Dimensionieren 2

Konrad Wegener

Willi Müller

Florian Sellmann

Rolf Schroeter

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Dimensionieren 2

Aufbau:

- Vorlesung: Theorie und Grundkenntnisse
- Übung: Gruppenübungen begleitetes Lösen von Aufgaben
- Hausaufgaben:
 1. Woche Ausgabe,
 2. Woche Übung,
 3. Woche Abgabe (Testat: 3 korrekte)
 - Gruppenaufteilung durch Institut
 - Bekanntgabe in der nächsten Vorlesung
- Prüfung: schriftlich, Sessionsprüfung

Dimensionieren 2

Sprechstunden:

W. Müller: Donnerstag, 12.00 – 13.00 Uhr, F21.1 (CLA)

K. Wegener: Mittwoch 16.15 - 17.00 Uhr, G2 (CLA)

Scripte:

Lieferung in 2 Teilen

Unkostenbeitrag 30 CHF (2 x 15 CHF),

Nachverkauf bei H. Müller z.B. direkt nach der Vorlesung

Vorlesungsplan

Testatbedingung: Abgabe von 8 der 9 Übungsaufgaben mit Mindestbewertung 'genügend'
 Die Teilnahme an der Exkursion zählt als Übung.
 Prüfungen: schriftlich, Prüfungsstoff Vorlesung und Übungen
 Zulassungsbedingung: Testat erfüllt
 Übungsraum: gemäss Gruppeneinteilung
 Assistenz: **Willi Müller, Florian Sellmann**

Vorlesungsübersicht

Mi	20.02.	10-12	1	V	K. Wegener	Welle - Nabeverbindungen	HG F7
<i>Mi</i>	<i>20.02.</i>					<i>Ing. Tools Kurs</i>	
Mi	27.02.	10-12	2	V	K. Wegener	Schweiss - und Lötverbindungen	HG F7
<i>Mi</i>	<i>27.02.</i>	<i>12-13</i>	<i>1b</i>	<i>U</i>	<i>Assistenz</i>	<i>Welle-Nabe-Verbindung</i>	
Mi	05.03.	10-12	3	V	K. Wegener	Federn	HG F7
<i>Mi</i>	<i>05.03.</i>	<i>12-13</i>	<i>2</i>	<i>U</i>	<i>Assistenz</i>	<i>Schweissverbindung</i>	
Mi	12.03.	10-12	4	V	K. Wegener	Schrauben	HG F7
<i>Mi</i>	<i>12.03.</i>	<i>12-13</i>	<i>3</i>	<i>U</i>	<i>Assistenz</i>	<i>Federn</i>	
Mi	19.03.	10-12	5	V	K. Wegener	Schrauben	HG F7
<i>Mi</i>	<i>19.03.</i>	<i>12-13</i>	<i>4a</i>	<i>U</i>	<i>Assistenz</i>	<i>Druckbehälterverschraubung</i>	
Mi	26.03.	10-12					
<i>Mi</i>	<i>26.03.</i>	<i>12-13</i>					

Osterferien 21.03. - 30.03.

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Vorlesungsplan

Mi	26.03.	10-12							
<i>Mi</i>	<i>26.03.</i>	<i>12-13</i>							
Mi	02.04.	10-12	6	V	K. Wegener		Wälzlager		HG F7
<i>Mi</i>	<i>02.04.</i>	<i>12-13</i>	<i>4b</i>	<i>U</i>	<i>Assistenz</i>		<i>Druckbehälterverschraubung</i>		
Mi	09.04.	10-12	7	V	K. Wegener		Wälz- / Gleitlager		HG F7
<i>Mi</i>	<i>09.04.</i>	<i>12-13</i>	<i>5a</i>	<i>U</i>	<i>Assistenz</i>		<i>Wälzlager</i>		
Mi	16.04.	10-12	8	V	K. Wegener		Gleitlager		HG F7
<i>Mi</i>	<i>16.04.</i>	<i>12-13</i>	<i>5b</i>	<i>U</i>	<i>Assistenz</i>		<i>Wälzlager</i>		
Mi	23.04.	ganzer Tag		E	K. Wegener		Exkursion		
Mi	30.04.	10-12	9	V	K. Wegener		Schmiermittel und Dichtungen		HG F7
<i>Mi</i>	<i>30.04.</i>	<i>12-13</i>	<i>6</i>	<i>U</i>	<i>Assistenz</i>		<i>Gleitlager</i>		
Mi	07.05.	10-12	10	V	K. Wegener		Getriebe		HG F7
<i>Mi</i>	<i>07.05.</i>	<i>12-13</i>	<i>7</i>	<i>U</i>	<i>Assistenz</i>		<i>Zugmittelgetriebe</i>		
Mi	14.05.	10-12	12	V	K. Wegener		Verzahnungen		HG F7
<i>Mi</i>	<i>14.05.</i>	<i>12-13</i>	<i>8a</i>	<i>U</i>	<i>Assistenz</i>		<i>Verzahnung auslegen</i>		
Mi	21.05.	10-12	13	V	K. Wegener		Verzahnungen		HG F7
<i>Mi</i>	<i>21.05.</i>	<i>12-13</i>	<i>8b</i>	<i>U</i>	<i>Assistenz</i>		<i>Verzahnung auslegen</i>		
Mi	28.05.	10-12	14	V	K. Wegener		Kupplungen / Bremsen		HG F7
<i>Mi</i>	<i>28.05.</i>	<i>12-13</i>	<i>9</i>	<i>U</i>	<i>Assistenz</i>		<i>Kupplung / Bremse</i>		

Osterferien 21.03. - 30.03.

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Dimensionieren 2, Maschinenelemente

Dimensionieren 1 = Grundlagen:

Dimensionierungsansätze, Versagenshypothesen,
Beanspruchungsfälle

Dimensionieren 2 = Auslegung von Maschinenelementen

Ermitteln / Festlegung der Einsatzbedingungen und
Anwendungsgrenzen von Standardelementen im
Maschinenbau

Maschinenbauer wird mehr und mehr zum Integrator von
Standardelementen,

Vor allem um die Stückzahldegression auszunutzen, setzen
sich Standardelemente durch

Nutzung von Erfahrungswissen für definierte Elemente, für
die sonst eine aufwendige numerische Rechnung oder
sogar Experimentalreihen erforderlich sind.

