\sigma Zug} \cdot \sigma_{xZugn} + \alpha_{\sigma Bieg} \cdot \sigma_{xBiegn}}{2} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{(\alpha_{\sigma Zug} \cdot \sigma_{xZugn} + \alpha_{\sigma Bieg} \cdot \sigma_{xBiegn})^2 + 4(\alpha_{\tau} \cdot \tau_t)^2}$$

=> Formzahlen berücksichtigen!!

D.5 Gestaltungsrichtlinien zur Minderung der Kerbwirkung

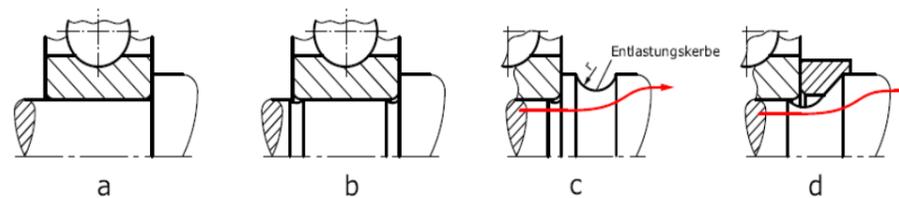


Abbildung 4.16: Gestaltung des Übergangs von einem kleineren zu einem größeren Wellendurchmesser; a) Aufgezogenes Wälzlager mit kleinem Rundungsradius (schlechte Lösung); b) Vergrösserte Ausrundung des Wellenabsatzes durch Einstich; c) Zusätzliche Entlastungskerbe d) Vergrösserte Ausrundung und konischer Übergang mit Stützing

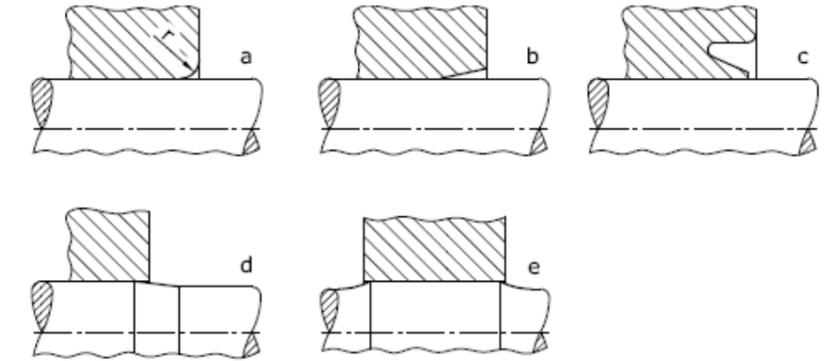


Abbildung 4.17: Gestaltung der Wirkfläche des Pressverbandes, um die Kerbwirkung zu mindern: a) Abrunden der Nabenkante; b) Allmähliche Erweiterung der Bohrung; c) Entlastungsrille in der Nabe; d) Konischer Übergang der Welle; e) Einspannstelle verdickt

E Ermüdungsfestigkeit

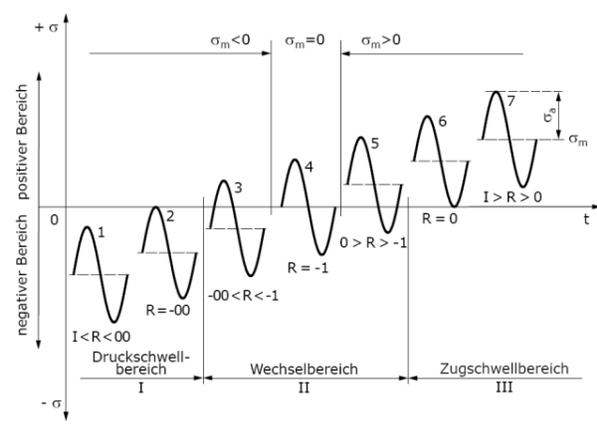
E.1 Begriffe

σ_o	Oberspannung	R	Spannungsverhältnis
σ_u	Unterspannung	n	Anzahl Lastspiele mit der Lastspielzahl
σ_a	Spannungsamplitude	N	Lastspielzahl bei Bruch
σ_m	Mittelspannung	σ_{AD}	Dauerfestigkeit
σ_s	Flie遝grenze	σ_b	Bruchgrenze

Es gelten folgende Beziehungen

$$\sigma_a = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{2} \quad \sigma_m = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2} \quad R = \frac{\sigma_u}{\sigma_o}$$

Beanspruchungsfälle



Spezialfälle

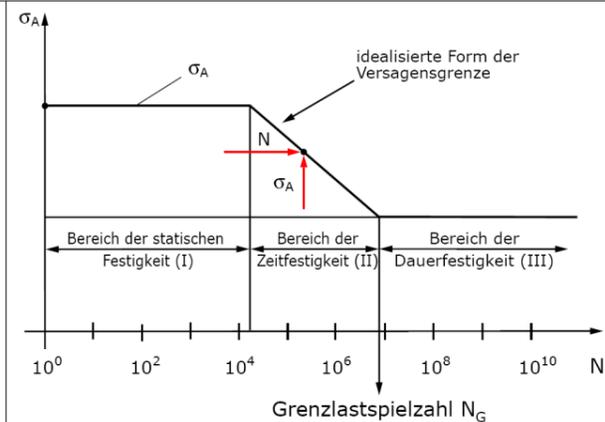
- Reine Druckschwellbeanspruchung : $\sigma_o \leq 0$
- Reine Wechselbeanspruchung : $\sigma_m = 0$
- Reine Zugschwellbeanspruchung : $\sigma_u \geq 0$

Charakterisierung

$\sigma = \sigma_m \pm \sigma_a$ $\tau = \tau_m \pm \tau_a$

E.2 Wöhlerversuche und Wöhlerkurve

Wöhlerkurve



- σ_A ertragene Ausschlagsspannung
- N Lastspielzahl

Nomenklatur

Ertragene Spannungswerte werden mit Grossbuchstaben charakterisiert, vorliegende mit Kleinbuchstaben

statische Festigkeit

entspricht der ruhenden Beanspruchung $N < 2 \cdot 10^4$

Zeitfestigkeit

Bauteile halten abhängig von Amplitude eine bestimmte Zykluszahl aus $2 \cdot 10^4 < N < N_G$

Dauerfestigkeit

Die maximale Beanspruchung wird unbeschränkter Zykluszahl ertragen $N > N_G$

E.2.1 Dauerfestigkeit und Grenzlastspielzahl N_G

Von Material zu Material unterschiedlich. Leichtmetalle

harter Stahl	$N_G \approx 3 \cdot 10^6$
--------------	----------------------------

haben oftmals keine ausgeprägte Dauerfestigkeit. Weiter ist die Dauerfestigkeit von der Beanspruchung sowie der Mittelspannung abhängig.

weicher Stahl	$N_G \approx 5 \cdot 10^6$
Cu, Cu-Legierung	$N_G \approx 50 \cdot 10^6$
Leichtmetalle	$N_G \approx 30 \cdot 100 \cdot 10^6 - \infty$

Kennzeichnungen

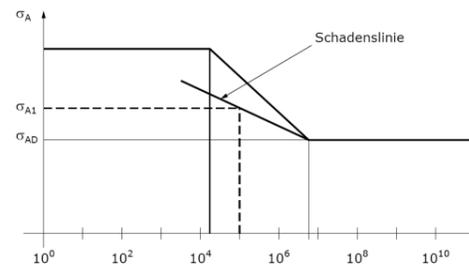
σ_{zdW} Zug-Druck-Dauerfestigkeit σ_{bW} Biege-Dauerfestigkeit
 τ_{tW} Torsions-Dauerfestigkeit

Wahrscheinlichkeit

Die Wechselfestigkeit der Wöhlerkurve geben vielfach eine Wahrscheinlichkeit von 50% an.

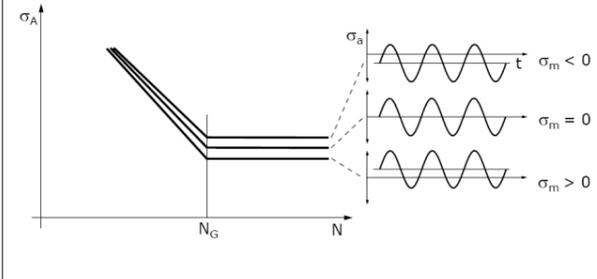
Schadenslinie

Anzahl der Lastüberhöhungen ohne Herabsetzung der Dauerfestigkeit



Einfluss der Mittelspannung

Mittelspannungen im Zugbereich reduzieren in der Regel die Dauerfestigkeit während jene in Druckbereich diese erhöhen.



E.3 Dauerfestigkeit

E.3.1 Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh

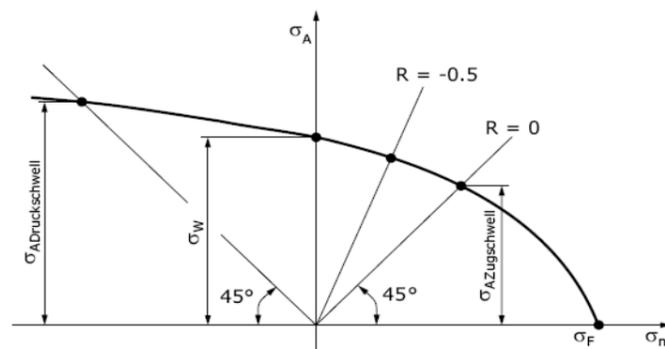
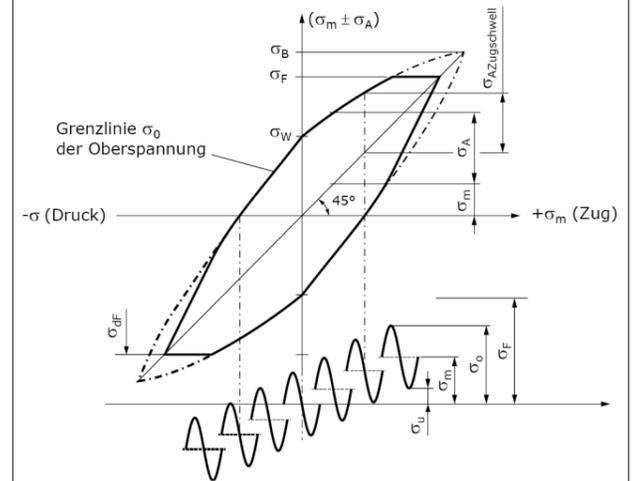


Abbildung 5.11: Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh ($\sigma_F =$ Fließspannung)

Reine Wechselfestigkeit bei σ_a

E.3.2 Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith

Für viele Werkstoffe liegt eine Darstellung der Dauerfestigkeit nach Smith vor. Bei zähen Werkstoffen ist diese Meist symmetrisch um den Nullpunkt, während sie bei spröden Werkstoffen oft stark asymmetrischen Charakter enthält

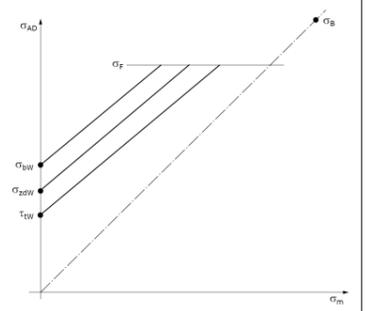


E.3.3 Bestimmen der Dauerfestigkeit

Approximation der Werkstoffkennwerte

$\tau_{tW} < \sigma_{zdW} < \sigma_{bW}$

$\sigma_{zdW} \approx 0.4 \cdot \sigma_B$
$\sigma_{bW} \approx 0.5 \cdot \sigma_B$
$\tau_{tW} \approx 0.3 \cdot \sigma_B$



- σ_{zdW} : reine Wechselfestigkeit unter Zug/Druckbeanspruchung
- σ_{bW} : reine Wechselfestigkeit unter Biegebeanspruchung
- τ_{tW} : reine Wechselfestigkeit unter Schubbeanspruchung (Torsion)

E.3.3.1 Festigkeitswerte für allg. Baustähle

$d_B \leq 16$; nach DIN EN 10025

Kurzname ¹⁾	$\sigma_B^{1)}$ [N/mm ²] $d_B \leq 16$ mm	$\sigma_S^{1),3)}$ [N/mm ²]	$\sigma_{zdW}^{2)}$ [N/mm ²]	$\sigma_{bW}^{2)}$ [N/mm ²]	$\tau_{tW}^{2)}$ [N/mm ²]
S235JR	360	235	140	180	105
S275JR	430	275	170	215	125
E295	490	295	195	245	145
S355JO	510	355	205	255	150
E335	590	335	235	290	180
E360	690	360	275	345	205

