

Dimensionieren 2

Prof. Dr. K. Wegener

Name	
Vorname	
Legi-Nr.	

Übung 4: Lagerdeckel

Voraussetzungen

- Schraubenverbindung
- Wechselfestigkeit

Problemstellung

Kurbelwellen dienen in Kolbenmaschinen (Motoren, Pumpen) zur Umsetzung von Kolbenkräften in Drehmomente und umgekehrt. Ein Entwurf einer Verschraubung soll dimensioniert bzw. nachgerechnet werden.

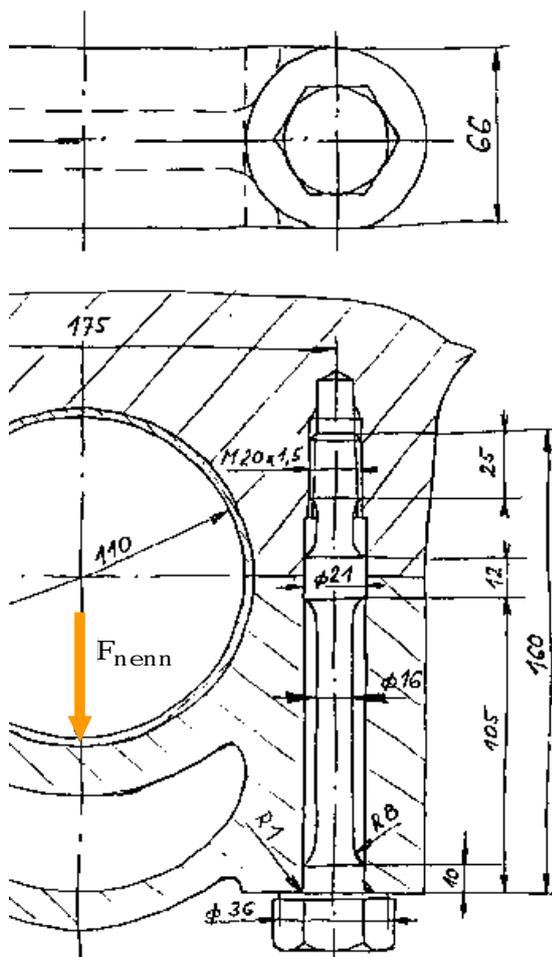


Abb. 1 Bild (B718schz) Lagerdeckel-Verschraubung eines Kurbelwellenlagers

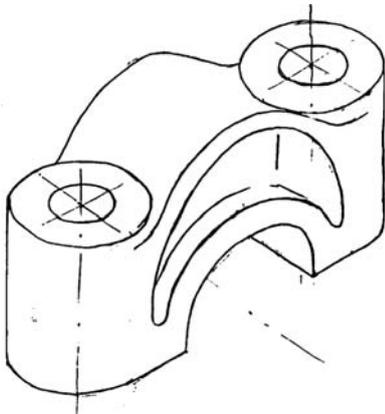
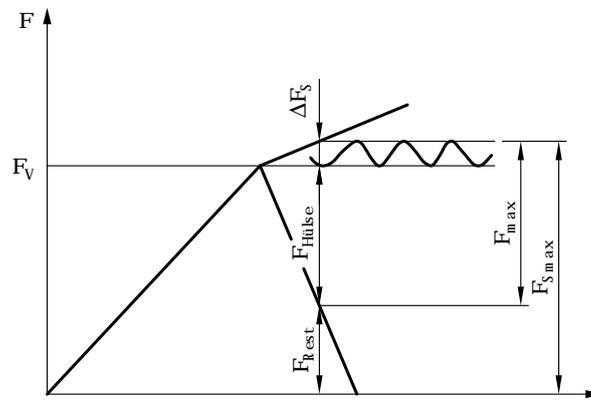


Abb. 2 (B719schz) Lagerdeckel



(B720schz) Rötscher Diagramm für Schraubenberechnung

Belastungsfall: Auf die Lager-Bohrung wirkt eine zyklische, sinusförmige Betriebslast von $F_{\text{nenn}}=0/+100\,000\text{N}$; mit einzelnen Belastungsspitzen von 25% Überhöhung muss gerechnet werden.

$$F_{\text{max}} = c_B F_{\text{nenn}} = 1.25 \cdot 100'000\text{N} = 125'000\text{N} \quad (1)$$