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Stückzahleffekt

Goldene Regel des Spezialmaschinenbaus (25%):
Bei 4 Maschinen ist eine frei
Ursache: Einlernerfolge

Gestaltung für Stückzahl: Jede Stückzahl hat ihre optimale Fertigung

- Jede Stückzahl hat ihre optimale Gestalt
- Gültigkeit ist unternehmensumfeldbezogen
- kaum allgemeingültige Aussagen
„optimal“ heisst in jedem Umfeld etwas anderes

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Wert des Marktanteils

Quelle: A.C. Hax, MIT

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Übersicht der Vorlesung

Vermitteln von Grundlagen des Dimensionierens aufbauend auf der Vorlesung Dimensionieren 1 und den Grundlagen der Mechanik

Die Studierenden sollen in der Vorlesung lernen, -
Maschinenelemente richtig anzuwenden

- verschiedene grundlegende Belastungs- und Anwendungsfälle einzuordnen und
- Bauteile und Komponenten auszulegen

Es wird grosser Wert auf die Anwendung des Wissens zum Aufbau einer Handlungskompetenz gelegt.

Die Studierenden sollen in der Lage sein, selbständig

- Festigkeitsberechnungen an Bauteilen durchzuführen,
- Auslegungen zu beurteilen.

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Dimensionieren 2, Maschinenelemente

Gliederung

1. Welle – Nabe – Verbindungen
2. Stoffschlüssige Verbindungen
3. Federn
4. Schrauben
5. Wälzlager
6. Gleitlager
7. Schmiermittel und Dichtungen
8. Zugmittelgetriebe
9. Verzahnungen
10. Kupplungen, Bremsen

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Welle–Nabe-Verbindungen

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Welle – Nabe - Verbindungen

B101wnvZ

Quelle: Ringspann

Schwenkhebel über Welle angetrieben
Übertragung von Drehmoment
=> Verbindung Welle Nabe?

Mögliche Lösung!

B102wnvZ

Prinzipielle Funktion der WNV

- Drehfeste Verbindung zwischen Welle und Nabe
- Übertragung von Drehmoment zwischen Welle auf Nabe

Prinzipielle Funktion der WNV

Welle – Nabe - Verbindungen

B101wrvZ

Quelle: Ringspann

Schwenkhebel über Welle angetrieben
 Übertragung von Drehmoment
 ⇒ Verbindung Welle Nabe?

Mögliche Lösung! ⇒

Lernziele

Die Studierenden sollen

- die Klassifizierung der Welle-Nabe-Verbindungen kennen, die Wichtigsten davon namentlich, und
- ausgewählte Welle-Nabe-Verbindungen dimensionieren können.

Im Speziellen soll

- die Passfederverbindung,
- der zylindrische Pressverband (Press-, Schrumpfsitz) vertieft verstanden und durch die Studierenden selbständig dimensioniert werden können.

Im Überblick werden die Sicherungselemente und einige Gestaltungsrichtlinien und Hinweise vorgestellt.

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Definition, Funktion, Einteilung

Funktion:

- Drehmoment übertragen
- Kräfte axial / radial übertragen

Verbindung:

- fest / beweglich
- lösbar / unlösbar

Nabe:

- Zahnrad
- Riemenrad
- Hebel
- ...

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Beispiele

B002wnvZ

B003wnvZ

B004wnvZ

— formschlüssig

— stoffschlüssig

— kraftschlüssig

Demontage erschwert

Vorspannkraft erforderlichlich

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

2.7 Laserinduktionsschweissen von Vergütungsstählen

Anwendung in der Serienproduktion:

■ Verlängerungswelle (VISTEON)

■ Abtriebswelle (DaimlerChrysler)

■ Tripode (Volkswagen)

■ Zentralwelle (Getrag/Ford)

■ Seitenwellen (DaimlerChrysler)

■ Verlängerungswelle (VISTEON)

Formschlüssige WNV: Systematische Gliederung

Art des Form-schlusses	Lage der Mitnehmer zur Wellenachse	Krümmung der Wirk-flächen der Mitnehmer	Lage der Wirkflächen zur Symmetrie der Mitnehmer	Bezeichnung	Skizze
Unmittelbar	Parallel	Eben	Parallel	Keilwelle
			Geneigt	Kerzbahn-welle
		Zylindrisch	Geneigt	Evolventen-profilwelle
			Senkrecht	Polygonprofil

nach Roth, Kollmann

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Formschlüssige WNV: Systematische Gliederung

Art des Form-schlusses	Lage der Mitnehmer zur Wellenachse	Krümmung der Wirk-flächen der Mitnehmer	Lage der Wirkflächen zur Symmetrie der Mitnehmer	Bezeichnung	Skizze
Mittelbar	Parallel	Eben	Parallel	Passfeder
		Kreis-zylindrisch	Parallel	Längsstift
	Senkrecht	Kreis-zylindrisch	Parallel	Querstift

nach Roth, Kollmann

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Auswahl der WNV

Die Auswahl erfolgt nach den Anforderungen an die Verbindung:

- Moment:
 - Grösse
 - Richtung (einseitig, beidseitig)
 - Varianz (konstant, wechselnd, schwellend, stossartig)
- Bauraum und Zugänglichkeit
- Demontierbarkeit
- axiale Kraft
- axiale Verschiebbarkeit (ohne Last, unter Last)
- azimutale Einstellbarkeit
- Drehzahl (Unwucht akzeptabel)

