

- Annahme Lagertemperatur $T_{\text{eff}} = 60^\circ\text{C}$
- Umgebungstemperatur $T_{\text{amb}} = 20^\circ\text{C}$
- Schmieröl: Viskositätsklasse ISO VG 100 ($100\text{mm}^2/\text{s}$ bei 40°C)
- Dichte des Schmieröls bei 15°C : $\rho_{15} = 900\text{ kg/m}^3$
- Schmierölaufuhr über Bohrung oben ($d_H = 3\text{mm}$, $p_{\text{en}} = p_Z = 5\text{bar}$)
- quadratische Rauheitsmittelwerte Welle $R_{qW} = 0.5\mu\text{m}$
- quadratische Rauheitsmittelwerte Lagerschale $R_{qL} = 1.5\mu\text{m}$
- Linearer Wärmeausdehnungskoeffizient Welle (Stahl) $\alpha_{|W} = 1.1 \cdot 10^{-5}\text{K}^{-1}$
- Linearer Wärmeausdehnungskoeffizient Lagerschale (AlSn-Legierung) $\alpha_{|L} = 2.3 \cdot 10^{-5}\text{K}^{-1}$
- Welle: E-Modul $E_W = 206000\text{N/mm}^2$ Querkontraktionszahl $\nu_W = 0.3$
- Lagerschale: E-Modul $E_L = 70000\text{N/mm}^2$ Querkontraktionszahl $\nu_L = 0.35$

Lösung

1. Bestimmung des effektiven relativen Lagerspiels ψ_{eff}

$$\text{Das mittlere relative Lagerspiel nach dem Einbau ergibt sich zu } \bar{\psi} = 0.5 \cdot (\psi_{\text{max}} + \psi_{\text{min}}) \quad (1)$$

$$\text{mit } \psi_{\text{max}} = (d_{L\text{max}} - d_{W\text{min}})/d \text{ und } \psi_{\text{min}} = (d_{L\text{min}} - d_{W\text{max}})/d \quad (2)$$

$$\bar{\psi} = 0.5 \cdot \frac{[(54.045 - 53.975) + (54.030 - 53.992)]}{54} = 0.001 \quad (3)$$

Unter Annahme einer freien Ausdehnung von Welle und Lagerschale unter der Temperatur $T_L = T_W = T_{\text{eff}}$ ergibt sich eine thermische Änderung des relativen Lagerspiels um

$$\Delta\psi_{\text{th}} = \alpha_{\text{IL}}(T_{\text{eff}} - T_{\text{amb}}) - \alpha_{\text{IW}}(T_{\text{eff}} - T_{\text{amb}}) = (2.3 \cdot 10^{-5} - 1.1 \cdot 10^{-5}) \cdot (60 - 20) = 0.00048 \quad (4)$$

Betriebslagerspiel, effektives relatives Lagerspiel :

$$\psi_B = \psi_{\text{eff}} = \bar{\psi} + \Delta\psi_{\text{th}} = 0.001 + 0.00048 = 0.00148 \quad (5)$$

2. Bestimmung der effektiven dynamischen Viskosität η_{eff}

$$\text{Mit } \eta_{40} = 0.98375 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_{15} \cdot VG = 0.98375 \cdot 10^{-6} \cdot 900 \cdot 100 = 0.08854 \text{ Pas} \quad (6)$$

$$\text{enthaltend die Umrechnung } 1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} = 10^6 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}} \quad (7)$$

$$\text{und } b = 159.55787 \cdot \ln(\eta_{40}/0.00018) = 159.55787 \cdot \ln(0.08854/0.00018) = 988.98 \quad (8)$$

$$\text{und } a = \eta_{40} \cdot \exp\left(-\frac{b}{135}\right) = 0.08854 \cdot \exp\left(-\frac{988.98}{135}\right) = 5.829 \cdot 10^{-5} \quad (9)$$

folgt aus der Beziehung nach Vogel: effektive dynamische Viskosität:

$$\eta_{\text{eff}} = a \cdot \exp(b/(T_{\text{eff}} + 95)) = 5.829 \cdot 10^{-5} \cdot \exp[9.8898/(60 + 95)] = 0.0344 \text{ Pas} \quad (10)$$