E.3.3.2 Festigkeitswerte für Einsatzstähle (für die Kernhärte)

$d_B \leq 11$; nach DIN 17210

Kurzname ¹⁾	$\sigma_B^{(3)}$ [N/mm ²]	$\sigma_S^{(1,3)}$ [N/mm ²]	$\sigma_{zdw}^{(2)}$ [N/mm ²]	$\sigma_{bw}^{(2)}$ [N/mm ²]	$\tau_{tw}^{(2)}$ [N/mm ²]
Ck15	750	430	300	375	225
17Cr3	1050	750	420	525	315
16MnCr5	900	630	360	450	270
20MnCr5	1100	730	440	550	330
20MoCrS4	900	630	360	450	270
17CrNiMo6 ³ (18CrNiMo7-6)	1150	830	460	575	345

E.3.3.3 Festigkeitswerte für Vergütungsstähle (im vergüteten Zustand)

$d_B \leq 16$ mm; nach DIN EN 10083

Kurzname ¹⁾	$\sigma_B^{(3)}$ [N/mm ²]	$\sigma_S^{(1)}$ [N/mm ²]	$\sigma_{zdw}^{(2)}$ [N/mm ²]	$\sigma_{bw}^{(2)}$ [N/mm ²]	$\tau_{tw}^{(2)}$ [N/mm ²]
1 C 22	500	340	200	250	150
2 C 22	500	340	200	250	150
1 C 25	550	370	220	275	165
1 C 30	600	400	240	300	180
1 C 35	630	430	250	315	190
1 C 40	650	460	260	325	200
1 C 45	700	490	280	350	210
2 C 45	700	490	280	350	210
1 C 50	750	520	300	375	220
(1 C 60)	850	580	340	425	250
46Cr2	900	650	360	450	270
41Cr4	1000	800	400	500	300
34CrMo4	1000	800	400	500	300
42CrMo4	1100	900	440	550	330
50CrMo4	1100	900	440	550	330
36CrNiMo4	1100	900	440	550	330
30CrNiMo8	1250	1050	500	625	375
34CrNiMo6	1200	1000	480	600	360

E.3.3.4 Festigkeitswerte für Nitrierstähle

$d_B \leq 100$; nach DIN 17211

Kurzname ¹⁾	$\sigma_B^{(1)}$ [N/mm ²]	$\sigma_S^{(1)}$ [N/mm ²]	$\sigma_{zdw}^{(2)}$ [N/mm ²]	$\sigma_{bw}^{(2)}$ [N/mm ²]	$\tau_{tw}^{(2)}$ [N/mm ²]
31CrMo12	1000	800	400	500	300
31CrMoV9	1000	800	400	500	300
15CrMoV59	900	750	360	450	270
34CrAlMo5	800	600	320	400	240
34CrAlNi7	850	650	340	425	255

E.4 Einfluss der Wärmebehandlung – der technologische Grösseneinflussfaktor

Grundlage	Die Festigkeitswerte σ_s und σ_b gelten jeweils für den Bezugsdurchmesser d_B . Ein technologischer Grösseneinflussfaktor $K_1(d)$ berücksichtigt die Veränderung der Festigkeit in Abhängigkeit von d
Korrektur	$\sigma_B(d) = K_1(d) \cdot \sigma_B(d_B)$ $\sigma_s(d) = K_1(d) \cdot \sigma_s(d_B)$

E.4.1 Allgemeine Baustähle

$d_B = 16$	für $\sigma_s (d \leq 32)$	$K_1 = 1$
	für $\sigma_s (32 < d < 300)$	$K_1 = 1 - 0.26 \cdot \log\left(\frac{d}{2d_B}\right)$
	für $\sigma_s (d \geq 300)$	$K_1 = 0.75$
	für $\sigma_B(d)$	$K_1 = 1$

E.4.2 Einsatzstähle

$d_B = 11$	für $\sigma_{s,B} (d \leq 11)$	$K_1 = 1$
	für $\sigma_{s,B} (11 < d < 300)$	$K_1 = 1 - 0.41 \cdot \log\left(\frac{d}{d_B}\right)$
	für $\sigma_{s,B} (d \geq 300)$	$K_1 = 0.41$

E.4.3 Vergütungsstähle (inkl. Cr-Ni-Mo-Einsatzstähle)

$d_B = 16$	für $\sigma_{s,B} (d \leq 16)$	$K_1 = 1$
	für $\sigma_{s,B} (16 < d < 300)$	$K_1 = 1 - 0.26 \cdot \log\left(\frac{d}{d_B}\right)$
	für $\sigma_{s,B} (d \geq 300)$	$K_1 = 0.67$

E.4.4 Nitrierstähle

$K_1(d) = 1$
 $\sigma_w(d) = K_1(d) \sigma_w(d_B)$

E.5 Der geometr. Grösseneinflussfaktor K_2

E.5.1 Einsatzstähle

	Zug und Druck	Biegung und Torsion
$7.5 \leq d \leq 150$	$K_2(d) = 1$	$K_2(d) = 1 - 0.2 \cdot \frac{\log\left(\frac{d}{7.5}\right)}{\log(20)}$
$d \geq 150$	$K_2(d) = 1$	$K_2(d) = 0.8$

E.6 Kerbeinfluss, Kerbwirkungszahl

Nomenklatur	$\sigma_{AD} \rightarrow \sigma_{ADK}$ Dauerfestigkeit der gekerbten Probe
Dauerfestigkeit	$\sigma_{ADK} = \frac{\sigma_{AD}}{\beta_{\sigma,\tau}}$
Kerbwirkungszahl	<ul style="list-style-type: none"> – nicht von der Nennspannung abhängig – von gleichen geometrischen Grössen abhängig wie die Formzahl $\alpha_{\sigma,\tau}$ – unterschiedlich für Biegung/Zug-Druck/Torsion – bei Biegung/Torsion von der Bauteilgrösse abhängig – von der Oberflächenqualität abhängig – vom Material abhängig

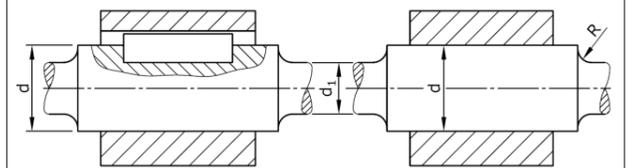
E.6.1 Passfeder

für $d_B = 40$ mm

Empfehlungen:

$$\frac{r}{d-d_1} = 2$$

$$\frac{d}{d_1} = 1.1$$



E.6.1.1 Umlaufende Spitzkerbe

$d_B = 15$ sowie: $0.05 < \frac{D-d}{d} < 0.2$ $r \rightarrow 0,1$	
Zug/Druck	$\beta_{\sigma}(d_B) = 0.109 \cdot \frac{\sigma_B(d_B)}{100} + 1.074$
Biegung	$\beta_{\sigma}(d_B) = 0.0923 \cdot \frac{\sigma_B(d_B)}{100} + 0.985$
Torsion	$\beta_{\tau}(d_B) = 0.8 \cdot \beta_{\sigma, \text{bieg}}(d_B)$

E.6.1.2 Rechtecknut

$d_B = 15$	
Zug/Druck	$\beta_{\sigma}(d_B) = 0.9 \cdot a \cdot \left(1.27 + 1.17 \cdot \sqrt{\frac{D-d}{2 \cdot r_f}} \right)$
Biegung	$\beta_{\sigma}(d_B) = 0.9 \cdot a \cdot \left(1.14 + 1.08 \cdot \sqrt{\frac{D-d}{2 \cdot r_f}} \right)$
Torsion	$\beta_{\sigma}(d_B) = a \cdot \left(1.48 + 0.45 \cdot \sqrt{\frac{D-d}{2 \cdot r_f}} \right)$
a	für $\frac{2 \cdot m}{D-d} \geq 1.4$ $a = 1$ für $\frac{2 \cdot m}{D-d} < 1.4$ $a = 1.25 \cdot \left(\frac{m}{r} \right)^{-0.94} + 0.97$
r_f (modifizierter Kerbradius)	$r_f = r + 2.9 \cdot \rho^*$
ρ^* (Strukturradius)	Tabellenwert, abhängig von Material (Fließgrenze)

E.6.1.3 Geometrischer Grösseneinflussfaktor K_3 auf Kerbwirkungszahl

Zweck	Der Grösseneinflussfaktor K_3 korrigiert $\beta_{\sigma, \tau}(d_B)$ auf $\beta_{\sigma, \tau}(d)$. Dazu ist auch die Formzahl $\alpha_{\sigma, \tau}$ zu
-------	--

	benutzen
$7.5 \leq d \leq 150$	$K_3 = 1 - 0.2 \cdot \log(\alpha_{\sigma, \tau}) \cdot \frac{\log\left(\frac{d}{7.5}\right)}{\log(20)}$
$d > 150$	$K_3 = 1 - 0.2 \cdot \log(\alpha_{\sigma, \tau})$
Effektive Korrektur	$\beta_{\sigma, \tau}(d) = \beta_{\sigma, \tau}(d_B) \cdot \frac{K_3(d_B)}{K_3(d)}$

E.6.1.4 Kerbwirkungszahl bei bekannter Formzahl

$\beta_{\sigma, \tau} = \frac{\alpha_{\sigma, \tau}}{n}$	Wenn keine Kerbwirkungszahlen bekannt vorliegen, jedoch die Formzahlen bekannt sind können dies als Basis verwendet werden.
Weiche Randschicht	$n = 1 + \sqrt{G' \cdot 1 \text{mm} \cdot 10^{-0.33 + \frac{\sigma_s(d)}{712 \text{N/mm}^2}}$ (analog mit $\tau_s(d)$)
Harte Randschicht	$n = 1 + \sqrt{G' \cdot 10^{-0.7}}$
Streckgrenze	$\sigma_s(d) = K_1(d) \cdot \sigma_s(d_B)$ $\tau_s(d) = \sigma_s(d)$

E.6.1.5 Spannungsgefälle G'

umlaufende Rundnut 	$G' = \frac{2 \cdot (1 + \varphi)}{r}$ (Zug/Druck, Biegung) $G' = \frac{1}{r}$ (Torsion)
	Dieses Modell kann auch als konservative Annahme bei einem Absatz mit Freistich verwendet werden
Abgesetzte Welle 	$G' = \frac{2.3 \cdot (1 + \varphi)}{r}$ (Zug/Druck, Biegung) $G' = \frac{1.15}{r}$ (Torsion)
φ	$\frac{d}{D} > \frac{2}{3}$ $\varphi = \frac{1}{2 + 4 \cdot \sqrt{\frac{D-d}{2 \cdot r}}}$ $\frac{d}{D} \leq \frac{2}{3}$ $\varphi = 0$

E.6.2 Umlaufende Einstiche

Bei einer Kombination aus Absatz und Rundnut wird G' aus dem Ansatz der RUNDNUT berechnet.