Erwünschte Restkraft: $F_{\text{rest}}=40\%$ von F_{max}

Anzahl Schrauben: $z=2$

Material:

Gehäuse und Deckel: GGG42, $E=1.7 \cdot 10^5\text{N/mm}^2$

Schraube: 42CrMo4, $E=2.1 \cdot 10^5\text{N/mm}^2$

Kritische Bauteile: Als kritisches, zu dimensionierendes Bauteil wird die Schraube, bzw. die Verschraubung als Gesamteinheit, selektioniert. Im Folgenden soll eine Überschlagsrechnung dieser Verschraubung durchgeführt werden.

Es soll:

- überprüft werden, inwiefern der angenommene Schraubendurchmesser der vorhandenen Belastung genügt
- die notwendige Vorspannkraft der Schraube bestimmt werden, so dass auch unter Betriebskraft eine verbleibende Restkraft F_{rest} von 40% in der Verbindung verbleibt
- der Anteil der Betriebslast $F_{\text{dyn schraube}}$, welcher die Schraube übernimmt (für spätere Dauerfestigkeitsberechnung notwendig), bestimmt werden
- das notwendige Anzugsmoment berechnet werden

Zur Veranschaulichung der Kräfte im Rötscher- Diagramm und als Leitfaden für die Berechnung s. Abb. 2 rechts.

Lösungsweg

Überschlägige Dimensionierung der Schraube

Annahme:

- Die zwei Schrauben gleichmässig tragen
- Torsion in der Schraube vorerst vernachlässigt

$$F_{Smax} = \frac{F_{max} + F_{Rest}}{2} = \frac{F_{max} + 0.4 \cdot F_{max}}{2} \quad (2)$$

$$= \frac{1.4 \cdot 125'000}{2} = 87.5kN$$

Die maximale Normalspannung tritt im kleinsten Querschnitt ($\varnothing 16$) auf.

$$\sigma_x = \frac{F_{Smax}}{d_{Schaft}^2 \frac{\pi}{4}} = \frac{87'500N}{16^2 mm^2 \frac{\pi}{4}} = 435N/mm^2 \quad (3)$$

SNV Normenauszug, Tab 179/1: Schrauben aus 42CrMo4+QT haben Festigkeitsklasse 10.9 ,

dh. $R_m = 1000 \text{ MPa}$; $R_{p0.2} = 900 \text{ MPa}$

σ_V : Vergleichsspannung, Näherung $\sigma_V = \sigma_x$

$$S_F = \frac{R_{p0.2}}{\sigma_x} = \frac{900}{435} = 2.07 \quad (4)$$

Erste überschlägige Dimensionierung erfüllt.

Elastische Nachgiebigkeit der Schraube

Im Folgenden soll das Röscher- Diagramm hergeleitet werden. In einem ersten Schritt wird die Schraube als in Serie geschaltete Feder angenommen. Gemäss Dubbel (G40) werden die verschiedenen Abschnitte der Schraube als Zylinder modelliert:

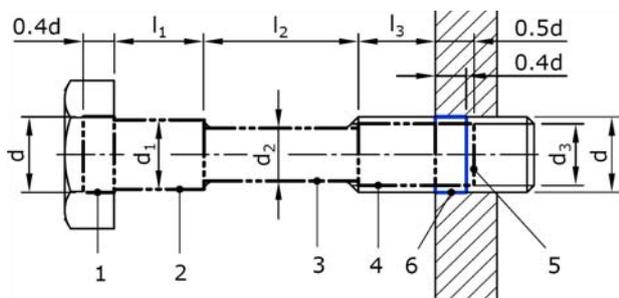


Abb. 3 (B744schz) Modellierung einer allgemeinen Schraube

Bereich der Nachgiebigkeit	Durchmesser der Modellierung	Länge der Modellierung
Im Schraubenkopf	Gewindedurchmesser d	$0.4 \cdot d$
Schaft 1	Schaftdurchmesser d_1	Schaftlänge l_1
Schaft 2	Schaftdurchmesser $d_2=d_T$	Schaftlänge l_2
Nicht eingeschraubte Gewinde	Gewinde Kerndurchmesser d_3	Freie Gewindelänge l_3
Eingeschraubtes Gewinde	Gewinde Kerndurchmesser d_3	$0.5 \cdot d$
Nachgiebigkeit des Muttergewindes	Gewinde Nenndurchmesser d	$0.4 \cdot d$