3. Überprüfung, ob laminare Strömung vorliegt

$$\text{Mit der Dichte } \rho \approx \rho_{15} = 900 \text{ kg/m}^3 \quad (11)$$

und der effektiven Winkelgeschwindigkeit, wobei $\omega_L = \omega_F = 0$

$$\omega_{\text{eff}} = \omega_W + \omega_L - 2 \cdot \omega_F = 2 \cdot \pi \cdot n_W / 60 = 2 \cdot \pi \cdot 2000 / 60 = 209.44 \text{ s}^{-1} \quad (12)$$

ergibt sich die Reynoldszahl zu (Klammern bei den Indizes: Es darf der Nenndurchmesser eingesetzt werden)

$$Re = \frac{\rho \cdot \omega_{\text{eff}} \cdot d_{(W)} \cdot \psi_{\text{eff}} \cdot d_{(W)}}{4\eta_{\text{eff}}} = \frac{\rho \cdot \omega_{\text{eff}} \cdot d_{(W)} \cdot (d_L - d_W)}{4 \cdot \eta_{\text{eff}}} \quad (13)$$

$$Re = \frac{900 \cdot 209.44 \cdot 54 \cdot 0.00148 \cdot 54}{1000^2 \cdot 4 \cdot 0.0344} = 5.91 < \frac{41.3}{\sqrt{\psi_{\text{eff}}}} = 1073.54 \quad (14)$$

Es liegt laminare Strömung vor.

4. Bestimmung der minimalen Schmierfilmdicke h_{min}

Mit der spezifischen Lagerbelastung $p_L = \frac{F}{b \cdot d} = \frac{5000N}{18 \cdot 54\text{mm}^2} = 5.14\text{N/mm}^2$ (15)

folgt die Sommerfeldzahl So :

$$So = \frac{\bar{p} \cdot \psi_{\text{eff}}^2}{\eta_{\text{eff}} \cdot \omega_{\text{eff}}} = \frac{5.14 \cdot 10^6 \cdot 0.00148^2}{0.0344 \cdot 209.44} = 1.56 \quad (16)$$

Mit $\frac{b}{d} = \frac{18}{54} = \frac{1}{3}$ stellt sich nach Abb. 6.101 Skript eine relative Exzentrizität von $\varepsilon = 0.844$ ein. (17)

Die minimale Schmierfilmdicke $h_{\text{min}} = h_o$ ergibt sich dann zu

$$h_{\text{min}} = \frac{d}{2} \cdot \psi_{\text{eff}} \cdot (1 - \varepsilon) = \frac{54}{2} \cdot 0.00148 \cdot (1 - 0.844) \cdot (1 - 0.844) = 0.00623\text{mm} = 6.23\mu\text{m} \quad (18)$$

5. Bestimmung der Reibungsleistung P_f

Der Verlagerungswinkel β ergibt sich in Abhängigkeit von ε und b/d aus Abb. 6.97 Skript zu $\beta=26^\circ$.

Die bezogene Reibungszahl folgt näherungsweise zu

$$\frac{\mu}{\psi_{\text{eff}}} = \frac{\pi}{So \cdot \sqrt{1 - \varepsilon^2}} + \frac{\varepsilon}{2} \cdot \sin \beta = \frac{\pi}{1.56 \cdot \sqrt{1 - 0.884^2}} + \frac{0.884}{2} \cdot \sin(26^\circ) = 3.94 \quad (19)$$

Daraus ergibt sich die Reibungsleistung P_f zu

$$P_f = \frac{\mu}{\psi_{\text{eff}}} \cdot \psi_{\text{eff}} \cdot F \cdot \frac{d}{2} \cdot (\omega_W - \omega_L) = 3.94 \cdot 0.00148 \cdot 5000N \cdot \frac{0.054}{2} \cdot 209.44\text{s}^{-1} = 164.8\text{W} \quad (20)$$