E.7 Einflussfaktor der Oberflächenrauheit K_F

Zug- Druck, Biegung	$K_{F, \sigma} = 1 - 0.22 \cdot \log\left(\frac{R_z}{1 \mu m}\right) \cdot \left(\log\left(\frac{\sigma_B(d)}{20 \text{N/mm}^2}\right) - 1\right)$
Torsion	$K_{F, \tau} = 0.575 \cdot K_{F, \sigma} + 0.425$

E.8 Einfluss der Oberflächenverfestigung K_V

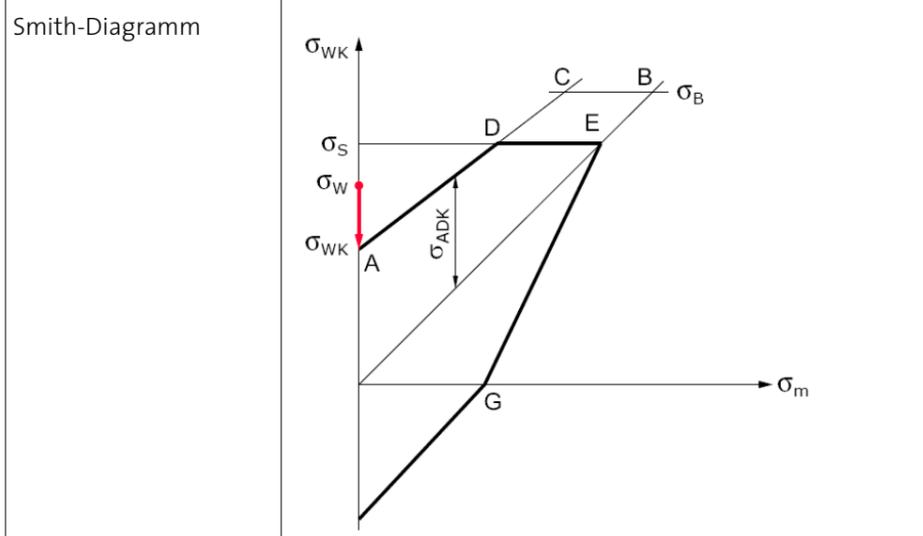
Verfahren	Durchmesser	K_V (minimal)
Nitrieren	$8 < d < 25$	1.15
	$25 < d < 40$	1.1
Einsatzhärten	$8 < d < 25$	1.2
	$25 < d < 40$	1.1
Karbo-nitrieren	10	1.8
Rollen	$7 < d < 25$	1.2
	$25 < d < 40$	1.1
Kugelstrahlen	$7 < d < 40$	1.1

Diese angegebene K_V Werte sind konservativ angesetzt und können vor allem bei Kerben markant (um 10% bis 80%) höher liegen. Für $d > 40$ wird $K_V = 1$ eingesetzt (siehe auch DIN 743-2)

E.9 Gestaltfestigkeit bei einachsiger Beanspr.

Zug-Druck	$\sigma_{zdWK} = \frac{\sigma_{zdW}(d_B) \cdot K_1(d) \cdot K_V}{\left(\frac{\beta_{\alpha, \text{Zug}}}{K_2(d)} + \frac{1}{K_{F, \sigma}} - 1\right)}$
Biegung	$\sigma_{bdWK} = \frac{\sigma_{bdW}(d_B) \cdot K_1(d) \cdot K_V}{\left(\frac{\beta_{\alpha, \text{Bieg}}}{K_2(d)} + \frac{1}{K_{F, \sigma}} - 1\right)}$
Torsion	$\tau_{tWK} = \frac{\tau_{tW}(d_B) \cdot K_1(d) \cdot K_V}{\left(\frac{\beta_{\tau}}{K_2(d)} + \frac{1}{K_{F, \tau}} - 1\right)}$

E.9.1 Einfluss der Mittelspannung



- Vorgehen
1. σ_{WK} auf der Vertikalen abtragen (A)
 2. eine 45°-Gerade ab dem Nullpunkt eintragen
 3. σ_B und σ_S auf der Mittellinie abtragen (B,E)
 4. $\sigma_{WK}/2$ ab σ_B abtragen (oder eine 40°-Gerade ab σ_{WK} eintragen) (C)
 5. Parallele zu E mit AC schneiden (D)
 6. Linien A, D, E symmetrisch zur Mittellinie abtragen (G)

Näherung $\sigma_{ADK} = \sigma_{WK} - \Psi_K \cdot \sigma_{Vm}$

Belastungsfälle

Zug-Druck: $\sigma_{zdADK} = \sigma_{zdWK} - \Psi_{zd\sigma K} \sigma_{Vm}$
 Biegung: $\sigma_{bADK} = \sigma_{bWK} - \Psi_{b\sigma K} \sigma_{Vm}$
 Torsion: $\tau_{tADK} = \tau_{tWK} - \Psi_{tK} \tau_{Vm}$

$$\tau_{Vm} = \frac{\sigma_{Vm}}{\sqrt{3}}$$

Einflussfaktoren

$$\Psi_{zd\sigma K} = \frac{\sigma_{zdWK}(d)}{2 \cdot K_1(d) \cdot \sigma_B(d_B) - \sigma_{zdWK}(d)}$$

$$\Psi_{b\sigma K} = \frac{\sigma_{bWK}(d)}{2 \cdot K_1(d) \cdot \sigma_B(d_B) - \sigma_{bWK}(d)}$$

$$\Psi_{tK} = \frac{\sigma_{tWK}(d)}{2 \cdot K_1(d) \cdot \sigma_B(d_B) - \sigma_{tWK}(d)}$$

E.9.2 Gewichtungsfaktoren für mehrachsige Beanspr.

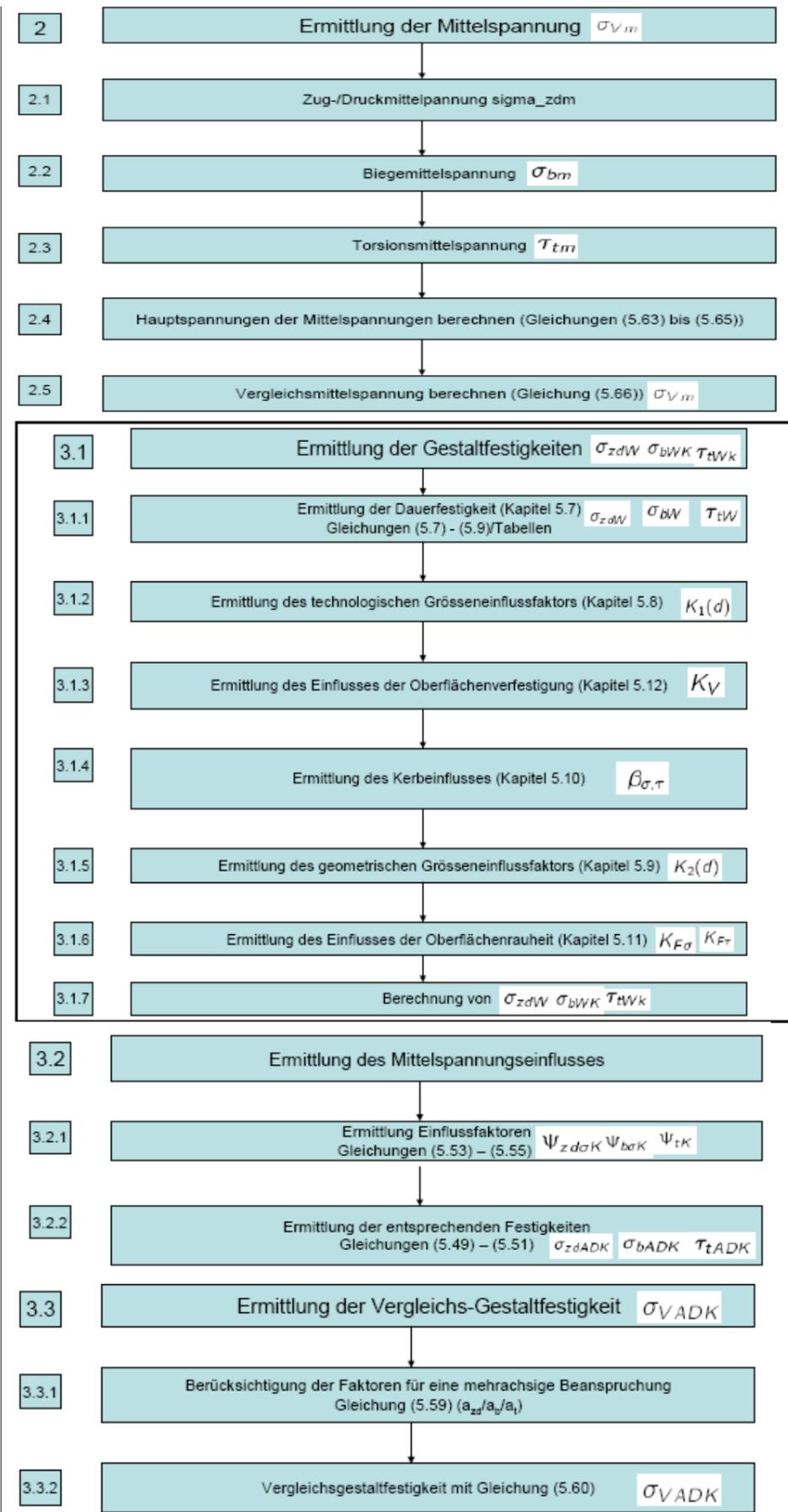
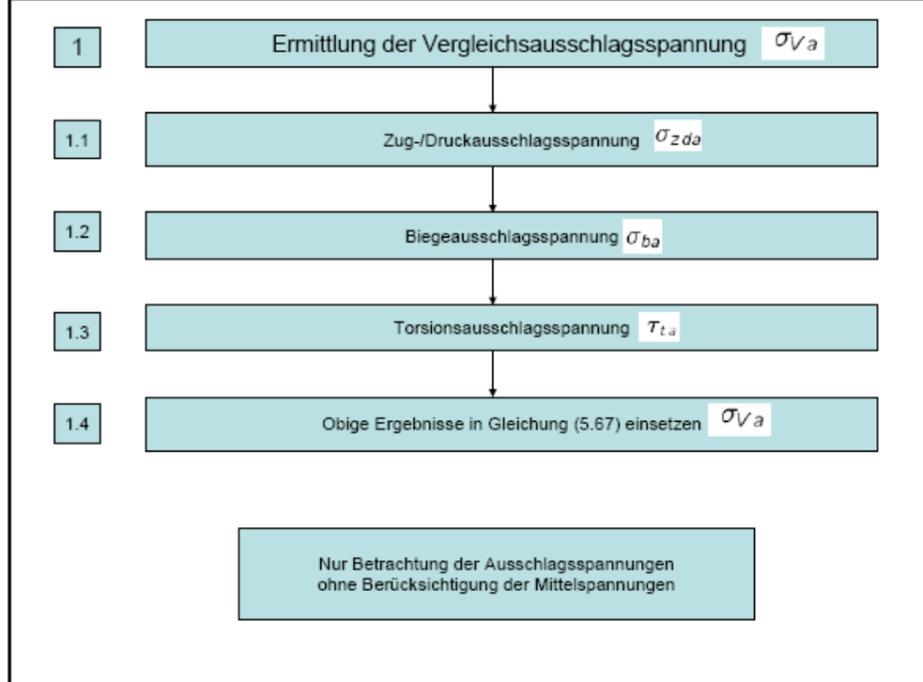
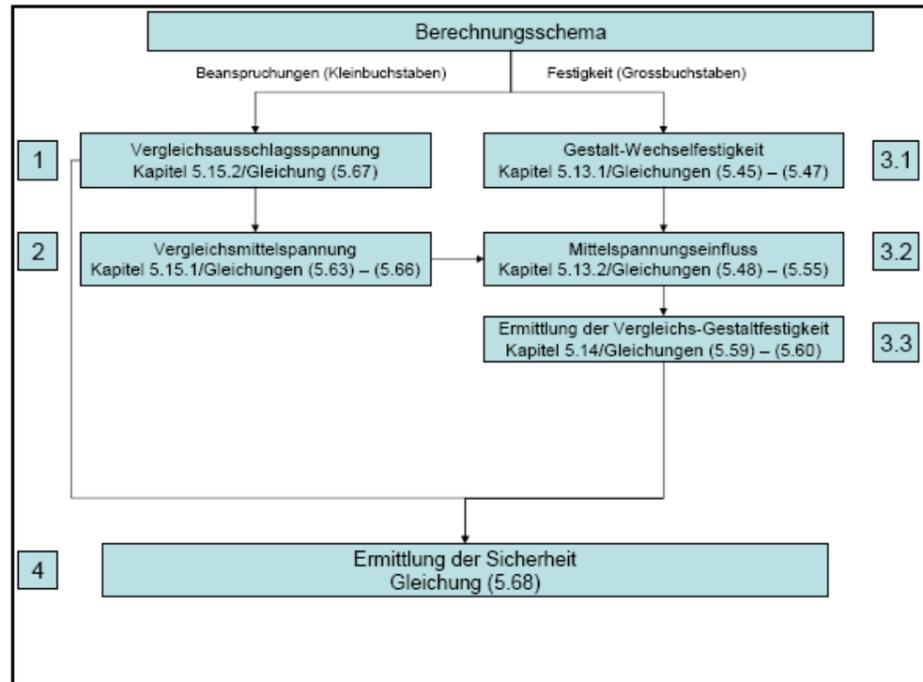
Vergleichsausschlags-Spannung $\sigma_{va} = \sqrt{(\sigma_{zda} + \sigma_{ba})^2 + 3 \cdot \tau_a^2}$