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Eigenschaften / Eignung

geeignet, wenn...gefordert	Welle-Nabe-Verbindungen																			
	Reibschlüssige Verbindungen											Formschlüssige Verbindungen					Stoffschlüssige Verbindungen			
	Querpressverband	Längspressverband	Kegelpressverband	Kegelspannring (Ringfeder)	Kegelspannsatz	Schrumpfscheiben	Sternscheiben	Druckhülsen	Toleranzringe	Klemmverbindung	Keilverbindung	Pass- und Gleitfeder	Keilwelle	Zahnwelle	Polygonprofil	Längsstift	Querstift	Kleberverbindung	Lötverbindung	Schweisverbindung
Übertragung grosser einseitiger Drehmomente	4	4	4	3	4	4	2	3	0	2	2	2	4	4	4	2	1	3	4	4
Übertragung wechselnder und stosshafter Drehmomente	4	4	4	3	4	4	2	3	0	2	2	0	3	3	4	0	0	1	4	4
Aufnahme hoher Axialkräfte	4	4	4	2	3	3	2	3	1	2	2	0	0	0	0	0	1	3	4	4
Nabe axial zu verschieben	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	2	2	0	0	0	0	0
Nabe axial unter Last verschieben	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	4	2	2	0	0	0	0	0
Nabe in Drehrichtung versetzbar	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	2	2	2	0	0	0	0	0
Verbindung nachstellbar	0	0	4	4	4	4	4	0	4	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
geringer Fertigungsaufwand	4	4	2	2	2	2	3	4	4	2	2	3	1	1	1	2	2	3	3	2
geringer Montageaufwand	2	2	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	4	2	2	2
gute Wiederverwendbarkeit	1	1	4	4	4	4	4	4	4	4	2	4	4	4	4	2	2	2	2	0
Selbstzentrierung der Verbindung	4	4	4	0	4	4	0	4	0	2	0	3	4	4	4	4	4	2	2	2
geringe Unwucht	4	4	4	2	3	3	1	3	0	0	0	2	3	3	4	1	1	3	3	3

(4) sehr gut geeignet ... (0) nicht geeignet bzw. entfällt

Formschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen

Beispielhaft werden die folgenden Verbindungen vorgestellt:

Passfeder-Verbindung

B007wnvZ

Scheibenfeder-Verbindung

B013wnvZ

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Formschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen

Keilwellenverbindung

B015wnvZ

Polygonverbindung

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Axiale Verschieblichkeit: Gleitfeder

Befestigungsbohrungen
Abdruckbohrung

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Passfederverbindung

DIN 6885: Breitentoleranz genormt: H9

Formen genormt, Radien genormt

Passfeder- Formen
rundstirrig		Form D	Form E
geradstirrig		Form C	Form F
Sonderformen

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Passfederverbindung

- Für kleine / mittlere Momente
- Einseitig, stossfreie Momente
- einfach und preiswert
- Einfache (De-)Montagefähigkeit

- Kleine Drehzahlen
- Azimutal nicht einstellbar
- Azimutale Ausrichtung

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Dimensionierung

$$F_u = \frac{2 \cdot M_t}{d}$$

Umfangskraft (für Welle / Nabe ungefähr gleich),

$$d \gg h$$

Kritische Bauteile

- Nabe: Flächenpressung (Lochleibung) p_N
- Welle: Flächenpressung (Lochleibung)
- Passfeder: Flächenpressung und Schubspannung
(Werkstoff: vielfach C45k)

Bei Verwendung genormter Passfedern zu genormten Wellendurchmessern braucht der Festigkeitsnachweis auf Schubspannungen nicht geführt zu werden.

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Dimensionierung

Nabe / Welle / Passfeder:

$$p_N = \frac{F_u}{(h - t_1) l_{tr} i \varphi}$$

$$p_N = \frac{2M_t}{d(h - t_1) l_{tr} i \varphi}$$

Mit

$(h - t_1)$: Traghöhe auf Nabenseite

l_{tr} : tragende Länge:

$l_{tr} = l - 2r$ für rundstirnige Passfedern

$l_{tr} = l$ für rechteckige Passfedern

i : Anzahl Passfedern (max. 2)

φ : Traganteil bei mehreren Passfedern

$\varphi = 1$: bei einer Passfeder

$\varphi = 0.75$: bei zwei Passfedern

B007wnvZ

Momentenübertragung durch Passfedern

$$l_{tr} \leq 1.5d$$

Ansonsten wird nur die nicht tragende Länge vergrössert.

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Dimensionierung

B007wnvZ

Festigkeitsbedingung:

$$p < p_{zul}$$

$$M_{tzul} = \frac{p_{zul} d l_{tr} (h - t_1) i \varphi}{2} > C_B M_{nenn}$$

p_{zul} : Minimum aus zulässiger Flächenpressung der Nabe, der Passfeder und der Welle

Betriebsfaktor C_B

Arbeitsweise der Antriebsmaschine	Arbeitsweise der getriebenen Maschine			
	gleichmässig (uniform)	leichte Stösse	mässige Stösse (moderate)	starke Stösse (heavy)
gleichmässig (uniform)	1.0	1.25	1.5	1.75
leichte Stösse	1.1	1.35	1.6	1.85
mässige Stösse (moderate)	1.25	1.5	1.75	2.0
starke Stösse (heavy)	1.5	1.75	2.0	2.25 oder höher

Zulässige Flächenpressung

$$p_{zul} = \frac{f_S \cdot R_{e \min}}{S_F} \quad \text{duktil} \quad p_{zul} = \frac{f_S \cdot R_{m \min}}{S_B} \quad \text{spröde} \quad p_{zul} \approx 0.9 \cdot R_e$$

mit S_F : 1.3–2.5; S_B : 2.0–3.0 nicht verwenden

Stützfaktor f_S nach DIN 6892: Passfeder $f_S = 1$, Welle aus Stahl: $f_S = 1.2$, Nabe aus Stahl $f_S = 1.5$

Passfeder

Im infinitesimalen Element am Rand der Trennstelle herrscht Flächenpressung und Schubspannung
Literatur behandelt dies getrennt!

$$\tau = \frac{F_u}{b \cdot l_{tr} \cdot i \cdot \varphi} = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot b \cdot l_{tr} \cdot i \cdot \varphi} < \tau_{zul}$$

Vergleichsspannung (korrekterweise)

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \tau^2} < \sigma_{zul} = \frac{\sigma_F}{S_F}$$

Festigkeitsnachweis der Welle

An der Stelle der Nut treten Spannungsspitzen auf.

Rechnung mit Formzahlen:

Radius kleiner als Federradius!