6. Bestimmung des gesamten Schmierstoffdurchsatzes \dot{V}

Der Ölstrom infolge hydrodynamischer Schmierwirkung ergibt sich zu:

$$\dot{V}_D = 2 \cdot \frac{d^3}{8} \cdot \psi_{\text{eff}} \cdot \omega_{\text{eff}} \cdot \left[\frac{b}{d} - 0.223 \cdot \left(\frac{b}{d} \right)^3 \right] \cdot \varepsilon \quad (21)$$

$$\dot{V}_D = \frac{0.054^3}{4} \cdot 0.00148 \cdot 209.44 \cdot \left[\frac{1}{3} - 0.223 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^3 \right] \cdot 0.844 = 3.348 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} = 0.201 \frac{\text{l}}{\text{min}} \quad (22)$$

Der Ölstrom infolge Zuführdruckes ergibt sich zu:

$$\dot{V}_{pZ} = \frac{d^3 \cdot \psi_{\text{eff}}^3 \cdot p_Z \cdot V_{pZ}^*}{\eta_{\text{eff}}} \quad (23)$$

$$\text{mit } q_H = 1.204 + 0.368 \cdot \frac{d_H}{b} - 1.046 \cdot \left(\frac{d_H}{b} \right)^2 + 1.942 \cdot \left(\frac{d_H}{b} \right)^3 \quad (24)$$

$$q_H = 1.204 + 0.368 \cdot \frac{3}{18} - 1.046 \cdot \left(\frac{1}{6} \right)^2 + 1.942 \cdot \left(\frac{1}{6} \right)^3 = 1.2453 \quad (25)$$

$$\text{wird } V_{pZ}^* = \frac{\pi}{48} \cdot \frac{(1 + \varepsilon)^3}{\ln(b/d_H) \cdot q_H} = \frac{\pi}{48} \cdot \frac{(1 + 0.844)^3}{\ln\left(\frac{18}{3}\right) \cdot 1.2453} = 0.1839 \quad (26)$$

$$\text{und } \dot{V}_{pZ} = \frac{0.054^3 \cdot 0.00148^3 \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 0.1839 \cdot \text{m}^3 \text{ N/m}^2}{0.0344 \text{ Pas}} = 1.3645 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 0.0818 \frac{\text{l}}{\text{min}} \quad (27)$$

und somit gesamter Schmierstoffdurchsatz.

$$\dot{V} = \dot{V}_D + \dot{V}_{pZ} = 0.201 + 0.0818 = 0.283 \frac{\text{l}}{\text{min}} \quad (28)$$

7. Überprüfung der Betriebssicherheit hinsichtlich des Übergangs in die Mischreibung

Aus den Mittelwerten der quadratischen Rauheits-Mittelwerte von Welle und Lagerschale lässt sich nach Steinhilper und Sauer Gl. (11.17), wenn Welligkeiten, Durchbiegung und Verkantung vernachlässigt werden können, die mindestzulässige Übergangspaltweite zu

$$h_{\text{ozul},0} = 3 \cdot \sqrt{R_{qW}^2 + R_{qL}^2} = 3 \cdot \sqrt{0.5^2 + 1.5^2} = 4.74 \mu\text{m} \quad (29)$$

bestimmen. Mit dem reduzierten Elastizitätsmodul aus Welle und Lagerschale

$$E_{rsI} = \frac{2 \cdot E_W \cdot E_L}{E_L \cdot (1 - \nu_W^2) + E_W \cdot (1 - \nu_L^2)} = \frac{2 \cdot 206000 \cdot 70000}{70000 \cdot (1 - 0.3^2) + 206000 \cdot (1 - 0.35^2)} = 117972 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (30)$$

ergibt sich die Gleitgeschwindigkeit für den Übergang in die Mischreibung zu

$$U_{tr} = \frac{p_L \cdot \psi_{eff} \cdot h_{ozul,o}}{\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \eta_{eff} \cdot \left[1 + \frac{\sqrt{2} \cdot p_L \cdot d}{E_{rsI} \cdot h_{ozul,o}} \right]^{2/3}} = \frac{5.14 \cdot 10^6 \cdot 0.00148 \cdot 4.74 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 0.0344 \cdot \left[1 + \frac{\sqrt{2} \cdot 5.14 \cdot 54}{117972 \cdot 4.74 \cdot 10^{-3}} \right]^{2/3}} = 0.601 \text{ m/s} \quad (31)$$

$$U_{tr} = 0.601 \text{ m/s} < U_{lim,tr} = 1 \text{ m/s} \text{ für } U > 3 \text{ m/s} \quad (32)$$