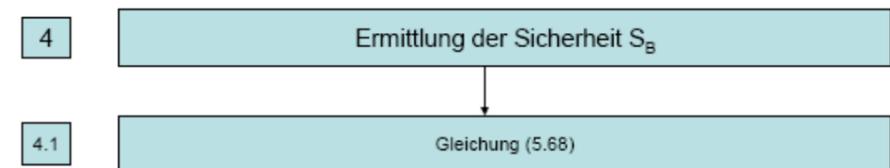
Gewichtungsfaktoren $a_{zd} = \frac{\sigma_{zda}}{\sigma_{va}}$ $a_b = \frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{va}}$ $a_t = \frac{\sqrt{3} \cdot \tau_a}{\sigma_{va}}$

Vergleichs-Gestaltfestigkeit $\sigma_{VADK} = \sqrt{(a_{zd} \cdot \sigma_{zdADK} + a_b \cdot \sigma_{bADK})^2 + (a_t \cdot \tau_{tADK})^2}$

Sicherheit gegen Dauerbruch $S_B = \frac{\sigma_{VADK}}{\sigma_{Va}}$

E.10 Allgemeine Vorgehensweise





1. Kritische Stellen bestimmen	Wie meistens in der Dimensionierung von Bauteilen gilt es zuerst die kritischen Querschnitte zu bestimmen.
2. Spannungen berechnen	Im Gewählten Querschnitt ist die Beanspruchung zu berechnen. Es sind dies: - Normalspannung σ_{zd} - Biegespannung σ_b - Torsionsspannung τ_t
3. Wechselfestigkeiten berechnen	Die Wechselfestigkeit berechnet sich grundsätzlich nach folgender Formel: $\sigma_{WK} = \frac{\sigma_w(d_B) \cdot K_1(d, d_B) \cdot K_V}{\left(\frac{\beta_\alpha}{K_2(d)} + \frac{1}{K_F} - 1\right)}$ <ul style="list-style-type: none"> • σ_w Die Wechselfestigkeit ist materialabhängig und idealerweise tabelliert • Der technologische Grösseneinflussfaktor K_1 ist materialabhängig. Es stehen Approximationen für diverse Stahlarten zur Verfügung • Der Einfluss einer allfälligen Oberflächenverfestigung wird im Faktor K_V berücksichtigt. • Die Kerbwirkungszahl β_α kann aus den Formzahlen errechnet werden. • Der geometrische Grösseneinflussfaktor K_2 ist für Biegung und Torsion relevant. • Die Oberflächenrauheit definiert den Faktor K_F.
4. Einfluss der Mittelspannung	Die Mittelspannung beeinflusst das Ergebnis massgeblich und muss deshalb auch berücksichtigt werden. Meist ist sie jedoch Null, was das rechnet wesentlich erleichtert
5. Spannungsamplituden ermitteln	$\sigma_{zda,ba} = \frac{\sigma_{zdo,bo} - \sigma_{zdu,bu}}{2}$ $\tau_{ta} = \frac{\tau_{to} - \tau_{tu}}{2}$ Es handelt sich hier um die Spannungsamplitude, welche aus der Unter- und der Oberspannung hervorgeht.
6. Vergleichsausschlags-Spannung	$\sigma_{va} = \sqrt{(\sigma_{zda} + \sigma_{ba})^2 + 3 \cdot \tau_{ta}^2}$
7. Gestaltfestigkeit berechnen	$\sigma_{VADK} = \sqrt{(a_{zd} \cdot \sigma_{zADK} + a_b \cdot \sigma_{bADK})^2 + (a_t \cdot \tau_{tADK})^2}$

8. Sicherheitsreserve Die Sicherheitsreserve S_B errechnet sich aus dem Verhältnis von Gestaltfestigkeit zu Vergleichsausschlagsspannung.

Siehe Beispielaufgabe Serie 7

F Niet-, Stift- Bolzenverbindungen

Niete, Bolzen und Stifte werden in verschiedenen Anwendungen eingesetzt und übernehmen Funktionen wie:

- gelenkig verbinden/lagern
- grosse Kräfte oder Momente übertragen (meist formschlüssig)
- positionieren/zentrieren
- sichern
- befestigen von Schildern, Deckeln

Vorteile

- keine Wärmebeeinflussung, keine Gefügeveränderung
- kein thermisches Verziehen
- anwendbar bei schwierigen Materialpaarungen (wo Schweiessen nichtmöglich)
- anwendbar bei schwieriger Zugänglichkeit (Blindniet)
- bedingt lösbar
- kontrollierbar

Nachteile

- aufwendiger
- Bauteile geschwächt
- Kraftflüsse stark umgelenkt
- schwerere Konstruktionen
- aufwendig lösbar

F.1 Nietverbindungen

Richtwerte für den Nietdurchmesser d' vor dem Schlagen:

Stahlbau:

$$d': \quad 1.3s \leq d' \leq 3s$$

Leichtmetallbau:

$$d': \quad 1.5s \leq d' \leq 2.5s$$

Richtwerte für a und e, e' (siehe Abb. 6.3):

Stahlbau und Kranbau:

$$a: \quad 15s \text{ bzw. } 6d \geq a \geq d$$

$$e: \quad 8s \text{ bzw. } 4d \geq e \geq 2d$$

$$e': \quad e' \geq 0.5a$$

Leichtmetallbau:

$$a: \quad 6d \geq a \geq 2.5d$$

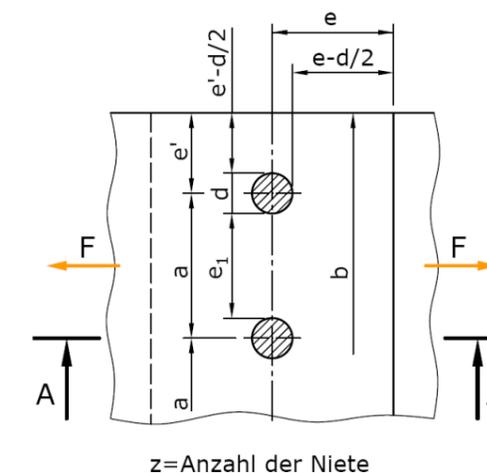
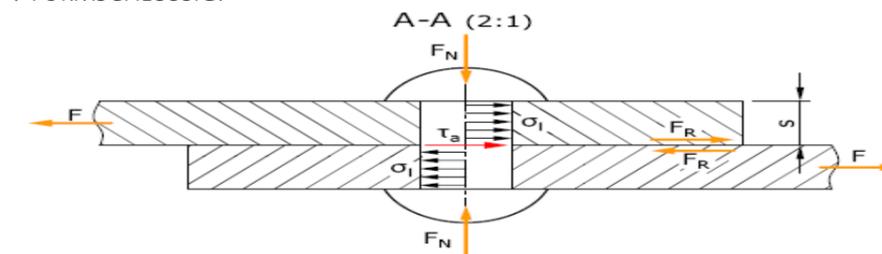
$$e: \quad e \geq 2d$$

$$e': \quad e' \geq 2d$$

Bei unterschiedlichen Blechstärken ist s_{min} einzusetzen.

Kaltgeschlagene Nieten: Stahl Niet < 10 mm
Leichtmetall
Buntmetall

--> FORMSCHLÜSSIG!



Schwächungsverhältnis

$$V = \frac{\text{Nutzquerschnitt}}{\text{Vollquerschnitt}} = \frac{A_n = (b - z \cdot d) \cdot s}{A = b \cdot s} = \frac{b - z \cdot d}{b}$$

Annahmen

Da z und d nicht bekannt sind setzt man: $V = 0.7 \text{ bis } 0.85$

F.1.1 Kraftschlüssige Nietverbindung

F.1.1.1 Dimensionierung

Allgemeine Kraftbedingungen	$z \cdot F_R = z \cdot F_N \cdot \mu_0 \geq F$ $F_N = \sigma_z \cdot A_N = \sigma_z \cdot \frac{d^2 \pi}{4}$ $F_R = \mu_0 \cdot \sigma_z \cdot A_N = k_n \cdot A_N$ $k_n = \mu_0 \cdot \sigma_z \approx \mu_0 \cdot \sigma_F$
Anzahl erforderliche Nieten	$z = \frac{F}{A_N \cdot k_n}$ respektive $z = \frac{F}{A_N \cdot k_n \cdot n}$ n Schnitte
Elastische Dehnung des Niets bei Abkühlung	$\epsilon_N = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{2} = \frac{\alpha}{2} (t_s - t_u)$
Festigkeitsbedingung	$\sigma_z = \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot E}{2} \leq \sigma_F$

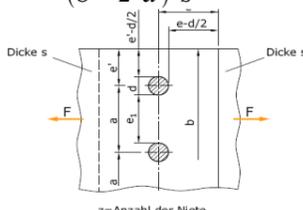
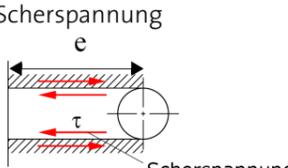
F.1.2 Formschlüssige Nietverbindung

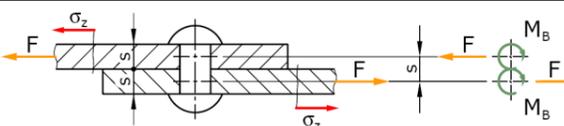
Ausgangslage	Da die Zugspannung durch Wärmespannungen im Niet schwer zu erfassen ist, und Niete vielfach kalt geschlagen werden, berechnet man im Stahlbau, Maschinenbau und Leichtmetallbau Nietverbindungen meist als formschlüssige Verbindungen.
Beanspruchung Niet	- Scherspannung / Flächenpressung (Biegebeanspruchung wird vernachlässigt)
Beanspruchung Bauteile	- Lochleibung - Normalspannung / Scherspannung zum Rand / Biegebeanspruchung bei Überlappnietung

F.1.2.1 Beanspruchung des Niets

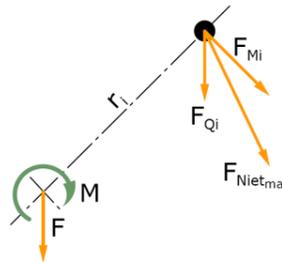
Scherspannung	$\tau_a = \frac{F}{A_N \cdot z} = \frac{F}{d^2 \cdot \pi \cdot z} \leq \tau_{zul}$
Flächenpressung	$\sigma_l = \frac{F}{d \cdot s \cdot z} \leq \sigma_{l,zul}$ Eine optimale Ausnutzung des Niets ergibt sich, wenn $\sigma_l = \sigma_{l,zul}$ sowie $\tau_a = \tau_{a,zul}$
Auslegung	$F_{Niet} = \frac{\tau_{a,zul} \cdot \pi}{4} \cdot d^2 = \sigma_{l,zul} \cdot d \cdot s$ $d = 4 \cdot \frac{s \cdot \sigma_{l,zul}}{\pi \cdot \tau_{a,zul}}$
Erforderliche Niete	$z = \frac{F}{d \cdot s \cdot \sigma_{l,zul}} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2 \cdot \tau_{a,zul}}$

F.1.2.2 Beanspruchung der Bauteile

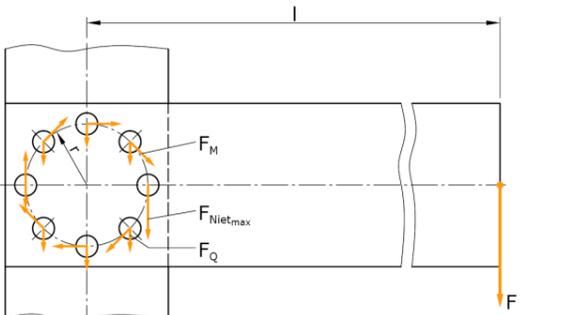
Lochleibung	$\sigma_l = \frac{F}{d \cdot s \cdot z} \leq \sigma_{l,zul}$
Normalspannung	$\sigma_z = \frac{F}{(b - z \cdot d) \cdot s} \leq \sigma_{zul}$ 
Scherspannung	$\tau = \frac{F}{2 \cdot z \cdot (e - \frac{d}{2}) \cdot s} \leq \tau_{zul}$ 

Lochleibung	$\sigma_l = \frac{F}{d \cdot s \cdot z} \leq \sigma_{l,zul}$
Biegebeanspruchung (durch Überlappung)	 $\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{3F \cdot s}{b \cdot s^2} = \frac{3 \cdot F}{b \cdot s}$

