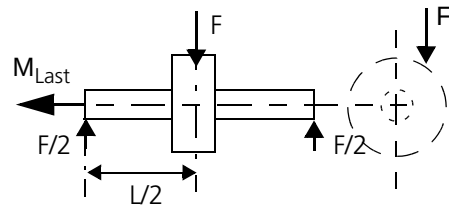


Name	
Vorname	
Legi-Nr.	

Zusatzübung 1: Passfederverbindung

Voraussetzungen

- Flächenpressung zwischen Bauteilen
- Ermüdungsfestigkeit
- Welle-Nabe-Verbindung



Problemstellung

Eine Nabe aus GJL250 (GG-25) soll auf eine Welle aus 42 CrMo 4 mittels Paßfederverbindung formschlüssig verbunden werden.

Das Torsionsmoment, das übertragen werden muss, beträgt $M_{Last}=2\,000\text{ Nm}$. Der Betriebsfaktor ist $c_B=1.25$ (Antrieb gleichförmig, Abtrieb mäßige Stöße). Der Durchmesser der Welle beträgt $d=50\text{ mm}$. Auf die Nabe wirkt eine im Raum feststehende Kraft $F=3000\text{ N}$, durch die die Welle dynamisch auf Biegung beansprucht wird. Die Nabe befindet sich in der Mitte der Welle, welche in einem Abstand von $L=400\text{ mm}$ gelagert ist.

Legen Sie die Paßfederverbindung aus und überprüfen Sie die Dauerfestigkeit der Welle unter der wechselnden Biegung und der schwelenden Torsion.

Randbedingungen:

Gemäß DIN 6885 wird entsprechend dem Wellendurchmesser eine Paßfeder des Querschnitts $b \times h=16 \times 10\text{ mm}$ gewählt.

- $b_0 = 0,86$
- $b_S = 0,9$
- $S_D = 2$

Welle: 42 CrMo 4

- $R_e = 900\text{ MPa}$
- $\sigma_{bW} = 500\text{ N/mm}^2$
- $\tau_{Sch} = 300\text{ N/mm}$

Nabe: GJL250

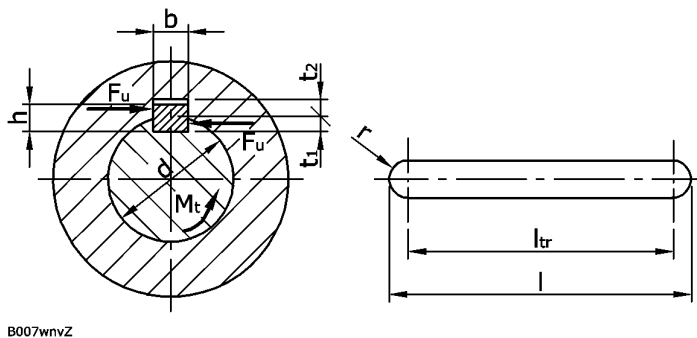
- $R_M = 250\text{ MPa}$

Lösung

Berechnung des Auslegungsdrehmomentes

Die Arbeitsweise der Maschine führt zu einem Betriebsfaktor von $c_B = 1.25$. Dies führt zu einem Auslegungsdrehmoment von

$$M_t = c_B \cdot M_{\text{Last}} = 1.25 \cdot 2000 = 2500 \text{ Nm} \quad (1)$$



Der Querschnitt der Passfeder ist gemäss DIN 6885 passend zum Wellendurchmesser vorgegeben. Zu bestimmen ist die Länge der Passfeder, sodass das Lastmoment übertragen werden kann, ohne dass die Flächenpressungen an Welle, Nabe und Passfeder sowie die Schubspannung in der Passfeder die zulässigen Werte überschreiten. Bei duktilem Material wird auf Fließen dimensioniert, bei sprödem Material (Grauguß) auf Bruch.

Die kritische Stelle ist meist die Nabe. Bei Verwendung genormter Passfedern zu genormten Wellendurchmessern braucht der Festigkeitsnachweis auf Schubspannungen für die Passfeder nicht geführt zu werden.