Schubspannung $\tau_{\max} = \alpha_{\tau} \frac{M_t}{W_p}$

Normalspannung $\sigma_{\max} = \alpha_{\sigma} \frac{M_B}{W_B}$

$\alpha_{\sigma} \cong 5$

● im Nutgrund

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Festigkeitsnachweis Welle mit Kerbwirkungszahlen

Kerbwirkungszahlen fassen Kerbwirkung und Stützwirkung zusammen
Biegespannung Vergleichsspannung

$$\sigma_{ba} \leq \frac{\sigma_A}{C_B S_D}$$

$$\sigma_{va} \leq \frac{\sigma_A}{C_B S_D}$$

Anstrengungsverhältnis, speziell für umlaufende Biegung, schwellende Torsion:

$$\alpha_{0k} = \alpha_0 \frac{\beta_{kt}}{\beta_{kb}}, \quad \alpha_0 = \frac{\sigma_{bW}}{\sqrt{3}\tau_{Sch}}$$

Vergleichsspannung als Spannungsausschlag und Mittelspannung:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3(\alpha_{0k} \tau_t)^2}$$

Werkstoffkennwert Wechselfestigkeit,
damit ggf. Smith – Diagramm:

$$\sigma_{Wk} = b_0 b_S \frac{1}{\beta_{kb}} \sigma_W$$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Festigkeitsnachweis Welle mit Kerbwirkungszahlen

Wellen- und Nabenform	$\sigma_B(d)$ in N/mm^2										
	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200
$\beta_\sigma(d_{BK})$	2,1 ¹⁾	2,3 ¹⁾	2,5 ¹⁾	2,6 ¹⁾	2,8 ¹⁾	2,9 ¹⁾	3,0 ¹⁾	3,1 ¹⁾	3,2 ¹⁾	
		$\beta_\sigma(d_{BK}) \approx 3,0 \cdot \left(\sigma_B(d) / (1000 N/mm^2) \right)^{0,38}$									
	$\beta_\tau(d_{BK})$	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	
		$\beta_\tau(d_{BK}) \approx 0,56 \cdot \beta_\sigma(d_{BK}) + 0,1$									

Bei zwei Passfedern ist die Kerbwirkungszahl $\beta_{\sigma,\tau}$ mit dem Faktor 1,15 zu erhöhen (Minderung des Querschnittes):

$$\beta_{\sigma(2 \text{ Passfedern})} = 1,15 \cdot \beta_\sigma$$

Die angegebenen β_σ -Werte gelten für $\tau_{tm}/\sigma_{ba} = 0.5$ und sind Richtwerte

Für $\tau_{tm}/\sigma_{ba} > 0.5$ sinken die Kerbwirkungszahlen

Bei reiner Umlaufbiegung erhöht sich die Kerbwirkungszahl um Faktor 1.3

Entwurfsrichtlinien Passungen

Toleranz der Passfederbreite h9

Art des Sitzes	Toleranzen				Eigenschaften des Sitzes
	Nutbreite		Nenndurchmesser		
	Welle	Nabe	Welle	Nabe	
Gleitsitz	H8	D10	g6	H7	beweglich
Übergangssitz	N9	J9	h7	H8	leicht montierbar
Fester Sitz (gut abziehbar)	P9	P9	h7	H7	für seltene Montage
Fester Sitz (schwer abziehbar)	P9	P9	k6	H7	robust, für seltene Demontage

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Entwurfsrichtlinien

Bild (B011wnvZ) Geometrische Grössen an der Passfeder-Verbindung

Material der Nabe	D	L_N
St, GS	$1.6-1.8 \cdot d$	$1.6-1.8 \cdot d$
GG	$1.8-2.0 \cdot d$	$1.8-2.0 \cdot d$

Tabelle (T007wnvZ) Nabengeometrie

Länge der Feder < Länge der Nabe

Rückenspiel

Passung

- Feder: h9
- Nut: verschiebbar D10 / fest J9–P9

Wechselnde Drehmomente

→ Übermasspassung
Welle / Nabe

Entwurfsrichtlinien

Gleichmässige Momenten-Ein- bzw. -Ausleitung

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Scheibfeder-Verbindungen

B013wnvZ

Einfache Herstellung

Nur kleine, konstante Drehmomente

Dimensionierung analog Passfeder

Keilwellen- Verbindung

Eignung:

- grosse Drehmomente
- auch stossartig und wechselnd
- mässige Kerbwirkung in Biegung, grösser in Torsion
- axial verschiebbar
- azimuthal in Teilung verstellbar
- für genauen Rundlauf geeignet

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Keilwellen- Verbindung

Innenzentrierung
für genauen Rundlauf

B016wnvZ

Flankenzentrierung
für stossartige und
wechselnde Momente

B017wnvZ

Dimensionierung

B018wnvZ

wobei

- L = Nabenlänge
- i = Anzahl Keile
- $\varphi = 0.75$ für Innenzentrierung
- $\varphi = 0.90$ für Flankenzentrierung

$$M_t \leq h L p_{zul} r_m \varphi i$$

mit

$$r_m = \frac{d_1 + d_2}{4}$$

$$h = \frac{1}{2} (d_2 - d_1)$$

$$p_{zul} = \frac{\sigma_F}{S_F} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\sigma_B}{S_B}$$

$$S_F: 1.6-2$$

$$S_B: 4-5$$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Kerzbahn-Verbindung; Zahnwellen-Verbindung

Kerzbahn-Verbindung

B019wnvZ

Evolventen-Verbindung

B020wnvZ

Dimensionierung

B021wnvZ

$$F_u = \frac{M_t}{r_m \cdot \varphi \cdot i}$$

$$p = \frac{F_N}{L h} = \frac{F_u}{L h \cos \alpha} = \frac{M_t}{r_m \cdot 0.75 i \cdot L h \cos \alpha}$$

$$p \leq p_{zul}$$

Vorteil:

- kleinere Kerbwirkung
- azimuthal in Stufen drehbar

Nachteil:

- zusätzliche radiale Kräfte

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Polygonprofil

Typ P3G

Typ P4G

Vorteile: Reduzierte Kerbwirkung

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Reibschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen

Kraftübertragung tangential zur Fügefläche zwischen Welle und Nabe durch Haftreibung.