Abb. 4 T(001schz) Modellierung einer allgemeinen Schraube (d2 bezeichnet sonst den Gewindeflankendurchmesser)

Für unseren Fall wird dies:

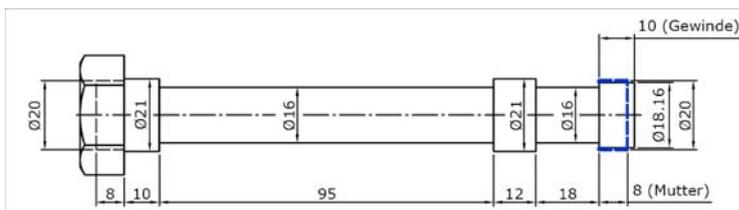


Abb. 5 Bild (B722schz) Lagerdeckel -Schraube als Zylinder modelliert

Die Federsteifigkeit eines zylindrischen Körpers berechnet sich als:

$$f = \epsilon l_0 = \frac{\sigma}{E} l_0 = \frac{F l_0}{A E}; \quad c_i = \frac{F_i}{f_i} = \frac{A_i E}{l_{0i}} \quad (5)$$

$$A_i = d_i^2 \frac{\pi}{4} \quad (6)$$

Dies ergibt für unsere Problemstellung:

$$c_1 = \frac{20^2 \cdot \pi / 4 \cdot 2.1 \cdot 10^5}{0.4 \cdot 20} = 8.24 \cdot 10^6 \text{ N/mm} \quad (7)$$

$$c_2 = \frac{21^2 \cdot \pi/4 \cdot 2.1 \cdot 10^5}{10} = 7.27 \cdot 10^6 \text{N/mm} \quad (8)$$

$$c_3 = \frac{16^2 \cdot \pi/4 \cdot 2.1 \cdot 10^5}{95} = 4.44 \cdot 10^5 \text{N/mm} \quad (9)$$

$$c_4 = \frac{21^2 \cdot \pi/4 \cdot 2.1 \cdot 10^5}{12} = 6.06 \cdot 10^6 \text{N/mm} \quad (10)$$

$$c_5 = \frac{16^2 \cdot \pi/4 \cdot 2.1 \cdot 10^5}{18} = 2.34 \cdot 10^6 \text{N/mm} \quad (11)$$

$$c_6 = \frac{18 \cdot 16^2 \cdot \pi/4 \cdot 2.1 \cdot 10^5}{0.5 \cdot 20} = 5.44 \cdot 10^6 \text{N/mm}$$

$$c_7 = \frac{20^2 \cdot \pi/4 \cdot 2.1 \cdot 10^5}{0.4 \cdot 20} = 8.24 \cdot 10^6 \text{N/mm} \quad (12)$$

Die Federn sind in Serie geschaltet:

$$\frac{1}{c_s} = \sum_i \frac{1}{c_i} = 3.4 \cdot 10^{-6} \text{mm/N} \quad (13)$$

Wir erhalten für die Schraube gesamthaft:

$$c_s = 2.9410^5 \text{N/mm} \quad (14)$$

Elastische Nachgiebigkeit der Hülse

Für die Bestimmung der Entlastungs- und Belastungszone von Deckel und Gehäuse muss die Krafteinleitungsstelle abgeschätzt werden.