Die zulässigen Flächenpressungen sind:

Welle:

$$p_{\text{zulW}} = \frac{f_s \cdot R_e}{S_F} = \frac{1.2 \cdot 900 \text{ MPa}}{1.9} = 568 \text{ MPa} \quad (2)$$

Nabe:

$$p_{\text{zulN}} = \frac{f_s \cdot R_m}{S_B} = \frac{2.0 \cdot 250 \text{ MPa}}{2.2} = 227 \text{ MPa} \quad (3)$$

Das mit der Flächenpressung an der Nabe übertragbare Drehmoment ist

$$M_t = \frac{p_{\text{zul}} \cdot d \cdot l_{\text{tr}} \cdot (h - t_1) \cdot i \cdot \varphi}{2} \quad (4)$$

Daraus kann die erforderliche tragende Länge der Paßfeder bezüglich der Nabe berechnet werden. Bei Verwendung einer Paßfeder ($i=1$, $\varphi=1$) ergibt sich eine erforderliche tragende Länge von

$$l_{trN1} = \frac{2M_t}{\rho_{zulN} \cdot d \cdot (h - t_1) \cdot i \cdot \varphi} = \frac{2 \cdot 2500}{227 \cdot 50 \cdot (10 - 6) \cdot 1 \cdot 1} \cdot \frac{1000 \text{ Nmm}}{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \text{mm}^2} = 110 \text{ mm} \quad (5)$$

Limite: Maximale tragende Passfederlänge

$$l_{tr} \leq 1.5 \cdot d = 1.5 \cdot 50 \text{ mm} = 75 \text{ mm} \quad (6)$$

Der diese Länge überschreitende Anteil trägt ungenügend mit, der andere Teil würde überlastet. Somit ist zu prüfen, ob das Moment mit 2 Passfedern zu übertragen ist. Bei zwei Paßfedern $i=2$ ist der Traganteil $\varphi=0,75$ und es ergibt sich eine erforderliche tragende Länge von je

$$l_{trN2} = \frac{l_{trN1}}{2 \cdot 0.75} = \frac{110 \text{ mm}}{1.5} = 73 \text{ mm} \quad (7)$$

Der Vergleich von Gl. (2) und (3) zeigt, dass das Kriterium für die Welle auf eine viel kürzere Passfederlänge (40%) führen würde. Analoges gilt für die Passfeder selber

Dauerfestigkeit der Welle

Lastfall Biegung und Torsion, grösste Beanspruchung im Kerbgrund der Passfedernut.

Biegemoment in Wellenmitte:

$$M_b = \frac{F}{2} \cdot \frac{L}{2} = 0.25 \cdot 3000 \text{ N} \cdot 400 \text{ mm} = 300 \text{ Nm} \quad (8)$$

Nennspannungen:

Biegespannung (Ausschlag, $\sigma_m = 0$):

$$\sigma_{ba} = \frac{M_b}{W} = \frac{M_b}{\frac{\pi \cdot d^3}{32}} = \frac{300000 \text{ Nmm}}{\frac{\pi \cdot 50^3}{32} \text{ mm}^3} = 24.45 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (9)$$

Torsionsschubspannung, Schwellspannung

$$\tau_{tSch} = \frac{M_{Last}}{W_P} = \frac{M_{Last}}{\frac{\pi \cdot d^3}{16}} = \frac{2 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{\frac{\pi \cdot 50^3}{16} \text{ mm}^3} = 81.49 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (10)$$

Torsionsschubspannung, Mittelspannung und Spannungsausgleich:

$$\tau_{tm} = \frac{\tau_{tSch}}{2} = \frac{81.49}{2} = 40.7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \tau_{ta} \quad (11)$$

Anstrengungsverhältnis ungekerbt:

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_{bW}}{\sqrt{3} \cdot \tau_{tSch}} = \frac{24.45}{\sqrt{3} \cdot 81.49} = 0.173 \quad (12)$$

Kerbwirkungszahlen für Bezugsdurchmesser $d_{BK}=40 \text{ mm}$ [DIN743], $R_m=\sigma_B=1100 \text{ N/mm}^2$, für $\frac{\tau_{tm}}{\sigma_{ba}} = 0.5$, eine Passfeder:

$$\beta_{\sigma}(d_{BK}) = \beta_{kb} = 3.1 \quad \beta_{\tau}(d_{BK}) = \beta_{kt} = 1.9 \quad (13)$$