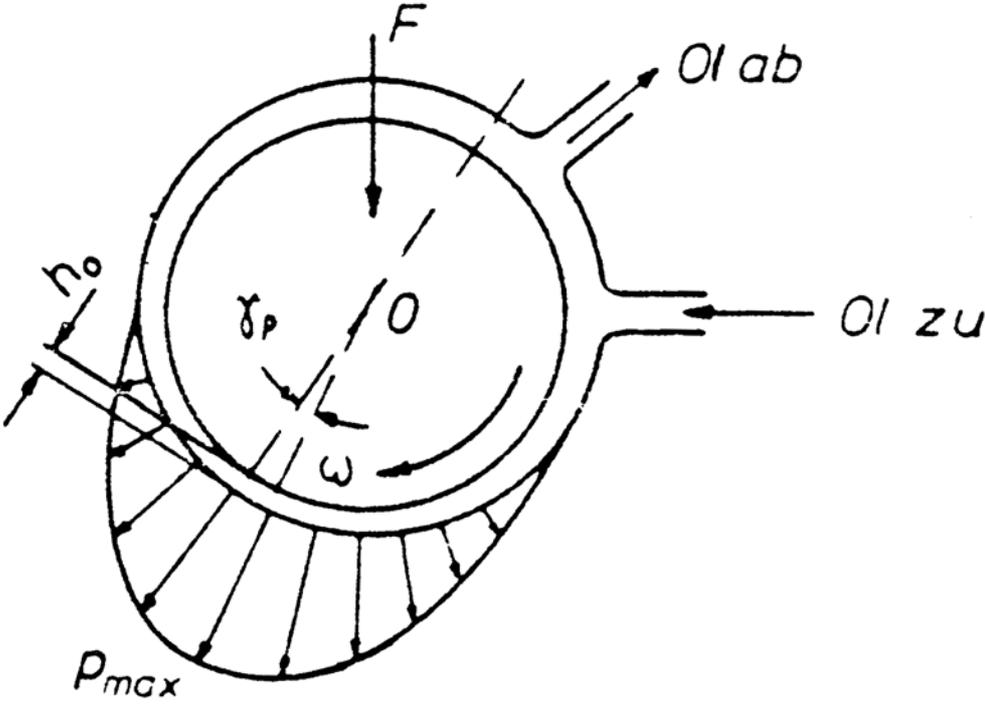
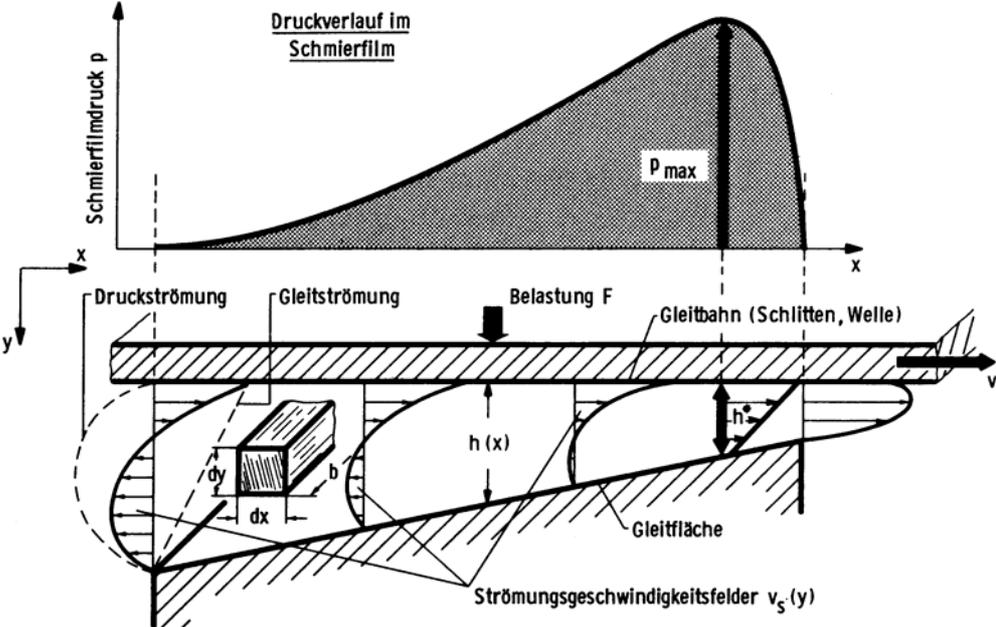
Es ist eine ausreichende Sicherheit hinsichtlich des Übergangs in die Mischreibung gewährleistet, da zum einen die unter 4. ermittelte minimale Schmierfilmdicke mit $h_{lim,tr} = 6.23 \mu\text{m}$ oberhalb der mindestzulässigen Übergangsspaltweite von $h_{lim,tr} = 4.74 \mu\text{m}$ liegt und zum anderen die vorhandene Gleitgeschwindigkeit mit