F.1.3 Momentbelastete Nietverbindungen

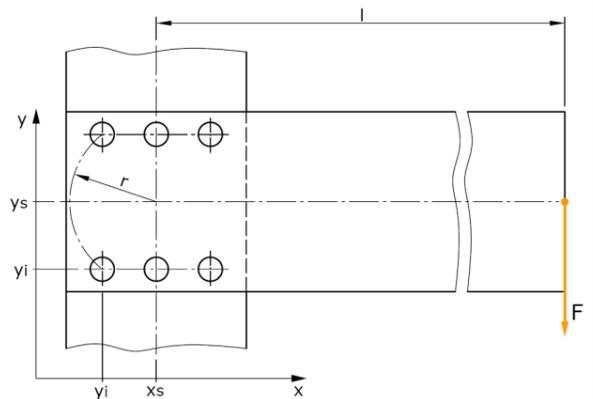
Vorgehen	<ol style="list-style-type: none"> Kräfte und Momente auf den Flächenmittelpunkt der Nietgruppe reduzieren Kräfte und Momente auf die einzelnen Niete verteilen  $F_{Qi} = \frac{F}{z} \quad F_{Mi} = \frac{M \cdot r_i}{\sum r_i^2}$ $F_{Niet,i} = F_{Qi} + F_{Mi}$ $F_{Niet,max} = \max(F_{Niet,i})$
----------	--

F.1.3.1 Anordnung auf Teilkreis

Ansicht	
---------	--

Beanspruchung	<ol style="list-style-type: none"> Moment: $F_M = \frac{F \cdot l \cdot r}{r^2 \cdot z} = \frac{F \cdot l}{r \cdot z}$ Kraft: $F_Q = \frac{F}{z}$ Maximalbeanspruchung: $F_{Niet,max} = F_M + F_Q = \frac{F}{z} \cdot \left(1 + \frac{l}{r}\right)$
---------------	---

F.1.3.2 Andere Anordnungen

Beispiel Doppellaschen-nietverbindung,	
Schwerpunkt des Nietbildes	$X_s = \frac{1}{z} \cdot \sum_{i=1}^z X_i \quad Y_s = \frac{1}{z} \cdot \sum_{i=1}^z Y_i$
Schwerpunkt Abstand aller Niete bestimmen	$r_i = \sqrt{(X_s - X_i)^2 + (Y_s - Y_i)^2}$
Nietbelastung aus dem Moment	$F_{Mi} = \frac{M \cdot r_i}{\sum_{i=1}^z r_i^2} = \frac{F \cdot l \cdot r_i}{\sum_{i=1}^z r_i^2}$
Nietbelastung aus der Querkraft	$F_{Qi} = \frac{F}{z}$
Maximalbeanspruchung	$F_{Niet,max} = \max F_{Mi} + F_{Qi} $

F.1.4 Gestaltungsrichtlinien

- Zugbeanspruchung des Niets wegen nicht sicher erfassbarer Eigenspannung möglichst vermeiden.
- Jedes Bauteil muss mit mindestens zwei Nieten angeschlossen werden, damit drehfeste Verbindung gewährleistet ist.
- Bei Überlappungsnietung Biegemoment beachten; es tritt in den Bauteilen Biegespannung und Verformung auf.
- Doppellaschennietung bevorzugen, da kein Biegemoment auftritt und ein günstigeres Schwächungsverhältnis erzielbar ist.
- Die Nietverbindung in Abb. 6.12 mit 2x5 Nieten ist das Schwächungsverhältnis für die Bauteile günstig, für Laschen ungünstig. Verstärkung der Laschen gegenüber dem Bauteil verursacht nur unwesentlichen Materialaufwand, siehe Abb. 6.12.
- Anhaltswert: $s_1 = s_2 \gg 0.7 - 0.8s$
- Mit Rücksicht auf Knickung des Niets beim Schlagen bei Doppellaschennietung und anderen mehrschichtigen Verbindungen Gleichung (6.38) wählen!
- Bei Fachwerken sollen Nietlinien, Schwerlinien der Stäbe und Schwerachsen der Nietbilder möglichst zusammenfallen, um zusätzliche Biegebeanspruchungen der Stäbe zu vermeiden, siehe Abb. 6.13. $L_1, L_2, L_3, L_4 =$ Netzlänge. Bezüglich der Schwerachse der Nietbilder ist diese Forderung bei U-Profilen und Flachstäben leicht zu erfüllen. Bei Winkelprofilen muss meist davon abgewichen werden, da die Niete nicht dicht genug am hochstehenden Schenkel angebracht werden können.
- Nicht mehr als 6 Niete in Krafrichtung hintereinander vorsehen, da sonst nicht mehr mit gleichmässiger Aufteilung der Kraft gerechnet werden kann. Bei Wechsellast nicht mehr als 5 Niete vorsehen.
- L-Profile machen eventuell die Anordnung eines Beiwinkels erforderlich (siehe Abb. 6.13).

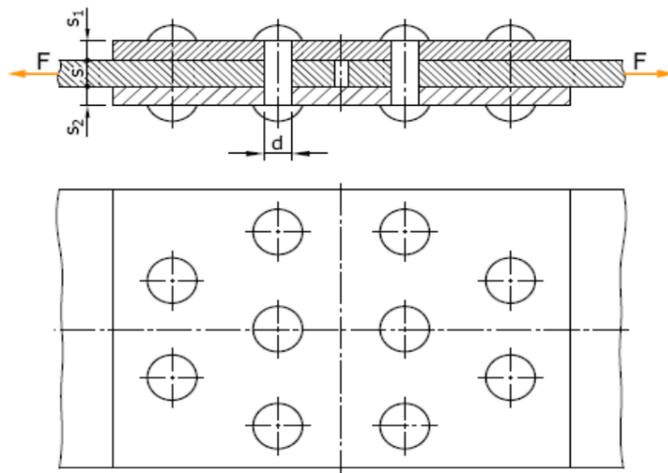


Abbildung 6.12: Verbindung mittels Knotenblech.

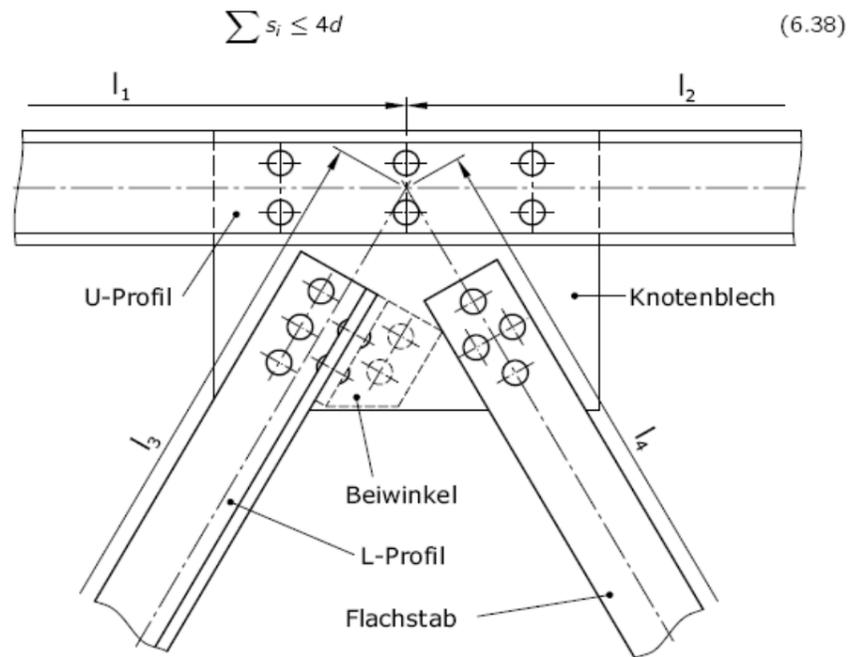


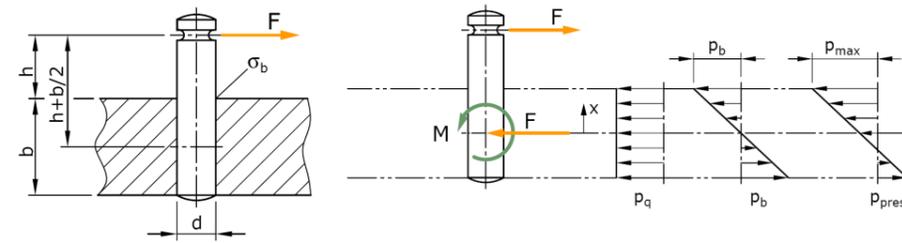
Abbildung 6.13: Fachwerk mit Nietverbindungen.

F.2 Stift- und Bolzenverbindungen

Bolzen	Durchmesser zur Länge eher grösser, meist beweglich, gesichert, teilweise mit Kopf und/oder Gewinde
Stift	Durchmesser zur Länge eher kleine, meist fest, zylindrisch oder kegelförmig
Gliederung	<pre> graph TD A[Stiftverbindungen] --> B[Stifte] A --> C[Bolzen] B --> D[Zylinderstifte] B --> E[Kegelstifte] B --> F[Kerbstifte] C --> G[ohne Kopf] C --> H[mit Kopf] </pre>

F.3 Steckverbindung (Stiftverbindung)

F.3.1 Ausgangslage



Reaktionskraft (als Druck)	$p_q = \frac{F}{A_{proj}} = \frac{F}{d \cdot b}$
Reaktionsmoment	$M = F \cdot \left(h + \frac{b}{2} \right) = d \cdot \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} p_b(x) \cdot x \cdot dx$ wobei $p_b = \frac{F \cdot \left(h + \frac{b}{2} \right)}{d \cdot b^2} = \frac{6 \cdot F \cdot \left(h + \frac{b}{2} \right)}{d \cdot b^2}$
Maximum (bei $x = b/2$)	$p_{max} = p_q + p_b = \frac{4 \cdot F \cdot (1.5 \cdot h + b)}{d \cdot b^2}$
Anmerkung	Dieser Modellierung setzen wir voraus, dass die Einspannung eine gewisse Nachgiebigkeit aufweist. Falls die Einspannung sehr starr wäre, dann müsste das Moment und die Querkraft direkt am oberen Rand modelliert werden.

F.3.1.2 Dimensionierung des Stiftes

Der Steckstift wird direkt oberhalb der Einspannung auf Biegung beansprucht

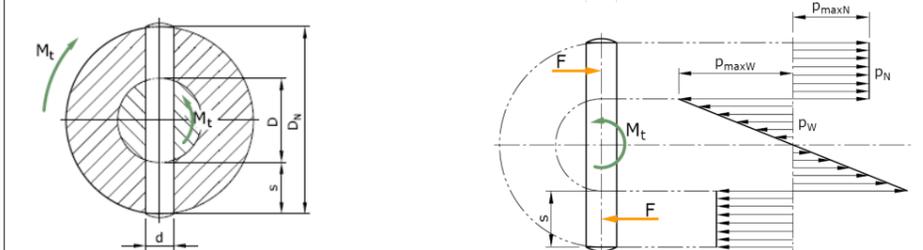
Biegespannung	$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{F \cdot h}{\frac{\pi \cdot d^3}{32}} = \frac{32 \cdot F \cdot h}{\pi \cdot d^3}$
Schubspannung	$\tau_q = \frac{F}{A} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2}$
Vergleichsspannung	$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3 \cdot \tau_q^2} < \sigma_{zul}$

F.3.1.3 Dimensionierung der Bohrung

Flächenpressung	$\sigma_v = -\sigma_z = p_{max} \leq p_{zul}$
-----------------	---

F.3.2 Querstift mit Drehmomentbelastung

F.3.2.1 Ausgangslage



Entwurfsrichtlinien	$\frac{d}{D} \approx 0.2 \text{ bis } 0.3$ $\frac{D_N}{D} \approx 2 \text{ (Stahl/Stahl) bis } 2.5 \text{ (Guss/Stahl)}$
Nabe	$p_{maxN} = \frac{4 \cdot M_t}{d \cdot (D_N^2 - D^2)}$
Welle	$p_{maxW} = \frac{6 \cdot M_t}{d \cdot D^2}$

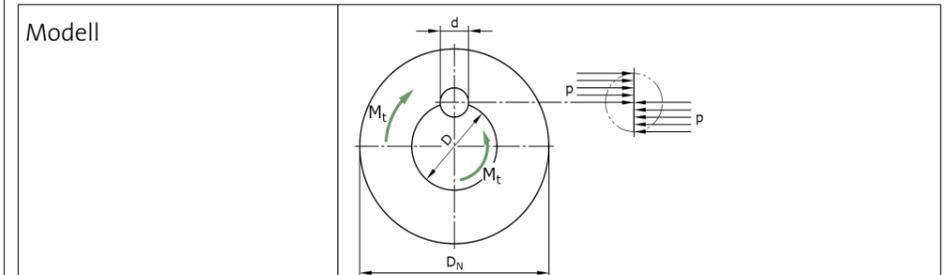
F.3.2.2 Dimensionierung

Der Querstift wird in der Trennebene auf Scherung und Biegung beansprucht.