Kerbwirkungszahlen für Bezugsdurchmesser $d=50 \text{ mm}$:

$$\beta_{\sigma}(d) = \beta_{\sigma}(d_{BK}) \cdot \frac{K_3(d_{BK})}{K_3(d)} = 3.1 \cdot \frac{0.945}{0.938} = 3.12 \quad (14)$$

mit

$$K_3(40\text{mm}) = 1 - 0.2 \cdot \log \beta_{\sigma}(d_{BK}) \cdot \frac{\log\left(\frac{d}{7.5\text{mm}}\right)}{\log 20} = 1 - 0.2 \cdot \log 3.1 \cdot \frac{\log\left(\frac{40\text{mm}}{7.5\text{mm}}\right)}{\log 20} = 0.945 \quad (15)$$

$$K_3(50\text{mm}) = 1 - 0.2 \cdot \log \beta_{\sigma}(d_{BK}) \cdot \frac{\log\left(\frac{d}{7.5\text{mm}}\right)}{\log 20} = 1 - 0.2 \cdot \log 3.1 \cdot \frac{\log\left(\frac{50\text{mm}}{7.5\text{mm}}\right)}{\log 20} = 0.938 \quad (16)$$

$$\beta_{\tau}(d) = \beta_{\tau}(d_{BK}) \cdot \frac{K_3(d_{BK})}{K_3(d)} = 1.9 \cdot \frac{0.969}{0.965} = 1.91 \quad (17)$$

$$K_3(40\text{mm}) = 1 - 0.2 \cdot \log \beta_{\tau}(d_{BK}) \cdot \frac{\log\left(\frac{d}{7.5\text{mm}}\right)}{\log 20} = 1 - 0.2 \cdot \log 1.9 \cdot \frac{\log\left(\frac{40\text{mm}}{7.5\text{mm}}\right)}{\log 20} = 0.969 \quad (18)$$

$$K_3(50\text{mm}) = 1 - 0.2 \cdot \log \beta_{\tau}(d_{BK}) \cdot \frac{\log\left(\frac{d}{7.5\text{mm}}\right)}{\log 20} = 1 - 0.2 \cdot \log 1.9 \cdot \frac{\log\left(\frac{50\text{mm}}{7.5\text{mm}}\right)}{\log 20} = 0.965 \quad (19)$$

Kerbwirkungszahlen $d=50\text{mm}$ und 2 Passfedern:

$$\beta_{\sigma}(d) = 1.15 \cdot 3.12 = 3.59 \quad \beta_{\tau}(d) = 1.15 \cdot 1.91 = 2.20 \quad (20)$$

$$(21)$$

Überprüfung:

$$\frac{\tau_{tm}}{\sigma_{ba}} = \frac{40.7}{24.5} = 1.66 > 0.5 \quad (22)$$

für grössere Werte sinken die Kerbwirkungszahlen, wir sind auf der sicheren Seite.

Anstrengungsverhältnis gekerbt:

$$\alpha_{0k} = \alpha_0 \cdot \frac{\beta_{kt}}{\beta_{kb}} = 0.173 \cdot \frac{2.20}{3.59} = 0.106 \quad (23)$$

Vergleichsspannung, Spannungsausschlag:

$$\sigma_{va} = \sqrt{\sigma_b^2 + 3(\alpha_{0k} \tau_t)^2} = \sqrt{24.5^2 + 3(0.106 \cdot 40.7)^2} = 25.6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (24)$$

Vergleichsspannung, Mittelspannung:

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_b^2 + 3(\alpha_{0k} \tau_t)^2} = \sqrt{3(0.106 \cdot 40.7)^2} = 12.9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (25)$$

Kerbwechselfestigkeit:

$$\sigma_{Wk} = b_0 \cdot b_s \cdot \frac{1}{\beta_{kb}} \cdot \sigma_W = 0.86 \cdot 0.9 \cdot \frac{1}{3.59} \cdot 500 = 108 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (26)$$