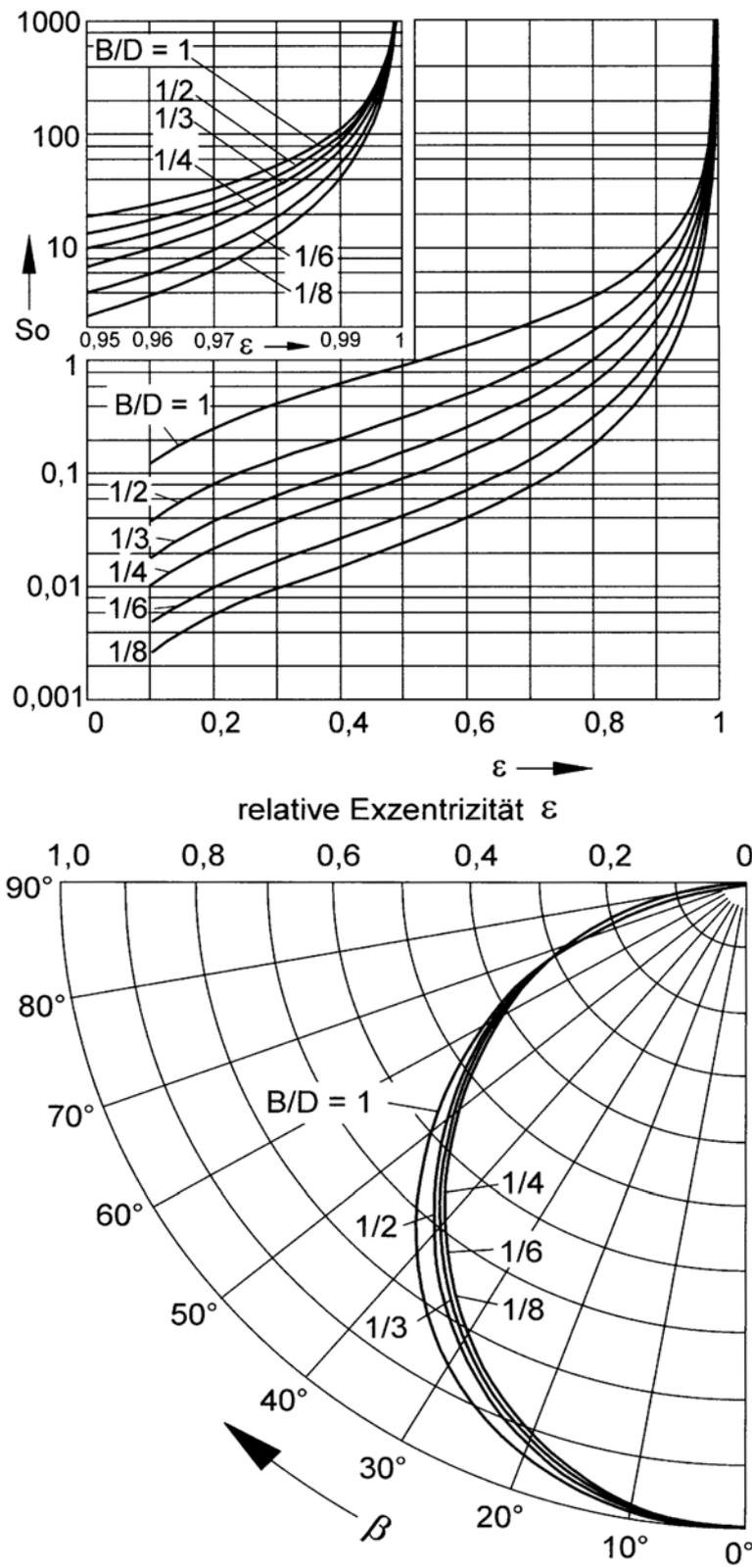
$$U = \frac{\omega_{eff} \cdot d}{2} = \frac{209.44 \cdot 54 \cdot 10^{-3}}{2} = 5.65 \text{ m/s} \quad (33)$$