Scherung	$\tau_q = \frac{4 \cdot M}{\pi \cdot D \cdot d^2}$
Biegung	$\sigma_b = \frac{16 \cdot M_t \cdot s}{\pi \cdot D \cdot d^3}$
Vergleichsspannung	$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3 \cdot \tau_q^2}$
Bohrung der Nabe	Flächenpressung: $p_{maxN} < p_{zulN}$ $p_{maxW} < p_{zulW}$

F.3.3 Längsstifte mit Drehmomentbelastung

F.3.3.1 Ausgangslage



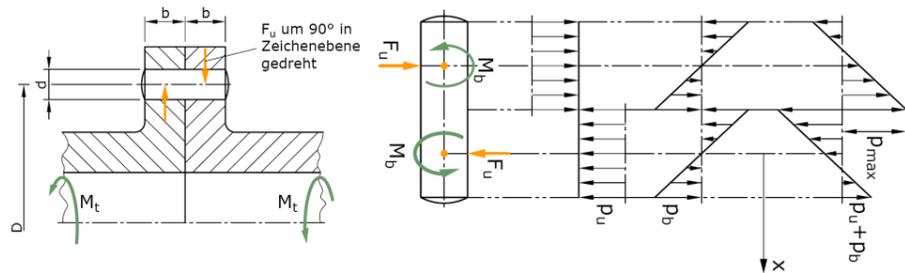
Flächenpressung	$p = \frac{4 \cdot M}{l \cdot d \cdot D}$ $M_t = \frac{p \cdot d}{2} \cdot \frac{L \cdot D}{2}$
-----------------	---

F.3.3.2 Dimensionierung

Druckspannung	$\sigma_z = -p = \frac{4 \cdot M}{l \cdot d \cdot D}$
Scherspannung	$\tau_q = \frac{2 \cdot M}{l \cdot d \cdot D} = \frac{p}{2}$
Vergleichsspannung	$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3 \cdot \tau_q^2}$
Bohrung	Flächenpressung: $p < p_{zulN} \quad p < p_{zulW}$

F.3.4 Flanschstift mit Drehmomentbelastung

F.3.4.1 Ausgangslage



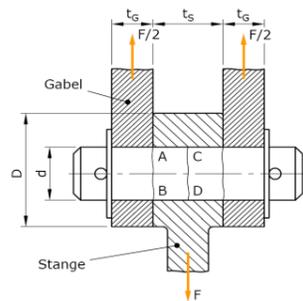
Umfangskraft pro Stift	$F_U = \frac{2 \cdot M_t}{D \cdot z}$
Flächenpressung	$p_U = \frac{F_U}{b \cdot d} \quad p_b = \frac{3 \cdot F_U}{b \cdot d}$
Biegemoment	$M_b = F_U \cdot \frac{b}{2} = \frac{p_b \cdot d \cdot b^2}{6}$

F.3.4.2 Dimensionieren

Schubspannung	$\tau_q = F_U \cdot \frac{4}{\pi \cdot d^2}$
Vergleichsspannung	$\sigma_v = 2 \cdot \tau_q < \sigma_{zul}$
Bohrung	$p_{max} < p_{zul}$

F.3.5 Stangen-, Gabel- bzw. Bolzenverbindungen

F.3.5.1 Entwurfsrichtlinien

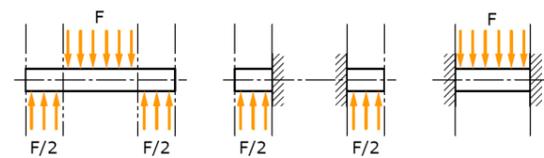


D= 2-2,5 für Stahl und Stahlguss
D=3- 3,5 für Gusseisen

	Gleitende Paarung	Feste Paarung
t_s/l	1.6	1.0
t_G/l	0.6	0.5

F.3.5.2 Modellierung

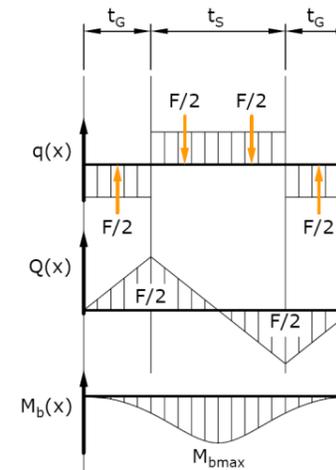
Varianten der Modellbildung



1. Bolzen in Stange und Gabel aufliegend, biege-elastisch
2. Bolzen in Stange starr eingespannt
3. Bolzen in Gabel starr eingespannt

Meistens wird die erste Modellierungsvariante verwendet.

1. Variante



F.3.5.3 Variante 1: Kritischer Querschnitt C-D

Biegespannung (Scherspannung = 0)	$\sigma_x = \frac{8 \cdot F \cdot \left(t_G + \frac{t_S}{2}\right)}{\pi \cdot d^3}$
Vergleichsspannung	$\sigma_v = \sigma_x \leq \sigma_{zul}$

F.3.5.4 Variante 2: Kritischer Querschnitt A-B

Biegespannung	$\sigma_x = \frac{8 \cdot F \cdot t_G}{\pi \cdot d^3}$
Scherspannung	$\tau_{xy} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d^2}$
Vergleichsspannung	$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2} \leq \sigma_{zul}$
Bauteildimensionierung	Die Flächenpressung, welche zusätzlich von der Gabel auf den Bolzen wirkt, wird in der Praxis nicht

berücksichtigt.

F.3.5.5 Flächenpressung in Gabel- und Stangenbohrung

Gabel	$p = \frac{F}{2 \cdot t_G \cdot d} < p_{zulG}$
Stange	$p = \frac{F}{t_S \cdot d} < p_{zulS}$

F.3.5.6 Zulässige Festigkeitswerte für Stifte und Bolzen

Für die Vergleichsspannungen der Stifte und Bolzen gilt:

$$\sigma_{zul} = \frac{\sigma_F}{S_F} \quad (6.80)$$

mit der Fließgrenze σ_F und der Sicherheitszahl gegen Fließen $S_F = 1.5 - 2.0$.

Für Kerbstifte wird empfohlen, die zulässigen Spannungswerte auf 70% zu reduzieren.

Für die Bohrungen bei festen Verbindungen (keine drehende Bewegung) gilt, dass die zulässige Flächenbelastung p_{zul} auf die Bruchgrenze σ_B bezogen wird:

- Für ruhende Belastung: $p_{zul} \leq 0.4 \sigma_B$
- für schwelende Belastung: $p_{zul} \leq 0.3 \sigma_B$
- für wechselnde Belastung: $p_{zul} \leq 0.2 \sigma_B$

Bemerkung: Falls der Stift das schwächere Material darstellt, muss auch dort die Flächenpressung überprüft werden (unabhängig von anderen Spannungen).

Die zulässigen Werte schliessen auch die Flächenpressung infolge der Einspannverhältnisse mit ein.

Bei gleitenden Verbindungen (v -relativ > 0) ist die Abriebfestigkeit des Lagers die limitierende Grösse und die maximale Flächenbelastung muss nochmals reduziert werden. Die Bolzen sollten eine Oberflächenqualität von $R_a \approx 0.4 \mu m$ aufweisen.

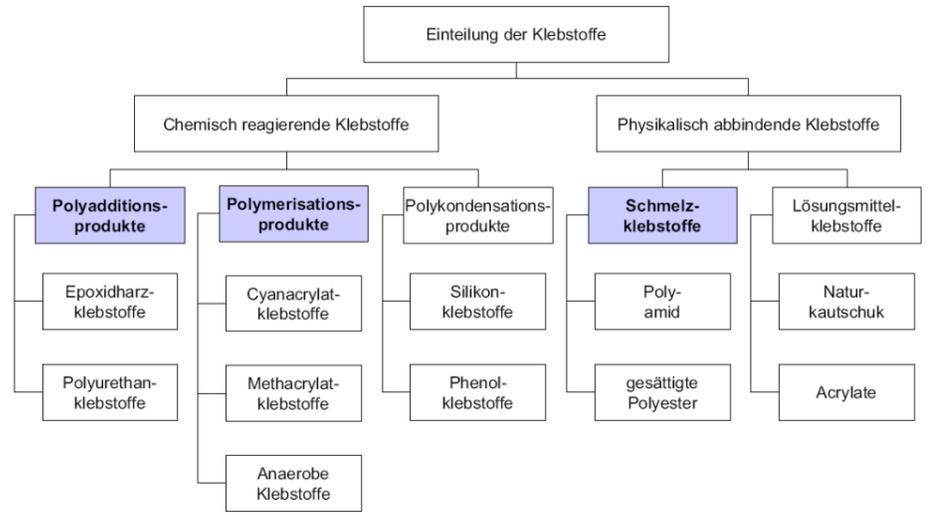
	Gleitpartner (Lager-/Bolzenwerkstoff)	p_{zul} in $\frac{N}{mm^2}$
bei Trockenlauf (wartungsfrei)	Bifo-Lager/St	150
	Iglidur X/St gehärtet	150
	Iglidur G/St gehärtet	80
	DU-Lager/St	60
	Sinterbronze mit Festschmierstoff/St	80
	Verbundlager (Laufsicht PTFE)/St	30
	PA oder POM/St	20
	PE/St	10
bei Fremdschmierung	Sintereisen, ölgetränkt (Sint-B20)/St	8
	Tokatbronze/St	100
	St gehärtet/St gehärtet	16
	Cu-Sn-Pb-Legierung/St gehärtet	10
	Cu-Sn-Pb-Legierung/St	8
GS/St	7	
Pb-Sn-Legierung/St	3 (7)	

Tabelle 6.2: Empfohlene Flächenbelastungen drehender Bolzen-Verbindungen.

G Klebeverbindungen

Vorteile	<ul style="list-style-type: none"> - Kombination unterschiedlicher Werkstoffe - Kräfteleitung wird gut verteilt - geringes Gewicht - gute Dämpfungseigenschaften gegen Körperschall
Nachteile / Grenzen	<ul style="list-style-type: none"> - nur geringe Schälbeanspruchung möglich - Klebstoff muss die geforderte Festigkeit unter allen Betriebsbedingungen erfüllen - kostenintensiver Montageprozess

G.1 Klassierung



G.1.1 Chemisch reagierende Klebstoffe

Kleber-Typ	Querkontraktionszahl	E-Modul [MPa]	Gleitmodul [MPa]	Zugscherfestigkeit [MPa]
Warmhärtender	0,38 - 0,40	3000 - 4200	900 - 1520	20 - 35
Kalthärtender	0,38 - 0,40	1500 - 2500	1500 - 2500	18 - 25

Tabelle 7.1: Durchschnittliche mechanische Kennwerte üblicher Zweikomponentenklebstoffe

G.1.2 Schmelzklebstoffe

Klebstoff-Grundstoff	Erweichungsbereich	Schmelzviskosität [sPa]	Verarbeitungstemperatur [°C]
Polyamid	95 - 175	1 - 20	120 - 240
Polyester	50 - 230	20 - 2000	150 - 240
Ethylen, Vinylacetat-Copolymerisate	90 - 200	20 - 10000	Max. 200

Tabelle 7.2: Charakteristische Verarbeitungsparameter von Schmelzklebstoffpolymeren