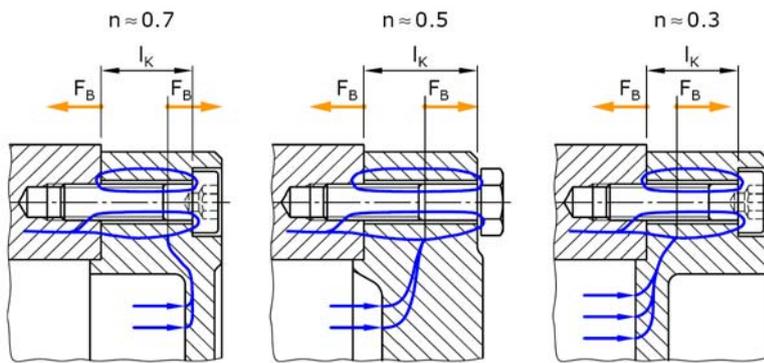


Abb. 6 (B026schZ) Kraftflussbeispiele vgl. Skript

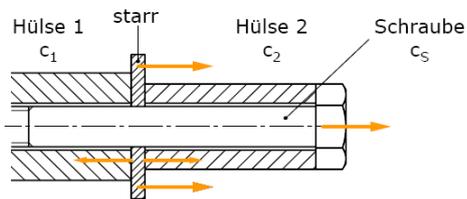


Abb. 7 Bild (B723schz) Allgemeine Schraube mit Trennebene als starre Scheibe

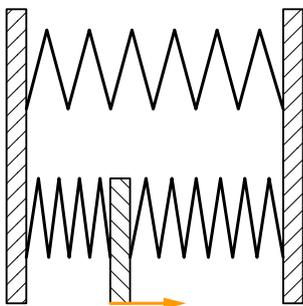


Abb. 8 Bild (B724schz) Federmodell

Die Trennebene wird als starre Scheibe modelliert.

Die Kraft wird bei der Schraubenaufgabe in den Deckelteil eingeleitet und breitet sich dort analog eines Kegels aus und schliesst sich beim Gewindeübergang bzw. in der Mutter wieder. Diese komplexen Kraftfluss-Verhältnisse vereinfacht man durch die Einführung eines Ersatzzylinders und axialen Kräfteverlauf.

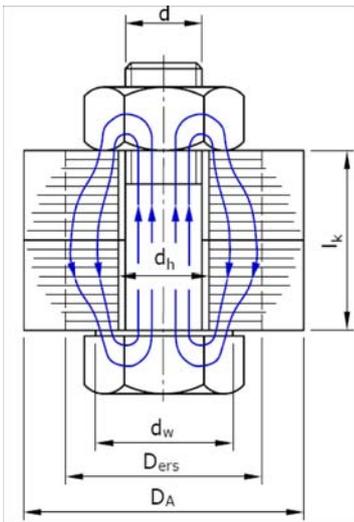


Abb. 9 Bild (B725schz) Kraftfluss in einer allgemeinen Verschraubung

Bestimmung des Ersatzhülsen-Durchmessers

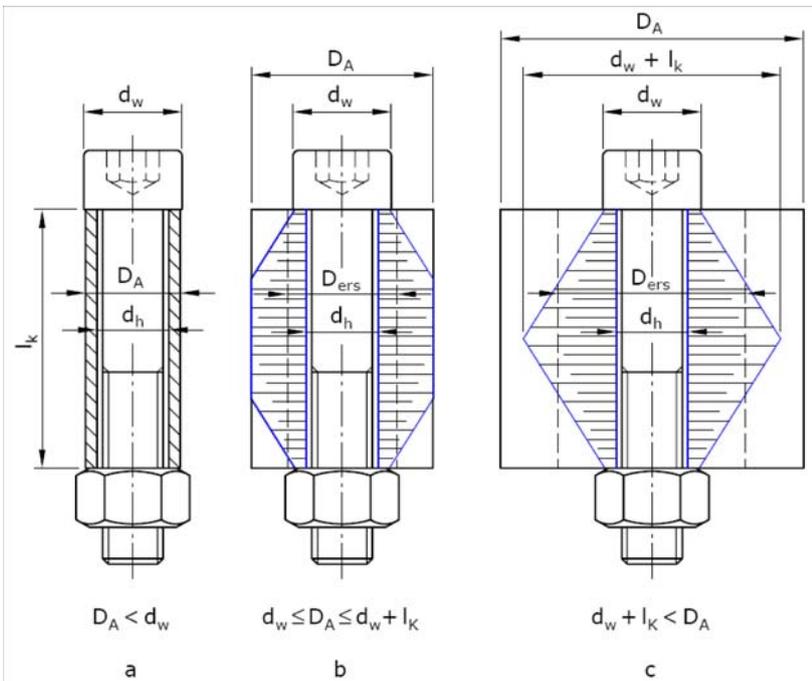


Abb. 10 (B020schz) Verschiedene Fälle einer Verschraubung

Mit:

$$a \quad A_{\text{ers}} = \frac{\pi}{4} (D_A^2 - d_h^2) \quad (15)$$

$$b \quad A_{\text{ers}} = \frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_h^2) + \frac{\pi}{8} \cdot d_w (D_A - d_w) \left[\left(\sqrt[3]{\frac{l_k d_w}{D_A^2} + 1} \right)^2 - 1 \right] \quad (16)$$

$$c \quad A_{\text{ers}} = \frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_h^2) + \frac{\pi}{8} \cdot d_w l_k \left[\left(\sqrt[3]{\frac{l_k d_w}{(l_k + d_w)^2} + 1} \right)^2 - 1 \right] \quad (17)$$