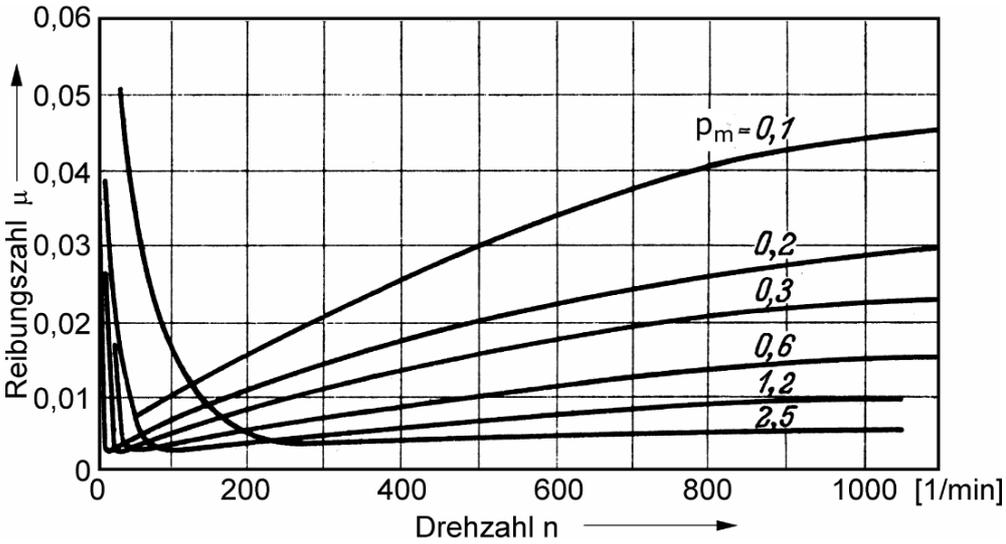
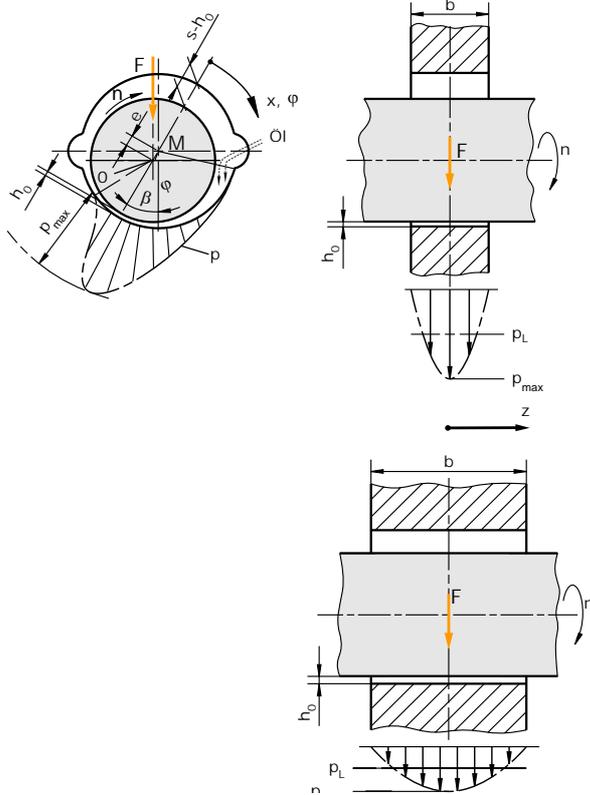
wesentlich grösser als die Geschwindigkeit für den Übergang in die Mischreibung mit $U_{tr} = 0.601 \text{ m/s}$ ist.