G.2 Dimensionieren

G.2.1 Zugs

$$\sigma_x = \frac{F}{b \cdot l_u} \leq \sigma_{zul}$$

G.2.2 Scherung

$$\tau = \frac{F}{b \cdot l_u} \leq \tau_{zul} = \frac{\tau_B}{S_B}$$

Scherfestigkeit des Klebstoffes τ_B , mittlere Scherspannung τ

G.2.2.1 Abminderungsfaktoren

$\tau_{B,real} = f_Q \cdot f_W \cdot \tau_B = \frac{\tau_B}{S_F}$	Unterschied Labor/Produktion: $f_Q \approx 0.8$ Schwankungen Werkstoff: $f_W \approx 0.66$
$\tau_{B,dyn} = f_Q \cdot f_W \cdot f_D \cdot f_T \cdot f_A \cdot \tau_B$	Wöhlerfaktor: f_D Temperatureinfluss: f_T Alterung Werkstoff: $f_A \approx 0.2 \dots 0.5$
Faustregel	$\tau_{B,dyn} \approx 0.1 \cdot \tau_B$

G.2.2.2 Überlappungslänge

$$l_{u,opt} = \frac{R_m \cdot t}{\tau_B}$$

Fügeteildicke (schmalere): t
Belastungsgrenze: R_m , $R_{0.2}$ (Metall)

G.2.2.3 Klebeschichtdicke

$$d = 3 \cdot R_{max}$$

maximale Rautiefe R_{max}

G.2.3 Schälbeanspruchung

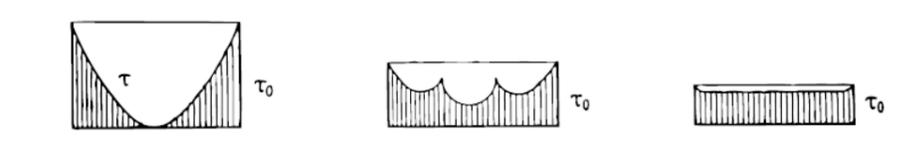
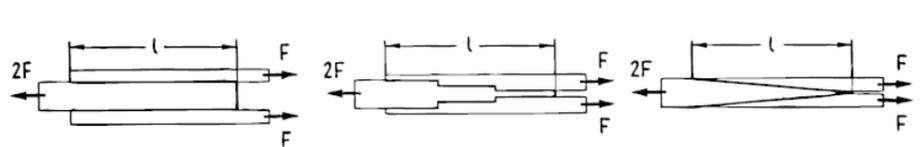
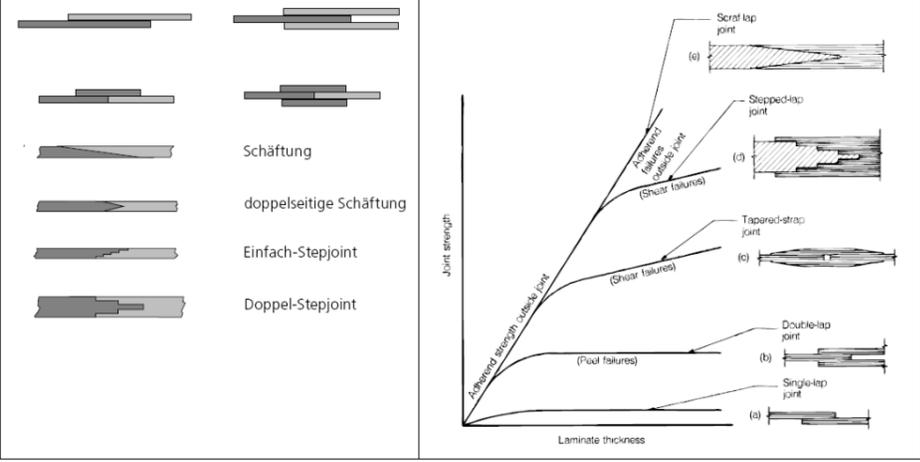
$$\sigma_x = \frac{F}{b \cdot EH} \leq \sigma_{zul} = \sigma_{|k|} S_K$$

Absolute Schälfestigkeit: $\sigma_{|k|}$
Einheitslänge: $EH = 1 \text{ mm}$

G.2.4 Tragfähigkeit

$$T = A_{Trag} \cdot \sigma_{zul}$$

G.3 Geometrie der Fügeteile



H Druckbeanspruchung Rotations-symmetrischer Teile

H.1 Grundbeziehungen

H.1.1 Hook'sches Stoffgesetz

Bemerkung	Die Dehnung beschreibt $\epsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{L_1 - L_0}{L_0}$ und ist eine dimensionslose Grösse.
Dehnung	$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu \cdot (\sigma_\theta + \sigma_r)]$ $\epsilon_\theta = \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_r)]$ $\epsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_\theta)]$

H.1.2 EFZ, Ebener-Formänderungs-Zustand ($r < l$)

Dehnung	$\begin{Bmatrix} \epsilon_\theta \\ \epsilon_r \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1-\nu^2 & -\nu(1+\nu) \\ -\nu(1+\nu) & 1-\nu^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_r \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \nu \cdot \epsilon_x^0 \\ \nu \cdot \epsilon_x^0 \end{Bmatrix}$
Spannungen	$\begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_r \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu-2\nu^2} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu \\ \nu & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_\theta + \nu \cdot \epsilon_x^0 \\ \epsilon_r + \nu \cdot \epsilon_x^0 \end{Bmatrix}$
DGL	$w_{,rr} + \frac{1}{r} w_{,r} - \frac{1}{r^2} w = 0 \quad \text{resp.}$ $w_{,rr} + \frac{1}{r} w_{,r} - \frac{1}{r^2} w + \frac{1-2\nu-2\nu^2}{(1-\nu) \cdot E} \cdot \rho \cdot r \cdot \omega^2 = 0$

H.1.3 ESZ, Ebener-Spannungs-Zustand ($r \gg l$)

Dehnung	$\epsilon_x = \frac{-\nu}{E} (\sigma_\theta + \sigma_r)$ $\epsilon_\theta = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu \cdot \sigma_r)$ $\epsilon_r = \frac{1}{E} (-\nu \cdot \sigma_\theta + \sigma_r)$
Spannungen $\sigma_x = 0$	$\begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_r \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu \\ \nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_\theta \\ \epsilon_r \end{Bmatrix}$
DGL	$w_{,rr} + \frac{1}{r} w_{,r} - \frac{1}{r^2} w + \frac{1-2\nu-2\nu^2}{(1-\nu)E} \rho r \omega^2 = 0 \quad \text{resp.}$ $w_{,rr} + \frac{1}{r} w_{,r} - \frac{1}{r^2} w + \frac{1-\nu^2}{E} \cdot \rho \cdot r \cdot \omega^2 = 0$

H.1.4 Lösung der homogenen DGL

Allgemein	$w_H(r) = a \cdot r + \frac{b}{r}$
Vollquerschnitt	$w_H(r) = a \cdot r$

H.2 Druckbelasteter dickwandiger Zylinder

H.2.1 Freie Längsdehnung aber keine Längslast

Druckbehälter ohne Längslast können sich längs frei dehnen und befinden sich in einem ebenen Spannungszustand (ESZ)	
Spannungen (allgemein)	$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(a \cdot (1+\nu) + \frac{b}{r^2} (1-\nu) \right) = A + \frac{B}{r^2}$

	$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(a \cdot (1+\nu) - \frac{b}{r^2} (1-\nu) \right) = A - \frac{B}{r^2}$ immer mit Parameter A / B rechnen!
Parameter A und B	$A = \frac{r_i^2 \cdot p_i - r_a^2 \cdot p_a}{r_a^2 - r_i^2} \quad B = (p_i - p_a) \cdot \frac{r_a^2 \cdot r_i^2}{r_a^2 - r_i^2}$ $A = \frac{\chi^2 \cdot p_i - p_a}{1 - \chi^2} \quad B = (p_i - p_a) \cdot \frac{r_a^2 \cdot \chi^2}{1 - \chi^2} \quad \chi = \frac{r_i}{r_a}$
Parameter a und b	$a = \frac{A \cdot (1-\nu)}{E} \quad a = \frac{B \cdot (1+\nu)}{E}$
Spannungen (mit RB) $\sigma_x = 0$	$\sigma_\theta = \frac{\chi^2 \cdot p_i - p_a}{1 - \chi^2} + (p_i - p_a) \cdot \frac{1}{1 - \chi^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{r}{r_a}\right)^2}$ $\sigma_r = \frac{\chi^2 \cdot p_i - p_a}{1 - \chi^2} - (p_i - p_a) \cdot \frac{1}{1 - \chi^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{r}{r_a}\right)^2}$
Dehnungen	$\epsilon_\theta = a + \frac{b}{r^2} = \frac{A \cdot (1-\nu)}{E} + \frac{B \cdot (1+\nu)}{E \cdot r^2}$ $\epsilon_r = a - \frac{b}{r^2} = \frac{A \cdot (1-\nu)}{E} - \frac{B \cdot (1+\nu)}{E \cdot r^2}$ $\epsilon_x = \frac{-\nu}{E} \cdot (\sigma_\theta + \sigma_r) = \frac{-2 \cdot \nu \cdot A}{E} = \frac{-2 \cdot \nu}{E} \cdot \left(\frac{\chi^2 \cdot p_i - p_a}{1 - \chi^2} \right)$
Anmerkungen	Wenn z.B. ein Ring auf ein Vollzylinder aufgeschraubt wird, so wird die Dehnung in Tangential-Richtung vorliegen. Das heisst, der 'Radiusverlust' wird in Tangential-Dehnung umgewandelt.

H.2.1.1 Freie Längsdehnung mit Längslast

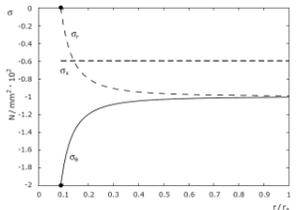
Geschlossene Druckbehälter mit axialer Belastung erfahren die Druckbelastung natürlich nicht nur in radialer sondern auch in Längsrichtung.	
Axialspannung	$\sigma_x = \frac{\chi^2 \cdot p_i - p_a}{1 - \chi^2} = C$
Radial-, Tangentialspannung	$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(a \cdot (1+\nu) + \frac{b}{r^2} (1-\nu) \right) + \frac{\nu \cdot C}{1-\nu}$ $= A + \frac{B}{r^2} + \frac{\nu \cdot C}{1-\nu}$

	$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(a \cdot (1+\nu) - \frac{b}{r^2} (1-\nu) \right) + \frac{\nu \cdot C}{1-\nu}$ $= A - \frac{B}{r^2} + \frac{\nu \cdot C}{1-\nu}$
Dehnungen (allgemein)	Allgemeines Hook'sches Stoffgesetz
H.2.2 Behinderte Längsdehnung	
	$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu-2\nu^2} \left[a + \frac{b}{r^2} (1-\nu) \right] = \tilde{A} + \frac{\tilde{B}}{r^2}$ $\sigma_r = \frac{E}{1-\nu-2\nu^2} \left[a - \frac{b}{r^2} (1-\nu) \right] = \tilde{A} - \frac{\tilde{B}}{r^2}$
Randbedingungen	$\tilde{A} = \frac{\chi^2 \cdot p_i - p_a}{1 - \chi^2} \quad \tilde{B} = (p_i - p_a) \cdot \frac{r_a^2 \cdot \chi^2}{1 - \chi^2}$ $a = \frac{(1-\nu-2\nu^2)}{E} \cdot \frac{(\chi^2 \cdot p_i - p_a)}{1 - \chi^2}$ $b = \frac{(1-\nu-2\nu^2)}{E} \cdot (p_i - p_a) \cdot \frac{r_a^2 \cdot \chi^2}{1 - \chi^2}$
Spannungen	Tangential- und Radialspannung wie bei freier Längsdehnung $\sigma_x = \nu (\sigma_\theta + \sigma_r) = 2\nu \cdot \frac{\chi^2 \cdot p_i - p_a}{1 - \chi^2}$
Dehnungen	$\epsilon_\theta = a + \frac{b}{r^2} = \frac{A \cdot (1-\nu)}{E} + \frac{B \cdot (1+\nu)}{E \cdot r^2}$ $\epsilon_r = a - \frac{b}{r^2} = \frac{A \cdot (1-\nu)}{E} - \frac{B \cdot (1+\nu)}{E \cdot r^2}$ $\epsilon_x = 0$