Um eine Analogie zu dieser Darstellung zu finden, erkennen wir, dass bei der starren Kräfteinleitung eine Symmetrie-Ebene existiert. Um l_k , wie in dieser Darstellung eingeführt zu bestimmen, müssen wir unsere Längen für die Ersatzhülsendurchmesser verdoppeln.

Bestimmung der Entlastungs- und Belastungszonen in unserem Beispiel:

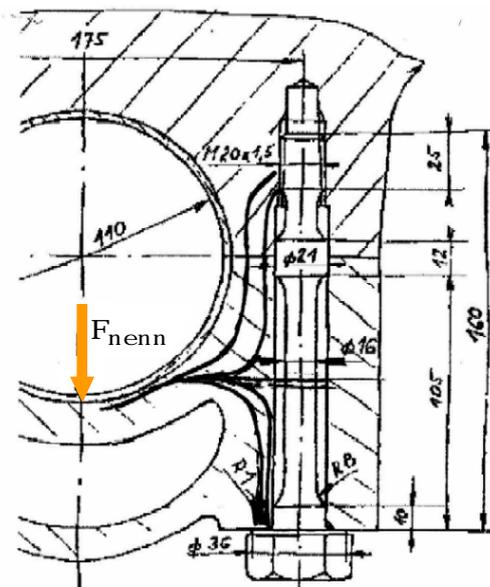
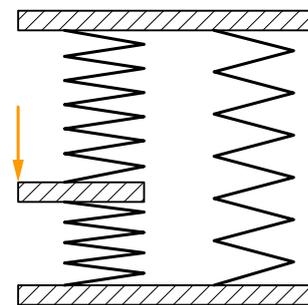


Abb. 11 Bild (B726schz) Kraftfluss im Lagerdeckel



(B727schz) Federmodell für Lagerdeckel

Wir machen für unseren Fall die folgenden Annahmen für die zwei Hülsen :

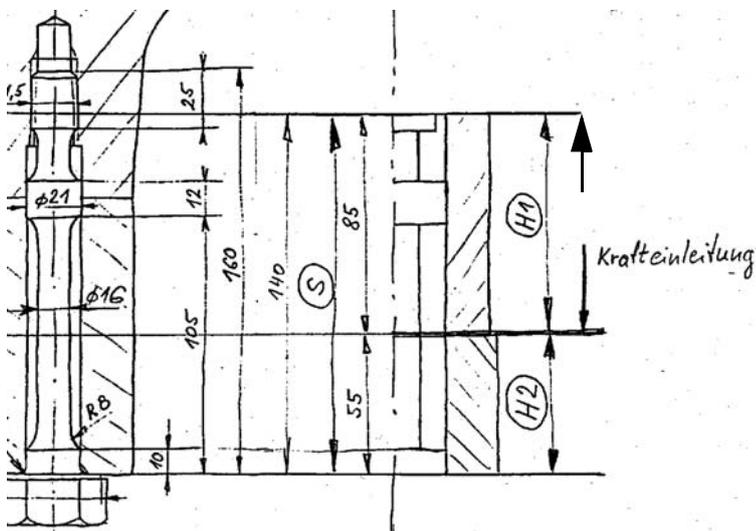


Abb. 12 (B728schz) Dimensionen der Ersatzhülsen

Es liegt der Fall b) vor.