→ Speicherung elastischer Energie zur Aufbringung der Normalkraft zwischen Welle und Nabe

$$F \leq F_R = \mu \cdot F_N$$

Prinzipbedingt: Haftreibung ist nicht gerichtet, sondern orientiert sich nach der angreifenden Kraft

→ immer zugleich axiale wie radiale Unverschieblichkeit

→ kleiner Bauraum möglich

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Reibschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen

Beispiele

geschlitzte Klemmung

Kegelsitz

Ringfeder-Spannelement

Presssitz

Toleranzring

Ringspann-Sternscheiben

Beispiele

Ölpressverband

Ölpressverband mit Kegelbüchse

Doppelkegel spannsatz

Spannhülse

3K-Kreisprofil

Klemmverbindung

a) Nabe geteilt

b) Nabe geschlitzt

z : Anzahl Schrauben

F_s : Schraubenkraft

Gestaltungshinweise:

- leichte Presssitze / Übergangssitze
- weiche Naben

so dass:

- gleichmässige Kraftverteilung auf Umfang $p(\varphi) = \text{const}$

Gleichgewicht

$$dM_t = dF_R \frac{d}{2}$$

$$dF_R = p \mu dA$$

$$M_T = \iint p \mu \frac{d^2}{4} d\phi dl$$

$$M_T = \frac{1}{2} p \mu d^2 \pi L$$

Die somit minimale Bedingung für p ist die Übertragbarkeit des Moments:

$$p > \frac{2 M_T}{d^2 \mu \pi L}$$

bzw. mit Rutsicherheit S_R

$$p > \frac{2 M_T S_R}{d^2 \mu \pi L}$$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Zulässige Pressung

- Die maximale Pressung p ist durch Festigkeit von Welle oder Nabe gegeben.
- Siehe dazu „Druckbeanspruchung rotationssymmetrischer Körper“

$$\text{Nabe zäh: } \sigma_V = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_\varphi - \sigma_r < \sigma_{Zul} = \frac{\sigma_F}{S_F}$$

$$\text{Nabe spröd: } \sigma_V = \sigma_1 = \sigma_\varphi < \sigma_{Zul} = \frac{\sigma_B}{S_B}$$

$$\text{Welle hohl: } \sigma_V = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_\varphi < \sigma_{Zul} = \frac{\sigma_F}{S_F}$$

$$\text{Welle voll: } \sigma_V = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_r = \sigma_\varphi < \sigma_{Zul} = \frac{\sigma_F}{S_F}$$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Klemmverbindung mit geteilter Nabe

— Kräftegleichgewicht:

$$p \cdot d \cdot L = \sum F_S = z \cdot F_S$$

$$\text{mit } p = \frac{2 M_T S_R}{d^2 \pi \mu L}$$

wird

$$F_S \geq \frac{2 M_T S_R}{\mu \pi d z}$$

Klemmverbindung mit geschlitzter Nabe

Analyse und Vergleich von zwei Fällen

B039wnvZ

B041wnvZ

— Kraftangriff konzentriert

— Spiel

— leichter
Presssitz / Übergangssitz
(H7 / n6; H7 / k6; K7 /
h6)

— weiche Nabe

Kraftangriff konzentriert

$$2 F_N \cdot \mu \cdot \frac{d}{2} = M_T$$

Gleichgewichtsmomente

$$F_N > \frac{M_T S_R}{\mu \cdot d}$$

Kräftegleichgewicht an halber Nabe

$$z F_S l_2 - F_N l_1 - \frac{F_N \mu d}{2} - M_1 = 0$$

$$F_S \geq \frac{M_T l_1 S_R}{z \mu d l_2} + \frac{M_1}{z l_2}$$

Term mit $F_N \cdot \mu$ vernachlässigbar

M_1 nur vorhanden, wenn Deformation notwendig (Spiel, harte Nabe)

Falls M_1 vernachlässigbar:

$$F_S \geq \frac{M_T l_1 S_R}{z \mu d l_2}$$

Verteilter Kraftangriff

B041wnvZ

$$p > \frac{2 M_T \cdot S_R}{d^2 \cdot \mu \cdot \pi \cdot L}$$

Wie berechnet

Kräftegleichgewicht an halber Nabe $l_1 \cdot F_S \cdot l_2 = p \cdot d \cdot L \cdot l_1 = \cancel{(\dots)} - \cancel{M_1} = 0$

folgt

$$F_S \geq \frac{2 M_T l_1 S_R}{d \mu \pi z l_2}$$

Vergleich

$$F_{S\text{verteilt}} = \frac{2}{\pi} F_{S\text{konzentriert}}$$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Axiale Klemmung

B043wnvZ

B044wnvZ

$$dM - dF_R \cdot r = 0$$

Moment

$$dF_R = p_i \cdot \mu_i \cdot r \cdot dr \cdot r \cdot d\phi$$

$$M_i = \iint p_i \mu_i r^2 dr d\phi = \frac{1}{3} (r_{ai}^3 - r_i^3) 2\pi p_i \mu_i$$

$$p_i = \frac{F_v}{\pi (r_{ai}^2 - r_i^2)}$$

übertragbares Moment über linke und rechte Schulter mit Annahme

μ überall identisch

$$M = M_1 + M_2 = \frac{2}{3} \mu \cdot F_v \left(\frac{r_{a1}^3 - r_i^3}{r_{a1}^2 - r_i^2} + \frac{r_{a2}^3 - r_i^3}{r_{a2}^2 - r_i^2} \right)$$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWE

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Zylindrischer Pressverband, Querpresssitz

Vorteile:

- keine Zwischenelemente
- kleinster Bauraum
- Übertragung wechselnder und stossartiger Momente
- Aufnahme hoher Axialkräfte
- Selbstzentrierung, keine Unwucht
- einfache Montage
- kleiner Fertigungsaufwand

Nachteile:

- keine axiale Verschieblichkeit
- Demontage problematisch
- Einhaltung der Vorschriften zwingend
- Auslegung schwierig
- Keine Nachstellbarkeit (Orientierung, Spannung)

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Zylindrischer Pressverband, Querpresssitz

Presssitz

- Längspressverband: Axiales Einpressen
- Querpressverband: Radiales Schrumpfen, Schrumpfsitz

Indizierung: W = Wellenteil, N = Nabenteil, a = aussen, i = innen

Beispiel: d_{Wa} = Aussendurchmesser der Welle

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Zylindrischer Pressverband, Querpresssitz

Vor dem Fügen

$$d_{Wa} > d_{Ni}$$

Nach dem Fügen

$$d_{Wa} = d_{Ni} = d_F$$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Minimaler Fugendruck $p_{\min}$

Umfangskraft

$$F_u = \frac{2 \cdot M_t}{d}$$

Axiale Kraft

$$F_a$$

Resultierende Kraft

$$F_{\text{res}} = \sqrt{F_u^2 + F_a^2}$$

Diese Kraft muss durch eine Reibkraft aufgebracht werden; überhöht mit Rutschsicherheit S_R