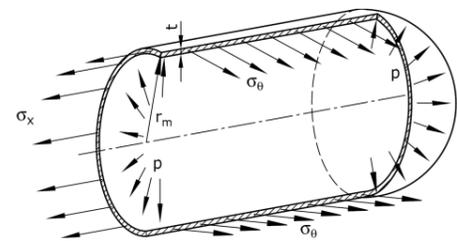
H.2.3 Vergleichsspannung

Hauptspannungen	$\sigma_x, \sigma_\theta, \sigma_r$ sind Hauptspannungen
Vergleichsspannung	$\sigma_v = \sigma_\theta - \sigma_r$ maximal bei $r = r_i$
Grafische Interpretation	

H.2.4 Spezialfälle

vernachlässigbarer Aussendruck	Falls der Aussendruck wesentlich grösser als der Innendruck ist, so kann $p_a=0$ gesetzt werden.
sehr hoher Innendruck	$\sigma_\theta = -p_a$ $\sigma_r = p_i$ $\sigma_x \approx 0$ $\sigma_v = 2p_i$
Zylinder unter Aussendruck	 $\sigma_\theta = -p_a \frac{1}{1-\chi^2} \left[1 + \frac{\chi^2}{\left(\frac{r}{r_a}\right)^2} \right]$ $\sigma_r = -p_a \frac{1}{1-\chi^2} \left[1 - \frac{\chi^2}{\left(\frac{r}{r_a}\right)^2} \right]$
Vollwelle unter Aussendruck	$\sigma_\theta = \sigma_r = A = \frac{-p_a}{1-\chi^2} = -p_a$

H.3 Dünnwandige Zylinder



- Rohrleitungen, Kessel mit Innen- und Aussendruck
- Langer Zylinder unter Innendruck
- $t \ll r_m$
- $\Delta p = p_{innen} - p_{ausen}$
- r_m = Mittlerer Radius

Tangentialspannung	$\sigma_\theta = \frac{(p_i - p_a) \cdot r_m}{t}$ (Kesselformel)
Axialspannung	$\sigma_x = \frac{\sigma_\theta}{2} = \frac{(p_i - p_a) \cdot r_m}{2t}$
Radialspannung	$\sigma_r \approx 0$
Schubspannung	$\tau_{max} = \frac{\sigma_\theta}{4}$ $\tau_{max,max} = \frac{\sigma_\theta}{2}$
Weiteres	$2 \cdot \sigma_\theta \cdot t \cdot l = 2 \cdot p \cdot r_m \cdot l$ $2 \cdot \pi \cdot r_m \cdot t \cdot \sigma_x = r_m^2 \cdot \pi \cdot p$

H.4 Rotierende Zylinder (rot.-sym.)

H.4.1 Allgemein

Dehnung	$\epsilon_\theta = a + \frac{b}{r} - r^2 \cdot \frac{\rho \cdot \omega^2}{8} \cdot \frac{1-\nu^2}{E}$ $\epsilon_r = a - \frac{b}{r} - 3 \cdot r^2 \cdot \frac{\rho \cdot \omega^2}{8} \cdot \frac{1-\nu^2}{E}$
---------	--

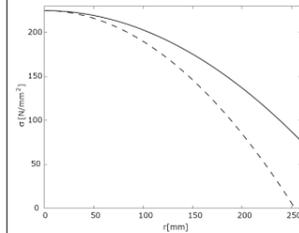
Spannungen

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \left[a(1+\nu) + \frac{b}{r^2}(1-\nu) \right] - r^2 \frac{\rho \cdot \omega^2}{8} (1+3\nu)$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left[a(1+\nu) - \frac{b}{r^2}(1-\nu) \right] - r^2 \frac{\rho \cdot \omega^2}{8} (3+\nu)$$

H.4.2 Schwunzscheibe ohne Bohrung

Spannungen

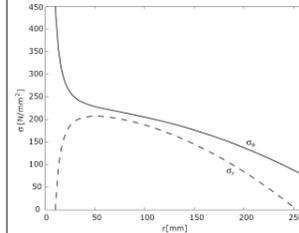


$$\sigma_\theta = \frac{\rho \cdot \omega^2}{8} \left[(3+\nu) \cdot r_a^2 - (1+3\nu) \cdot r^2 \right]$$

$$\sigma_r = \frac{\rho \cdot \omega^2}{8} \left[(3+\nu) \cdot (r_a^2 - r^2) \right]$$

H.4.3 Schwunzscheibe mit Bohrung

Spannungen



$$\sigma_\theta = \frac{\rho \cdot \omega^2}{8} \left[(3+\nu) \cdot \left(r_i^2 + r_a^2 - \frac{r_i^2 \cdot r_a^2}{r^2} \right) - (1+3\nu) \cdot r^2 \right]$$

$$\sigma_r = \frac{\rho \cdot \omega^2}{8} (3+\nu) \cdot \left[r_i^2 + r_a^2 - \frac{r_i^2 \cdot r_a^2}{r^2} - r^2 \right]$$

Beispiel Kettenrad

I.1 Schraubenqualität

I.1.1 Allgemein

Auf dem Schraubenkopf befinden sich immer zwei Zahlen, aus denen sich die Qualität der Schraube ablesen lässt.
 Die erste Zahl ist die Bruchgrenze. Diese muss mit 100 Mpa multipliziert werden.
 Um die Fließgrenze zu erhalten wird die Streckgrenze mit der zweiten Zahl, die in 10% Schritten angegeben ist multipliziert.
 Zuletzt wird noch ein Sicherheitsfaktor von 1,5 verrechnet.

I.1.2 Beispiel Schraubenqualität 5,6

Streckgrenze	$\sigma_b = 500 \frac{N}{mm^2} = 500 \text{ Mpa}$
Fließgrenze	$\sigma_F = 0,6 \cdot 500 \text{ Mpa} = 300 \text{ Mpa}$
Zulässige Spannung	$\sigma_{zul} = \frac{300}{1,5} \text{ Mpa} = 200 \text{ Mpa}$

I.2 Aufgabenstellung

- Für ein Kettenrad, das ein Torsionsmoment $M_t = 60'000 \text{ Nm}$ übertragen muss, wurden zwei Konstruktionsvarianten entworfen (siehe Abbildungen).
- Das Torsionsmoment M_t wird in beiden Varianten vom Rad Pos.1 (Materialwahl: GS-52) mit Hilfe der Schrauben Pos.2 an den Kranz Pos.3 (Materialwahl: 16MnCr5) weitergeleitet und von dort an die Ketten Pos.4 abgeleitet.
- Die Schrauben sind in beiden Fällen aus der Qualität 5.6 vorgesehen.
- Dimensionieren Sie die Schrauben für die Fälle gemäss Variante a und Variante b

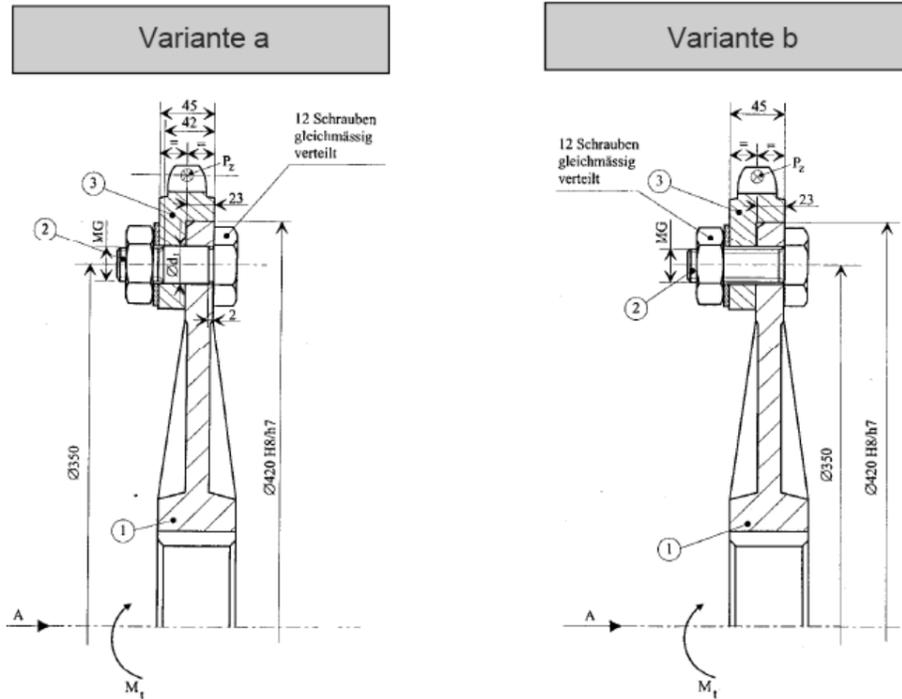
Auswahl von Einsatzstählen DIN 17210

Bezeichnung	Streckgrenze (nach Härtung im Kern, $\varnothing 30\text{mm}$)	Zugfestigkeit	Verwendungszweck
C10	295	490-640	Teile geringer Belastung Hebel, Zapfen
16MnCr5	440	780-1080	Teile hoher Belastung $\varnothing < 50$ Kolbenbolzen, Zahnräder, Spindeln
17CrNiMo6	785	1080-1320	Teile höchster Belastung Tellerräder

Auswahl von Stahlguss

Bezeichnung	Streckgrenze	Zugfestigkeit	Verwendung
GS-52 (GS 355)	260	520	Teile mittlerer bis hoher Beanspruchung, Ventilgehäuse, Radsterne, Bremsstrommel, Bolzen, Kettenräder
G-X8CrNi12	355	540-690	Verwendung bis 500°C (warmfest), hochwarmfeste Pumpengehäuse, Ventile, Heissdampfarmaturen, Pumpen
G-X6CrNiMo 18 10	185	440-640	Korrosions- und säurebeständige Teile, Pumpen für Säuren, Nahrungsmittelindustrie

MG	$\varnothing d_1$	Preis der Schraube + Scheibe + Mutter + Bohrung der Löcher in SFr.	
		Variante a Parsschrauben DIN 609	Variante b Sechskantschrauben DIN 558
M 12	13	3	1.50
M 16	17	4	2
M 20	21	5	2.80
M 24	25	6	3.50
M 30	32	8	4.25
M 36	39	10	5
M 42	45	12.50	7
M 48	50	15	9



I.3 Lösung

$$M_t = F_M \frac{d_f}{2} \cdot z \quad F_M = \frac{2 \cdot M}{d_f \cdot z} = 28,6 \text{ kN}$$

I.3.1 Variante A

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\sigma_{xy}^2}, \sigma_x \neq 0$$

$$\sigma_v = \sqrt{3} \cdot \sigma_{xy} \quad d_s = \frac{\sqrt{3} \cdot 4 \cdot S_F \cdot T_M}{\pi \cdot \sigma_{zul}}$$

$$\sigma_v = \frac{\sigma_{zul}}{S_F} \quad d_s = 17,7 \text{ mm} \rightarrow \text{Schraube M20}$$

Dicke des "Zahnrad"-Kranzes: $s_k = 45 - 23 - 2 = 19 \text{ mm}$
 Dicke des Rads: $s_R = 23 - 2 = 21 \text{ mm}$

Kranz: $R_c = 440 \frac{N}{mm^2}, S_F = 1,5, \sigma_{zul}^k = 293 \frac{N}{mm^2}$
 Rad: $R_c = 260 \frac{N}{mm^2}, S_F = 1,5, \sigma_{zul}^R = 173 \frac{N}{mm^2}$

$$\sigma_z^k = \frac{F_M}{d_1 s_k} = \sigma_{zul}^k \rightarrow d_1 = 5,13 \text{ mm}$$

$$\sigma_z^R = \frac{F_M}{d_1 s_R} = \sigma_{zul}^R \rightarrow d_1 = 7,86 \text{ mm}$$

I.3.2 Variante B

$$F_R = \mu_0 \cdot F_V \quad F_V = \text{Vorspannkraft} = 2,86 \cdot 10^5 \text{ N}$$

$$F_R = F_M \quad \frac{F_V}{A_S} = \sigma_{zul} = 200 \frac{N}{mm^2} \rightarrow d_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,98 \cdot 10^3}{\pi}} = 42,6 \text{ mm}$$

$$F_V = \frac{F_M}{\mu_0}$$

(1,5) - weiterer Sicherheitsfaktor $\Rightarrow M42$

Somit betragen die Kosten:

Für Variante A – $M20 \cdot 12 \text{ Exemplare} = 5 \text{ CHF} \cdot 12 = 60 \text{ CHF}$
 Für Variante B – $M42 \cdot 12 \text{ Exemplare} = 7 \text{ CHF} \cdot 12 = 84 \text{ CHF}$