- $D_A = 66 \text{ mm}$
- $d_w = 36 \text{ mm}$
- $d_h = 21 \text{ mm}$
- $l_K = 140 \text{ mm}$

eingesetzt in die obige Beziehung (16) für die Ersatzhülsenflächen erhalten wir:

$$A_{\text{ers}} = \frac{\pi}{4} \cdot (36^2 - 21^2) + \frac{\pi}{8} \cdot 36(66 - 36) \left[\left(\sqrt[3]{\frac{140 \cdot 36}{66^2} + 1} \right)^2 - 1 \right] = 2029 \text{ mm}^2 \tag{18}$$

Die Federkonstanten der beiden Hülsen werden

$$c_{H1} = \frac{A_{\text{ers}} \cdot E}{l_{H1}} = \frac{2029 \text{ mm}^2 \cdot 1.7 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{85 \text{ mm}} = 4.058 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \tag{19}$$

$$c_{H2} = \frac{A_{\text{ers}} \cdot E}{l_{H2}} = \frac{2029 \text{ mm}^2 \cdot 1.7 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{55 \text{ mm}} = 6.271 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \tag{20}$$

Die Federkonstante der beiden Hülsen zusammen wird

$$c_H = c_{H1 + H2} = \frac{1}{\frac{1}{c_{H1}} + \frac{1}{c_{H2}}} = \frac{1}{\frac{1}{4.058 \cdot 10^6} + \frac{1}{6.271 \cdot 10^6}} = 2.464 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \tag{21}$$

Herleitung des Röscher-Diagrammes

Im verschraubten Zustand, ohne Betriebskraft, ist die Schraube unter Zug und beide Hülsen unter Druck. Im Zustand unter Betriebslast wird die Hülse 1 entlastet und die Schraube, zusammen mit der Hülse 2, weiter belastet. Wir benötigen demnach noch die Federkonstante c_{S+H2} :

$$c_{S+H2} = \frac{1}{\frac{1}{c_S} + \frac{1}{c_{H2}}} = \frac{1}{\frac{1}{2.94 \cdot 10^5} + \frac{1}{6.271 \cdot 10^6}} = 2.808 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad (22)$$

Steifigkeitsverhältnis ϕ :

$$\text{Ohne Betriebslast: } \phi = \frac{c_S}{c_S + c_H} = \frac{2.94 \cdot 10^5}{2.94 \cdot 10^5 + 2.464 \cdot 10^6} = 0.1066 \quad (23)$$

$$\text{Mit Betriebslast: } n \cdot \phi = \frac{c_{S+H2}}{c_{S+H2} + c_{H1}} = \frac{2.808 \cdot 10^5}{2.808 \cdot 10^5 + 4.058 \cdot 10^6} = 0.06472 \quad (24)$$

Vorgehen für die Konstruktion (vgl. Abb. 13):

- Achsen in sinnvollem Massstab zeichnen
- Steigung der Schraube ab Nullpunkt einzeichnen
- Steigung (H1+H2); (H1); (S+H2) an beliebiger Stelle im Diagramm einzeichnen (wir kennen den Schnittpunkt Z noch nicht).
- Erwünschte Restklemmkraft von 25 000 N an beliebiger Stelle vertikal in das Diagramm zeichnen und mit Parallelen zu (H1) schneiden. Daraus ergibt sich A.
- Oberhalb A die Betriebskraft F_{\max} nach oben abtragen. Daraus ergibt sich B.
- Durch B eine Parallele zu (S+H2) zeichnen.
- (S+H2) und (H1) schneiden sich in C.
- C entspricht nun dem Punkt Z, wenn wir das Dreieck nun horizontal nach rechts verschieben und mit (S) schneiden.

Graphische Resultate:

- Die notwendige Vorspannkraft der Schraube F_V beträgt 83.5 kN
- Von der Betriebskraft gehen $\Delta F_S = 4$ kN in die Schraube, der Rest geht in die Hülse. Diese Kraft wird dann zu einem späteren Zeitpunkt für die Beurteilung der Dauerfestigkeit relevant .