⇒ minimaler Fugendruck: Reibung auf einem Flächenelement

$$F_{\text{res}} \cdot S_R = F_R = F_N \mu_H = p A \mu_H = p \mu_H \pi d \ell$$

$$p_{\min} = \frac{F_{\text{res}} \cdot S_R}{\mu_H \cdot A}$$

kleinster Reibbeiwert

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Reibbeiwerte

Nabe	St 50		GG		Al; Mg; Ms
Schmier- zustand	Maschinen- öl	trocken	Maschinen- öl	trocken	trocken
Bereich für μ	0.04– <u>0.1</u> – 0.25	0.15– <u>0.2</u> – 0.35	0.1	0.06– <u>0.1</u> – 0.18	0.02– <u>0.1</u> – 0.15

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Maximaler Fugendruck $p_{\max}$

In Welle und Nabe darf die zulässige Spannung nicht überschritten werden

B056wnvS

σ_{rN} = Radialspannungen in der Nabe

σ_{rW} = Radialspannungen in der Welle

σ_{tN} = Tangentialspannungen in der Nabe

σ_{tW} = Tangentialspannungen in der Welle

Für Welle und Nabe gilt an der Berührfläche:

$$\sigma_r \left(\frac{d_F}{2} \right) = -p \quad \Rightarrow \quad \sigma_{VN}, \sigma_{VW}; \quad \sigma_{Vi} < \sigma_{zuli}$$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Das Übermass U

$$U = d_{Wa} - d_{Ni} \quad \Rightarrow \text{So wählen, dass } p_{\min} < p < p_{\max}$$

Rauhigkeit $\rightarrow$ Haftmass $Z = 2(u_{Ni} - u_{Wa}) \quad \Rightarrow \quad U = Z + G$

$$G = 0.8 \cdot (R_{Wa} + R_{Ni})$$

u = radiale Verschiebungen,
 $u > 0$, wenn Verschiebung
 nach aussen

Umgang mit Toleranzen

Fertigungstechnisch besitzen sowohl Welle als auch Nabe ein endliches Toleranzfeld

$$U_{\max} = d_{Wa\ max} - d_{Ni\ min}$$

⇒ so dass $p < p_{\max}$

$$U_{\min} = d_{Wa\ min} - d_{Ni\ max}$$

⇒ so dass $p > p_{\min}$

Radiale Deformation:

$$2(u_{Ni} - u_{Wa}) = Z = U_{\max} - G \quad (\text{bei } p_{\max})$$

$$2(u_{Ni} - u_{Wa}) = Z = U_{\min} - G \quad (\text{bei } p_{\min})$$

Maximaler Fugendruck $p_{\max}$

In Welle und Nabe darf die zulässige Spannung nicht überschritten werden

B056wnvS

σ_{rN} = Radialspannungen in der Nabe

σ_{rW} = Radialspannungen in der Welle

σ_{tN} = Tangentialspannungen in der Nabe

σ_{tW} = Tangentialspannungen in der Welle

Für Welle und Nabe gilt an der Berührfläche:

$$\sigma_r \left(\frac{d_F}{2} \right) = -p \quad \Rightarrow \quad \sigma_{VN}, \sigma_{VW}; \quad \sigma_{Vi} < \sigma_{zuli}$$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Spannungsfeld rotationssymmetrischer Spannungszustand

$$\sigma_r = \frac{1}{r_a^2 - r_i^2} \left[\sigma_{ra} \cdot r_a^2 - \sigma_{ri} \cdot r_i^2 + (\sigma_{ri} - \sigma_{ra}) \frac{r_a^2 \cdot r_i^2}{r^2} \right];$$

$$\sigma_\varphi = \frac{1}{r_a^2 - r_i^2} \left[\sigma_{ra} \cdot r_a^2 - \sigma_{ri} \cdot r_i^2 - (\sigma_{ri} - \sigma_{ra}) \frac{r_a^2 \cdot r_i^2}{r^2} \right];$$

Kinematik:

$$\varepsilon_\varphi = \frac{(r + u) \cdot d\varphi - r \cdot d\varphi}{r \cdot d\varphi}$$

Hookesches Gesetz (ESZ):

$$\frac{u}{r} = \varepsilon_\varphi = \frac{1}{E} (\sigma_\varphi - \nu \sigma_r)$$

$$u = ar + \frac{b}{r}$$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Radiale Dehnungen

Radiale Verschiebung $u = ar + \frac{b}{r}$

Durchmesserverhältnisse $\chi = \frac{d_i}{d_a}$, $\chi_W = \frac{d_{Wi}}{d_F}$, $\chi_N = \frac{d_F}{d_{Na}}$

Druckbelastung auf Oberflächen $p = -\sigma$

Für ESZ $a = \frac{1-\nu}{E} \cdot \frac{\chi^2 p_i - p_a}{1-\chi^2}$ $b = \frac{1+\nu}{E} (p_i - p_a) \frac{r_a^2 \chi^2}{1-\chi^2}$

Randbedingungen $p_{Na} = -\sigma_{Nra} = 0$, $p_{Wi} = -\sigma_{Wri} = 0$,
 $p_{Ni} = -\sigma_{Nri} = p$, $p_{Wa} = -\sigma_{Wra} = p$

Anwendung der Randbedingungen auf Welle und Nabe

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Radiale Dehnungen

Anwendung der Randbedingungen auf Welle und Nabe

Welle
$$a_W = \frac{1 - \nu_W}{E_W} \cdot \frac{-p}{1 - \chi_W^2} \quad b_W = \frac{1 + \nu_W}{E_W} \cdot (-p) \cdot \frac{r_{Wa}^2 \cdot \chi_W^2}{1 - \chi_W^2}$$

für r_{Wa} wird die Verschiebung zu

$$u_{Wa} = \frac{-p \cdot r_{Wa}}{(1 - \chi_W^2) \cdot E_W} \cdot \left(1 - \nu_W + \chi_W^2 (1 + \nu_W)\right)$$