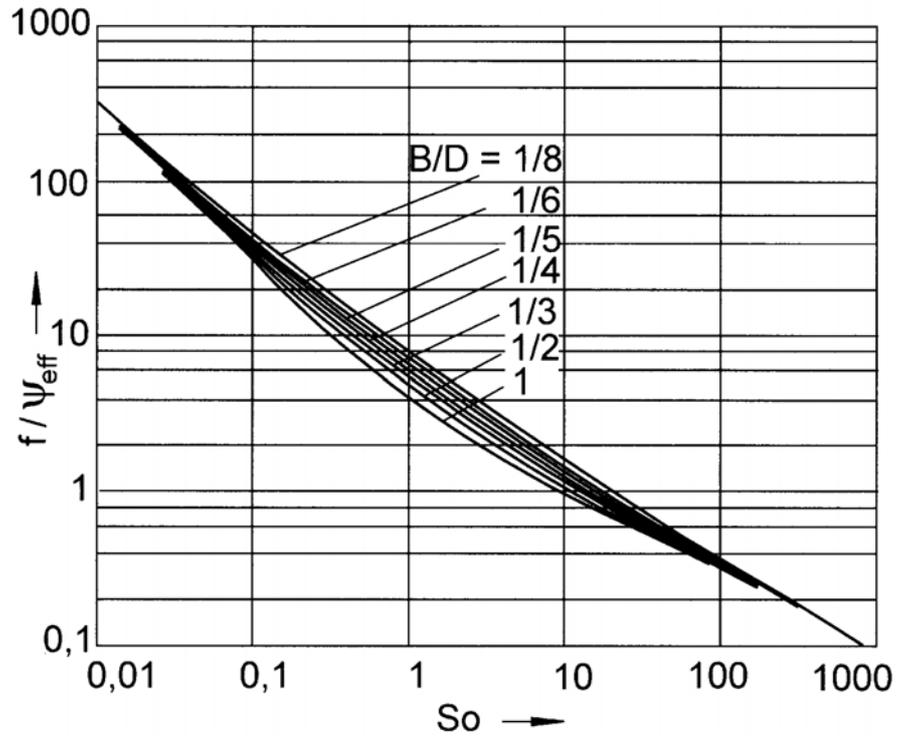
Literatur

Steinhilper, Waldemar; Sauer, Bernd (2006): Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2. Grundlagen von Maschinenelementen für Antriebsaufgaben; 5. Aufl. (Online via SFX (Bd. 2, Ed. 5))









<p>Schmierloch, entgegengesetzt zur Lastrichtung angeordnet</p>		$V_{pZ}^* = \frac{\pi}{48} \frac{(1 + \varepsilon)^3}{\ln(B/d_H) \cdot q_H}$ $q_H = 1,204 + 0,368 \left(\frac{d_H}{B}\right) - 1,046 \left(\frac{d_H}{B}\right)^2 + 1,942 \left(\frac{d_H}{B}\right)^3$
<p>Schmier Tasche, entgegengesetzt zur Lastrichtung angeordnet</p>		$V_{pZ}^* = \frac{\pi}{48} \frac{(1 + \varepsilon)^3}{\ln(B/b_P) \cdot q_P}$ $q_P = 1,188 + 1,582 \left(\frac{b_P}{B}\right) - 2,585 \left(\frac{b_P}{B}\right)^2 + 5,563 \left(\frac{b_P}{B}\right)^3$ <p>für $0,05 \leq \left(\frac{b_P}{B}\right) \leq 0,7$</p>
<p>Schmiernut, umlaufend in Lagermitte angeordnet (Ringnut)</p>		$V_{pZ}^* = \frac{\pi}{24} \frac{1 + 1,5 \varepsilon^2}{(B/D)} \cdot \frac{B}{B - b_G}$

Abb. 1.2 Schmierstoffdurchsatzkennzahl infolge Zuführdruck