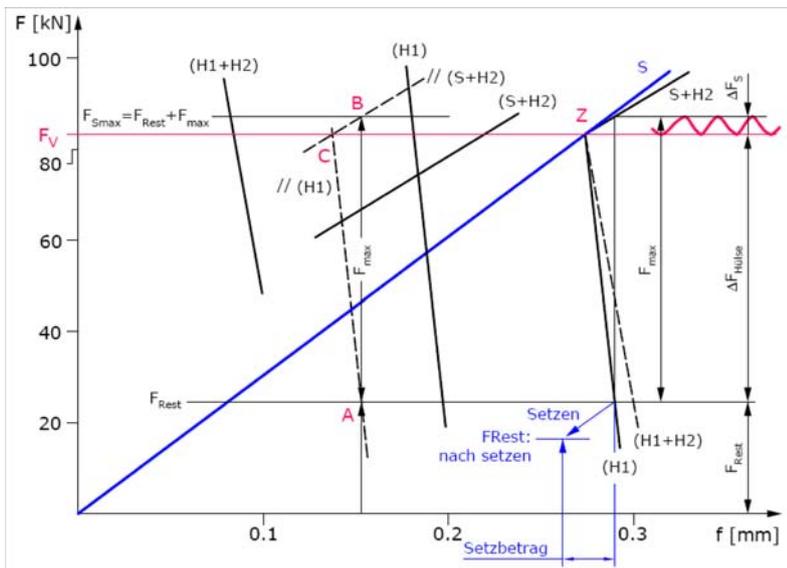


Abb. 13 (B729schz) Rötscher-Diagramm

Rechnerische Bestimmung der Kräfte

Setzen

Beim Anziehen einer Schraubenverbindung ebnet sich die Oberfläche einer Verschraubung ein. Während einer wechselnden Betriebskraft kann sich weiteres Setzen ergeben. Graphisch kann das Setzen in das Rötscher-Diagramm eingezeichnet werden. Ein Nachziehen nach den ersten Betriebsstunden ist deshalb häufig sinnvoll.

Für ein Klemmlängenverhältnis $l_k/d = 140\text{mm}/20\text{mm} = 7$ gibt Tab. 5.8 im Skript für die vorliegenden 3 Trennfugen einen Setzbetrag von ca. $2.2 \cdot 10^{-3}$ mm. Dies entspricht einer Abnahme der Vorspannung von

$$F_Z = \phi \cdot c_{H1+H2} \cdot f_Z = 0.1066 \cdot 2.464 \cdot 10^6 \cdot 2.2 \cdot 10^{-3} = 577\text{N} \quad (25)$$

Das heißt, die Vorspannkraft muss um diesen Betrag vergrößert werden.

Minimale Montagevorspannkraft $F_{M\min}$, damit nach Setzen und unter Betriebslast die geforderte Restkraft F_{Rest} erhalten bleibt (Skript Gl. 51):

$$\begin{aligned} F_{M\min} &= F_{\text{Rest}} + \Delta F_{BH} + F_Z = F_{\text{Rest}} + (1 - n\phi) \cdot F_B + F_Z \\ F_{M\min} &= 25\text{kN} + (1 - 0.0647) \cdot 62.5\text{kN} + 577\text{N} = 84.0\text{kN} \end{aligned} \quad (26)$$

Maximale Vorspannkraft $F_{M\max}$

Wegen Streuung der Anziehverfahren kann die Vorspannung auch den Wert $F_{M\max}$ annehmen:

$$F_{M\max} = \alpha_A \cdot F_{M\min} = 1.4 \cdot 84 = 117.6 \cdot \text{kN} \quad (27)$$

Statischer Festigkeitsnachweis

Gl. (80) Skript gibt den zulässigen Wert F_{Sp} an für die nach der Montage wirkende Spannkraft. Dabei wurde aus Tab. 5.12 ein Gewindereibwert μ_G zwischen Grauguss und Stahl von 0.1 - 0.18 entnommen. Für den Ausnutzungsgrad v wird 0.75 gesetzt (Tab. 5.17 Skript), A_0 ist die Querschnittsfläche im Taillbereich. Der Wurzelausdruck berücksichtigt das Torsionsmoment infolge Gewindesteigung und -reibung.

$$F_{Sp} = \frac{A_0 \cdot v \cdot R_{p0.2}}{\sqrt{1 + 3 \cdot \left[\frac{2 \cdot d_2}{d_0} \left(\frac{P}{\pi \cdot d_2} + 1.155 \cdot \mu_G \right) \right]^2}} = A_0 \cdot v \cdot R_{p0.2} \cdot k \quad (28)$$

$$F_{Sp} = \frac{201 \cdot 0.75 \cdot 900}{\sqrt{1 + 3 \cdot \left[\frac{2 \cdot 19.026}{16} \left(\frac{1.5}{3.14159 \cdot 19.026} + 1.155 \cdot 0.18 \right) \right]^2}} = 0.9789 \cdot 10^5 \text{ N} \quad (29)$$

mit $k = 0.7215$

Die statische Festigkeitsbedingung nach Montage, ohne Betriebskraft, lautet:

$$1.18 \cdot 10^5 = F_{Mmax} \leq F_{Sp} = 0.9789 \cdot 10^5 \text{ N} \quad (30)$$

Die Bedingung ist nicht erfüllt.

Die statische Festigkeitsbedingung nach Montage mit Betriebskraft

Dies lautet genähert (vgl. Gl. 86 Skript)

$$\sigma_{Vmax} = \sigma_{VM} + \sigma_{zS} \leq v \cdot R_{p0.2} \quad (31)$$

$$\text{wobei } \Delta F_{zS} = \frac{\sigma_{zS} \cdot A_0}{\sqrt{1 + 3 \cdot \left[\frac{2 \cdot 19.026}{16} \left(\frac{1.5}{3.14159 \cdot 19.026} + 1.155 \cdot 0.18 \right) \right]^2}} \quad (32)$$

$$\Delta F_{zS} = n \cdot \phi \cdot F_B \cdot k = 0.06472 \cdot 25 \text{ kN} \cdot 0.7215 = 1.167 \text{ kN} \quad (33)$$

Die Festigkeitsbedingung lautet

$$F_{Mmax} + \Delta F_{zS} = 118 \text{ kN} + 1.2 \text{ kN} = 119.2 \text{ kN} \leq 0.9789 \text{ kN} = F_{Sp} \quad (34)$$

Die Bedingung ist nicht erfüllt.

Dynamische Beanspruchung der Schraube

(Gl. 88, 89 Skript)

$$\sigma_m = \frac{1}{A_S} \cdot \left(F_V + n \cdot \phi \cdot \frac{F_{Bo}}{2} \right) = \frac{1}{272 \text{ mm}^2} \cdot \left(118 \text{ kN} - 0.577 \text{ kN} + 0.06472 \cdot \frac{25 \text{ kN}}{2} \right) = 435 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (35)$$

$$\text{wobei } \frac{\sigma_m}{R_{p0.2}} = \frac{435}{900} = 0.483 \quad (36)$$

$$\sigma_a = n \cdot \phi \cdot \frac{F_{Bo}}{2 \cdot A_S} = 0.06472 \cdot \frac{25 \text{ kN}}{2 \cdot 272 \text{ mm}^2} = 2.97 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (37)$$

Dauerfestigkeit für schlussvergütete Schrauben aus Abb. 5.43 oder Abb. 5.44:

$$\sigma_A = 50 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \geq 2.97 = \sigma_a$$

Die Schraubenverbindung ist dauerhaft.

Festlegung des Anzugsdrehmomentes

Mit dem Anzugsmoment muss die Gewindesteigung, die Gewindereibung und die Reibung in der Kopfaufgabe überwunden werden. Für die maximal zulässige Schraubenkraft F_{Sp} wird das maximale Anzugsdrehmoment M_{Sp} zu

$$M_{Sp} = \frac{F_{Sp}}{2} \cdot \left(\frac{p}{\pi} + \frac{d_2 \cdot \mu_G}{\cos \beta/2} + \mu_k \cdot d_{km} \right) \quad (38)$$

$$M_{Sp} = \frac{97.89 \text{ kN}}{2} \cdot \left(0.16 \cdot 1.5 + 0.18 \cdot 0.58 \cdot 19.026 + \frac{36 + 23}{2} \cdot 0.18 \right) = 47.78 \text{ Nm} \quad (39)$$

Vorgeschriebenes Anzugsmoment

$$M_M = M_{Sp} \cdot \frac{1 + \alpha_A}{2 \cdot \alpha_A} \quad (40)$$

Das ist der Mittelwert zwischen dem maximalen und dem minimalen Moment $\frac{1}{\alpha_A} \cdot M_{Sp}$

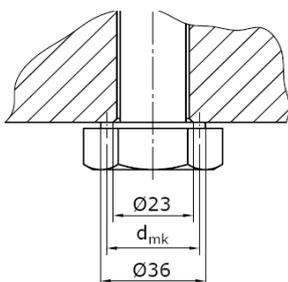


Abb. 14 (B070schz) Schnittzeichnung im Bereich Schraubenkopfaufgabe