Nabe
$$a_N = \frac{1 - \nu_N}{E_N} \cdot \frac{\chi_N^2 \cdot p}{1 - \chi_N^2} \quad b_N = \frac{1 + \nu_N}{E_N} \cdot \frac{p \cdot r_{Na}^2 \cdot \chi_N^2}{1 - \chi_N^2}$$

für r_{Ni} wird die Verschiebung zu

$$u_{Ni} = \frac{p \cdot r_{Ni}}{E} \left(\nu_N + \frac{1 + \chi_N^2}{1 - \chi_N^2} \right)$$

beides in Funktion von p

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Radiale Dehnungen

Hilfsfunktion $H = \frac{1 + \chi^2}{1 - \chi^2}$

Verschiebungen der Fügeflächen von Welle und Nabe:

$$u_{Wa} = -\frac{d_F p}{2E_W} (H_W - \nu_W)$$

$$u_{Ni} = -\frac{d_F p}{2E_N} (H_N + \nu_N)$$

Haftmass $Z = u_{Ni} - u_{Wa} = -\frac{d_F p}{E_N} \left[\frac{E_N}{E_W} (H_W - \nu_W) + H_N + \nu_N \right]$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Radiale Dehnungen / minimales / maximales Übermass

Minimales Übermass $U_{\min} = 2[u_{Ni}(p_{\min}) - u_{Wa}(p_{\min})] + G$
mit $p_{\min}$ eingesetzt

→ notwendig für die Rutschsicherheit

Maximales Übermass $U_{\max} = 2[u_{Ni}(p_{\max}) - u_{Wa}(p_{\max})] + G$
mit $p_{\max}$ eingesetzt

→ notwendig für den Festigkeitsnachweis

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Spannungen/ maximales Übermass

Spannungen

$$\sigma_t = A + \frac{B}{r^2}$$

$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2}$$

wobei

$$A = \frac{\chi^2 p_i - p_a}{1 - \chi^2} \quad B = (p_i - p_a) \frac{r_a^2 \chi^2}{1 - \chi^2}$$

Vergleichsspannung SH nach Tresca: $\sigma_v = |\sigma_{\max} - \sigma_{\min}|$

Nabe: Tangentialspannung ist Zug, Radialspannung ist Druck, Längsspannung ist 0 →

$$\sigma_v = |\sigma_t - \sigma_r| = \left| A + \frac{B}{r^2} - A + \frac{B}{r^2} \right| = \left| \frac{2B}{r^2} \right|$$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Spannungen/ maximales Übermass

Maximale Vergleichsspannung bei r_{wi}

$$\sigma_{vW} = \left| \frac{2 B}{r_{wi}^2} \right| = \left| \frac{-2 p \cdot r_{Wa}^2 \cdot \chi_W^2}{(1 - \chi_W^2) r_{wi}^2} \right| = \left| \frac{2 p}{1 - \chi_W^2} \right|$$

Es muss gelten

$$\sigma_{vW} < \sigma_{zulW}$$

Somit
$$p_{maxW} \leq \frac{\sigma_{zulW} (1 - \chi_W^2)}{2}$$

Bei Vollwelle:

$$\sigma_{min} = \sigma_r = \sigma_\varphi = -p \quad , \quad \sigma_{max} = \sigma_z = 0$$

Festigkeitsbedingung
$$\sigma_v = p_{max} < \sigma_{zulW}$$

Spannungen/ maximales Übermass

Maximale Vergleichsspannung bei r_{Ni}

$$\sigma_{VN} = \frac{2 B}{r_{Ni}^2} = \frac{2 p r_{Na}^2 \chi_N^2}{(1 - \chi_N^2) r_{Ni}^2} = \frac{2 p}{1 - \chi_N^2}$$

Es muss gelten

$$\sigma_{VN} \leq \sigma_{zuIN}$$

somit

$$p_{maxN} \leq \frac{\sigma_{zuIN} \cdot (1 - \chi_N^2)}{2}$$

Bemerkung: bei sprödem Material muss Herleitung angepasst werden → (Normalspannungshypothese)

Maximales Übermass

Relevanter maximaler Druck ist Minimum von $p_{\max W}$, $p_{\max N}$

$$p_{\max} = \min(p_{\max N}, p_{\max W})$$

Maximales Übermass

$$U_{\max} = 2[u_{Ni}(p_{\max}) - u_{Wa}(p_{\max})] + G$$

mit $p_{\max}$ eingesetzt

Somit sind beide U definiert.

$$\Rightarrow U_{\max}, U_{\min}$$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Fügetemperatur beim Schrumpfen

$$-\Delta U_W + \Delta U_N = U_{\max} + U_f$$

$$\Delta U_W = \Delta t_W \cdot \alpha_W \cdot d$$

Fügespiel $\cong d \cdot 10^{-3}$

$$\Delta U_N = \Delta t_N \cdot \alpha_N \cdot d$$

Δt [°C]	Mittel
100	Wasserbad
370	Ölbad
700	Ofen / Flammbrenner
-70	Trockeneis
-190	flüssige Luft

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Längspresssitz

Einführfase zum axialen Einpressen vorsehen:

$$\alpha \leq 5^\circ \quad \text{und} \quad l_e \approx \sqrt[3]{d_F}$$

Elastisch – plastischer Pressverband

Rechenbeispiel: $\chi_N = 0.5$
 $S_F = 1.2$ nach VDI 2226 am unteren Ende

$$H_N = \frac{1 + \chi_N^2}{1 - \chi_N^2} = 1.67 \Rightarrow \sigma_{vN} = 2.67 p$$

$$p_{zul} = \frac{R_{eN}}{1.2 \cdot 2.67} = 0.31 \cdot R_{eN}$$

Ein Grossteil (2/3) der Streckgrenze wird benötigt um parasitäre Tangentialspannungen zu übertragen, anstatt für den Aufbau von Fugendruck zur Verfügung zu stehen.

- Ein Teil der Nabe im Inneren plastiziert, aussen bleibt sie elastisch
d.h. Stützwirkung: Plastizierung für $r < \rho_A$ (Plastizitätsradius)
 - Die Welle muss elastisch bleiben, weil sie nur vollplastisch werden kann und dann unbegrenzt fliesst. $p < R_{eW}$
 - Plastizierungsbedingung $\sigma_v = R_{eN}$ für $r = \rho_A$
- Vor. gleiche Materialien Welle und Nabe, Innenteil voll, ideal plastisch

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Elastisch – plastischer Pressverband

Plastizitätsgrenze nach Schubspannungshypothese

teilweise Plastizierung für $\frac{R_{eN}}{2}(1 - \chi_N^2) < p < \left\{ \begin{array}{l} R_{eN} \text{ für } \chi_N < 0.368 \\ -R_{eN} \ln \chi_N \text{ für } \chi_N > 0.368 \end{array} \right\}$

Mit erforderlichem Fugendruck der der obigen Ungleichung gehorcht, kann der dimensionslose Plastizitätsradius und darüber das Haftmass berechnet werden.

$$Z = \frac{R_{eN} d_F}{E} \zeta_N^2 \quad \text{mit } \zeta_N \text{ aus} \quad \zeta = \frac{\rho}{r_F}$$

$$2 \ln \zeta_N - (\chi_N \cdot \zeta_N)^2 + 1 - 2 \frac{p}{R_{eN}} = 0$$

Falls Z vorgegeben, muss diese folgende Bedingung erfüllen.

$$\frac{R_{eN}}{E} < \frac{Z}{d_F} < \frac{R_{eN}}{E} \zeta_N^2 \quad \text{mit } \zeta_N \text{ aus}$$

$$2 \ln \zeta_N - (\chi_N \cdot \zeta_N)^2 + 1 - 2 \frac{R_{eW}}{R_{eN}} = 0$$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Elastisch – plast. Pressverband

$$R_{eN} = \sigma_{SN}$$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Elemente zur axialen Lagesicherung

B066wnvZ

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Beispiele formschlüssiger Sicherung

Beispiele reibschlüssiger Sicherung

Kegelsitzverbindung

B045wnvZ

Vorteile

- guter Rundlauf
- unwuchtfrei
- grosse Momente auch wechselnd, stossend
- azimuthal frei einstellbar
- gute Mon-, Demontierbarkeit

Nachteile

- axial nicht exakt positioniert
- aufwändige Herstellung

Genormte Kegelerhältnisse $c = \frac{d_1 - d_2}{l}$

- 1:5 leicht lösbar
- 1:10 für schwieriger lösbare Verbindungen
- 1:20 meist für Werkzeuge

Je kleiner der Winkel, desto grösser die Kraftübersetzung

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Dimensionierung der Kegelsitzverbindung

B046wnvZ

$$dM = r(x) dF_{Rt} = r(x) dF_N \mu$$

mit $dF_N = p dA = p r(x) d\varphi ds$

eingesetzt $dM = \mu p r^2(x) d\varphi ds$

integriert über die Gesamtfläche $M = \iint_A dM = \mu p \iint_A r^2(x) d\varphi ds$

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Dimensionierung der Kegelsitzverbindung

Bei flachen Kegeln $r(x) \cong r_m = \frac{d_m}{2}$; $ds = \frac{dx}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$

wird

$$M = 2 \mu p \frac{d_m^2}{4} \pi \cdot l_{tr} \cdot \frac{1}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

mit der Rutsicherheit S_R wird der minimale Druck

$$p > \frac{2 \cdot M \cdot S_R \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\mu \cdot \pi \cdot l_{tr} \cdot d_m^2}$$

für Stahl/geölt:

Nabenmaterial	μ
St, GS	0.07–0.08
GG	0.06
Al-Leg	0.05

Dimensionierung der Kegelsitzverbindung

Auf der maximalen Seite darf p höchstens $p \leq p_{zul}$

mit $p_{zul} \leq \begin{cases} \sigma_S / S_F ; & S_F = 2.5 - 3 \\ \sigma_B / S_B ; & S_B = 2.5 - 3 \end{cases}$
betragen.

p wird durch die Schraubenkraft F_V erzeugt

$$F_N = \iint_A dF_N = \iint p r(x) d\varphi ds = \frac{p \cdot l \cdot d_m \cdot \pi}{\left(\cos \frac{\alpha}{2} \right)}$$

$$F_V = F_N \sin \frac{\alpha}{2} + F_{Ra} \cos \frac{\alpha}{2} = F_N \sin \frac{\alpha}{2} + \mu F_N \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$F_V = p \cdot l \cdot d_m \pi (\tan \alpha + \mu) = p \cdot K$$

$$p_{min} \cdot K \leq F_V \leq p_{zul} \cdot K$$

Kraft für Lösen $F_L = F_N \left(\sin \frac{\alpha}{2} - \mu_L \cos \frac{\alpha}{2} \right)$

Selbsthemmung $\mu_L > \tan \frac{\alpha}{2}$

Montagehilfe für Druckölverband Gestaltung

richtig

unzweckmässig

falsch

Spannelemente

Es existiert eine Vielzahl von standardisierten Spannelementen

B049wnvZ

B051wnvZ

B050wnvZ

Dimensionierung eines Spannelementes

Kräftegleichgewicht am oberen Element

- **x:** $F_1 = F_{N11} \sin \alpha + \mu F_{N11} \cos \alpha + \mu F_{N1}$
- **y:** $F_{N1} = F_{N11} \cos \alpha - \mu F_{N11} \sin \alpha$

Aus y folgt
$$F_{N11} = \frac{F_{N1}}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}$$

Dimensionierung eines Spannelementes

$$F_1 = F_{N1} \left(\frac{(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} + \mu \right) = F_{N1} \left(\frac{\tan \alpha + \mu}{1 - \mu \tan \alpha} + \mu \right)$$

In x eingesetzt

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Dimensionierung eines Spannelementes

Beide Elemente zusammen

- Kräftegleichgewicht y

$$F_{N1} \text{ (oberes Element)} = F_{N1} \text{ (unteres Element)}$$

- Kräftegleichgewicht x

$$F_2 = F_1 - 2 \mu F_{N1} = F_1 - 2 \mu \frac{F_1}{\frac{\tan \alpha + \mu}{1 - \mu \tan \alpha} + \mu}$$

Dimensionierung eines Spannelementes

- Verhältnis von F_2/F_1

$$\frac{F_2}{F_1} = 1 - \frac{2 \mu (1 - \mu \tan \alpha)}{\tan \alpha + 2 \mu} = \frac{\tan \alpha + 2 \mu - 2 \mu - \mu^2}{\tan \alpha + 2 \mu}$$

- Beispiel bei $\alpha = 17^\circ$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha + 2 \mu} \cong \frac{\tan 17^\circ}{\tan 17^\circ + 0.2} \cong 0.6$$

Dimensionierung eines Spannelementes

B053wnvZ

- Je kleiner die Winkel, desto weniger Kraft kann übertragen werden.
- Mehr als 3 Elementpaare lohnen sich nicht.
- Das übertragbare Moment berechnet sich aus der Summe der F_{ni} .

ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing