
Federn



ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Motivation

Federn finden wir überall im täglichen Leben. Sie

- speichern Energie,
- mindern Kräfte, Stösse und
- steigern den Komfort.



Die Studierenden sollen:

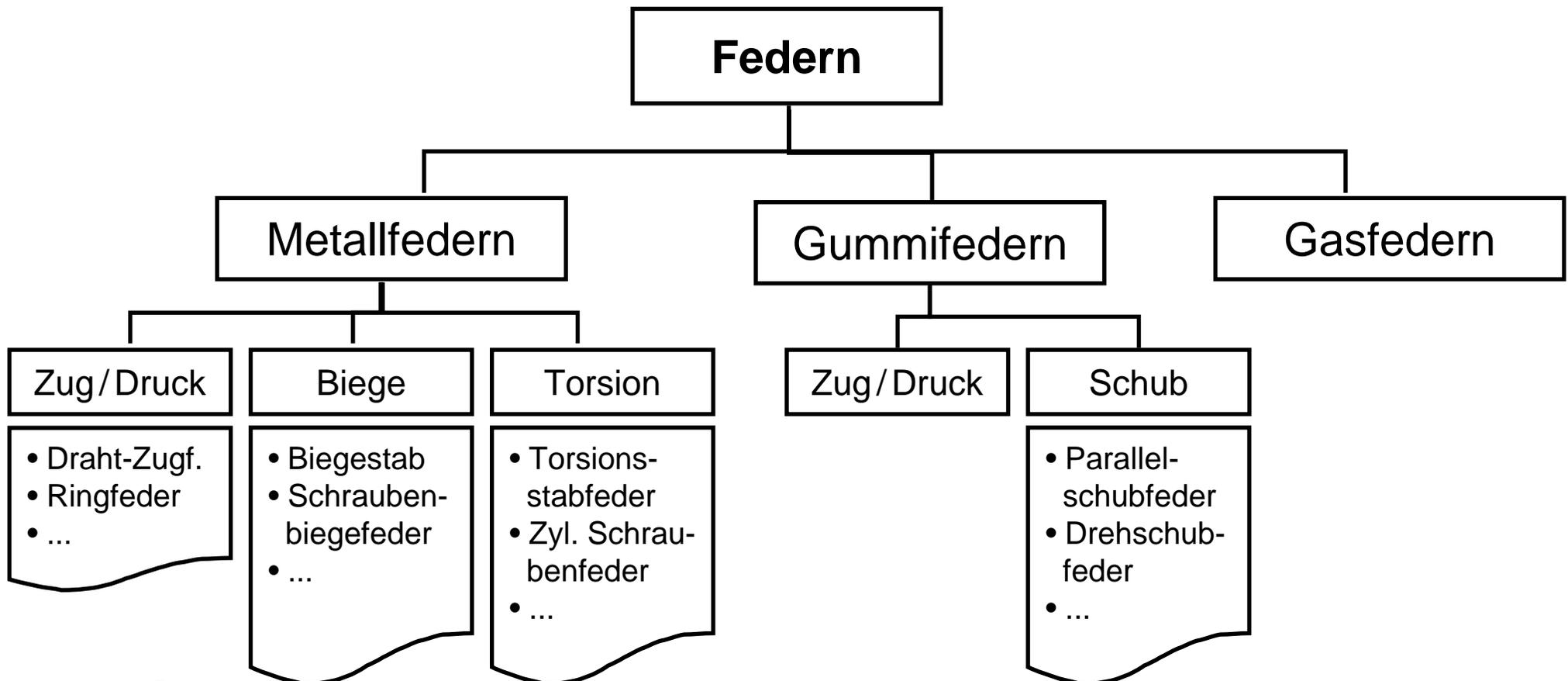
- die Klassierung der einzelnen Federn kennen,
- die charakteristischen Eigenschaften physikalisch verstehen,
- für einzelne Typen von Federn die Kenngrößen bestimmen können,
- in der Lage sein auch spezifische Federtypen zu berechnen und
- einen Überblick über die Werkstoffe und Eigenschaften haben.



Überblick, Klassierung der Federn

Federn verformen sich unter Last und speichern dabei elastische Energie. Bei Entlastung geben sie diese Energie wieder ab. Diesen Vorgang nennt man „federn“

Einteilung nach Material und Beanspruchungsart



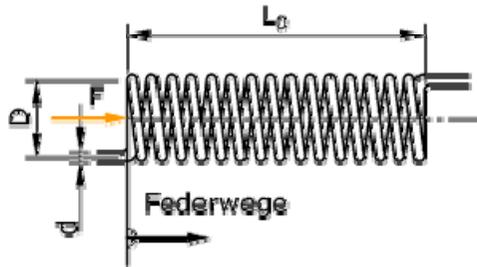
ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

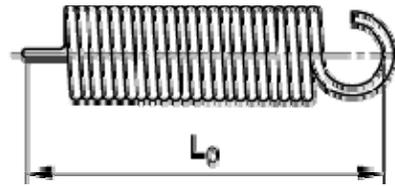
IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

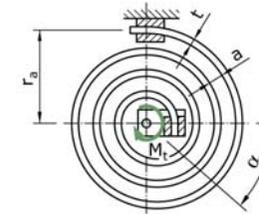
Auswahl von Federn



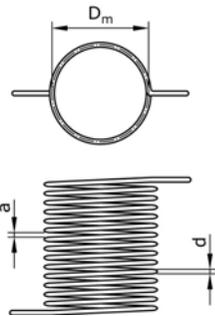
Zylindrische
Schraubenfeder
(Druckfeder)



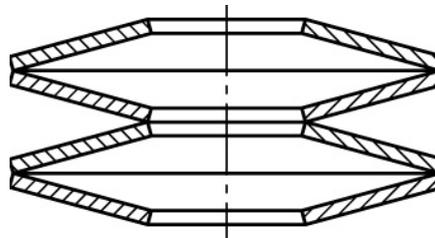
Zylindrische
Schraubenfeder
(Zugfeder)



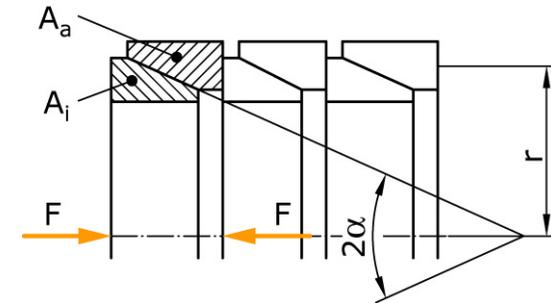
Spiralfeder



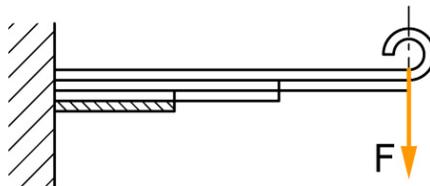
Schenkelfeder



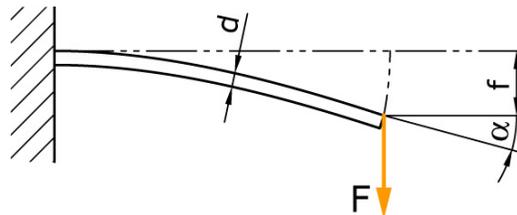
Tellerfeder



Ringfeder



Blattfeder



Stabfeder (Biegestabfeder)

Funktion von Federn

Funktion	Anwendungsbeispiele
Lageenergie speichern und mehr oder weniger schnell abgeben	Uhrenfedern, Federmotoren, Ver- und Entriegelungen, Rückhaltefedern, Beschleunigungshilfen usw.
Stossenergie auffangen und auf längerem Weg bei geringerer Kraft abbauen	Stossfedern bei Fahrzeugen, Pufferfedern, drehelastischen Wellenkupplungen usw.
Bewegungsenergie (kinetische Energie) erzeugen, unterstützen oder zurückführen	Ventilfedern, Rückführung von Steuergestängen usw.
Kinetische Energie von Schwingungserzeugern isolieren, dämpfen oder zwecks Resonanzverschiebung verstimmen	Maschinen- oder Gerätelagerungen, Stossisolierung von Arbeitsmaschinen mit Hammerwirkung
Kräfte verteilen	Fahrzeugfederungen, Polsterungen von Sitz- und Liegemöbeln
Kräfte begrenzen	Pressen, Bohrwerkzeugen usw.
Kräfte bzw. Drücke messen und regeln	Aufgrund des für Federn typischen Zusammenhanges von Kraft und Verformweg
Verbindungskräfte bei Bewegung oder bei Verschleiss aufrecht erhalten	Anpressen von Kontaktflächen bei Dichtungen, Kohlen von Elektromotoren, Strom-Durchführungen, Federgelenken

Federeigenschaften

hohe Energieaufnahme

verlustarme Arbeitsabgabe

gute Werkstoffausnutzung / Volumen-Nutzwert

hohe Ermüdungsfestigkeit

Setzfreiheit

kleiner Bauraum, angepasste Geometrie

Federrate: $\frac{dF}{ds} = R$

Nachgiebigkeit: $\frac{1}{R} = N$



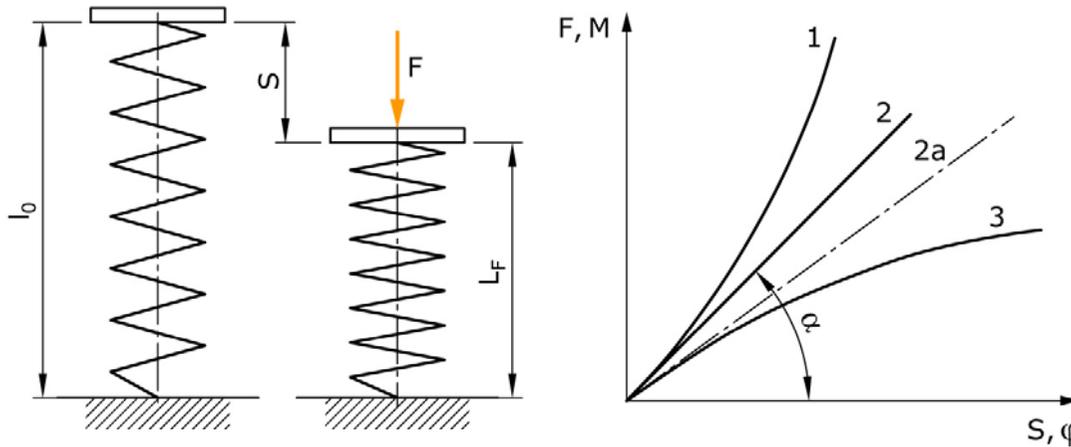
ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Federkennlinien



— 1: progressiv

— 2: linear $R = \frac{F}{S}$

— 3: degressiv

Beispiele und Vorteile der Kennlinien

1: Durchschlagen verhindern;

Eigenfrequenz unabhängig von der Lastmasse
konstant halten

$$\omega = \sqrt{\frac{R}{m}}$$

2: Federwaage

3: Kräfte limitieren (Puffer)

Drehfeder: Umsetzung einer Drehbewegung, Verdrehwinkel φ
in ein Drehmoment M

$$\frac{dM}{d\varphi} = R_t \quad \text{Drehfederrate} \quad [R_t] = Nm$$

$$M = R_t \cdot \varphi \quad \text{lineare Drehfeder}$$



ETH

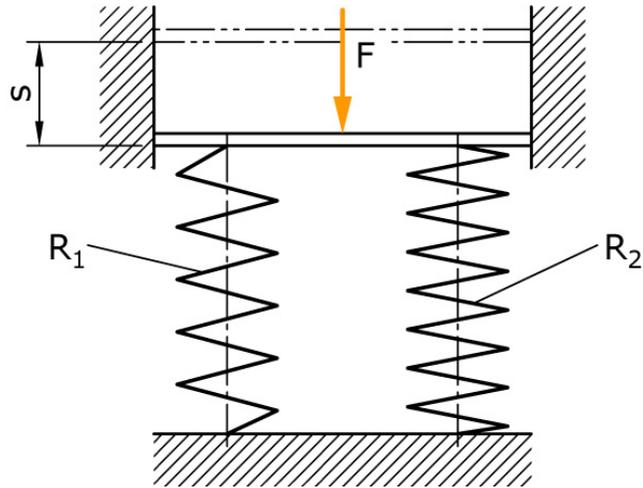
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Gekoppelte Federn: Parallelschaltung

Parallelschaltung ist dadurch gekennzeichnet, dass alle Federn den gleichen Federweg erfahren



$$s_1 = s_2 = \dots = s_n = s$$

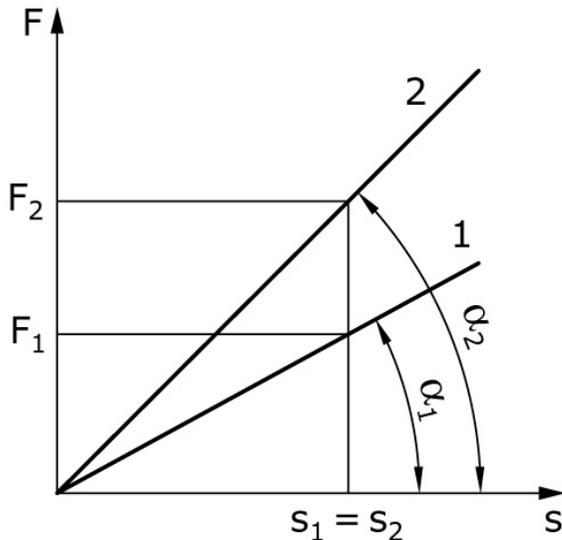
$$F_1 + F_2 + \dots + F_n = F$$

$$F_1 = R_1 \cdot s; F_2 = R_2 \cdot s; \dots F_n = R_n \cdot s$$

$$F = R_1 \cdot s + R_2 \cdot s + \dots + R_n \cdot s$$

$$R = \frac{F}{s} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$$

Bei parallelgeschalteten Federn addieren sich die Federraten



ETH

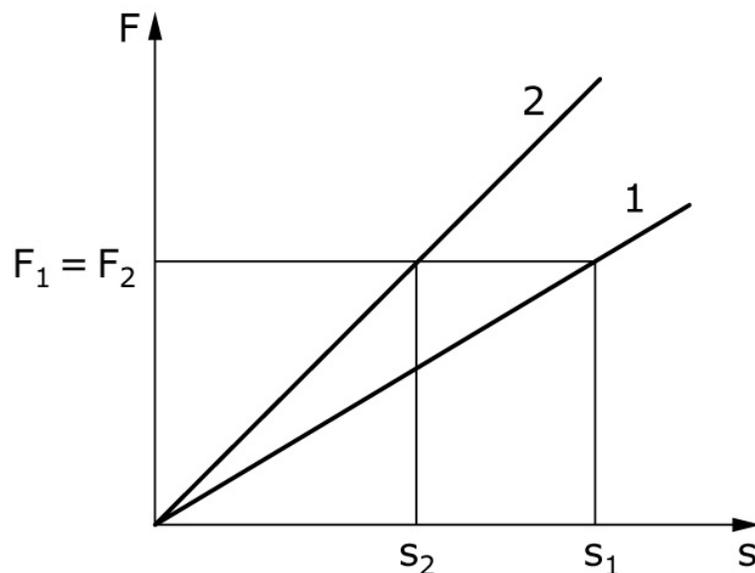
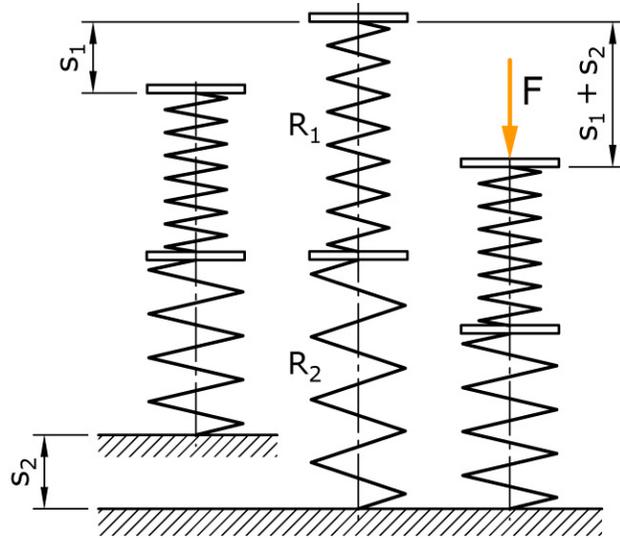
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Gekoppelte Federn: Serien-, Reihenschaltung

Reihenschaltung ist dadurch gekennzeichnet, dass alle Federn die gleiche Last tragen



$$F_1 = F_2 = \dots = F_n = F$$

$$s_1 + s_2 + \dots + s_n = s$$

$$F_1 = R_1 \cdot s_1; F_2 = R_2 \cdot s_2; \dots F_n = R_n \cdot s_n$$

$$\frac{F}{R} = s = s_1 + s_2 + \dots = \frac{F}{R_1} + \frac{F}{R_2} + \dots$$

$$\frac{F}{R} = \frac{F}{R_1} + \frac{F}{R_2} + \dots + \frac{F}{R_n}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

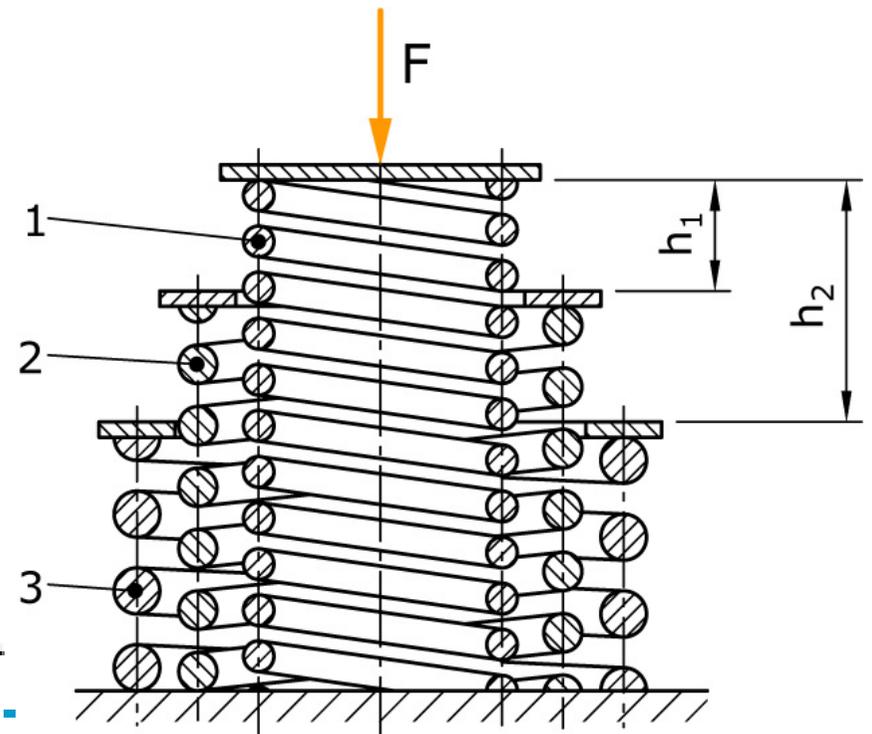
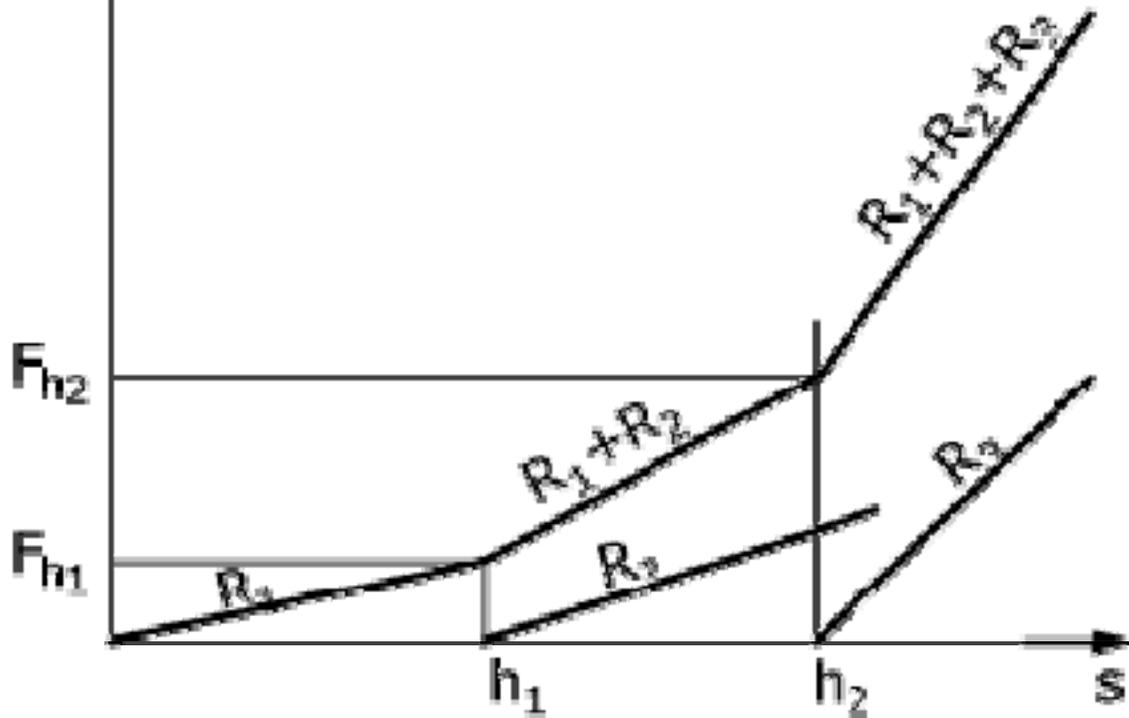
Bei in Reihe geschalteten Federn addieren sich die Nachgiebigkeiten

Kombiniert (Beispiele)

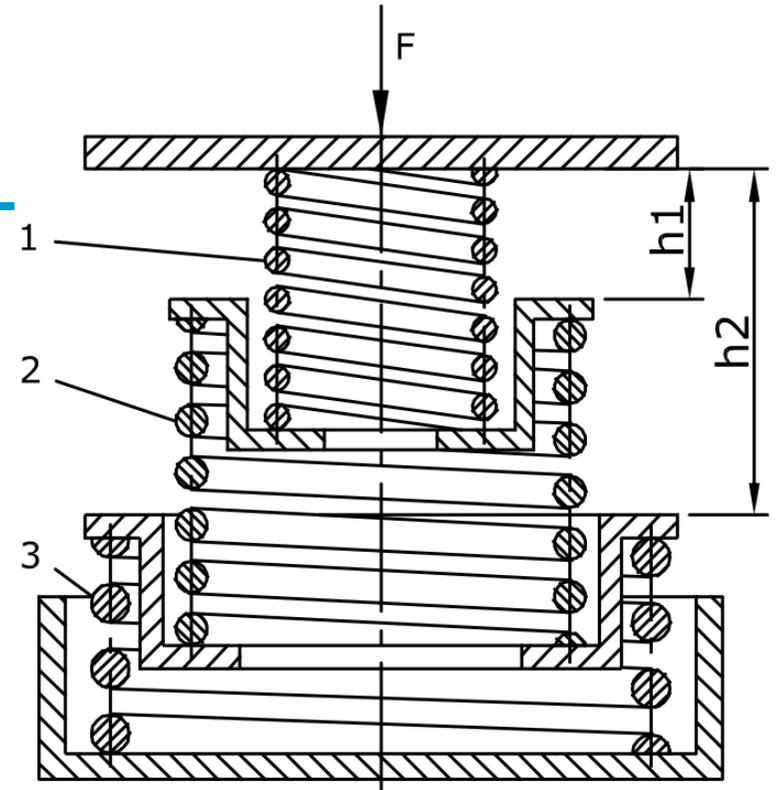
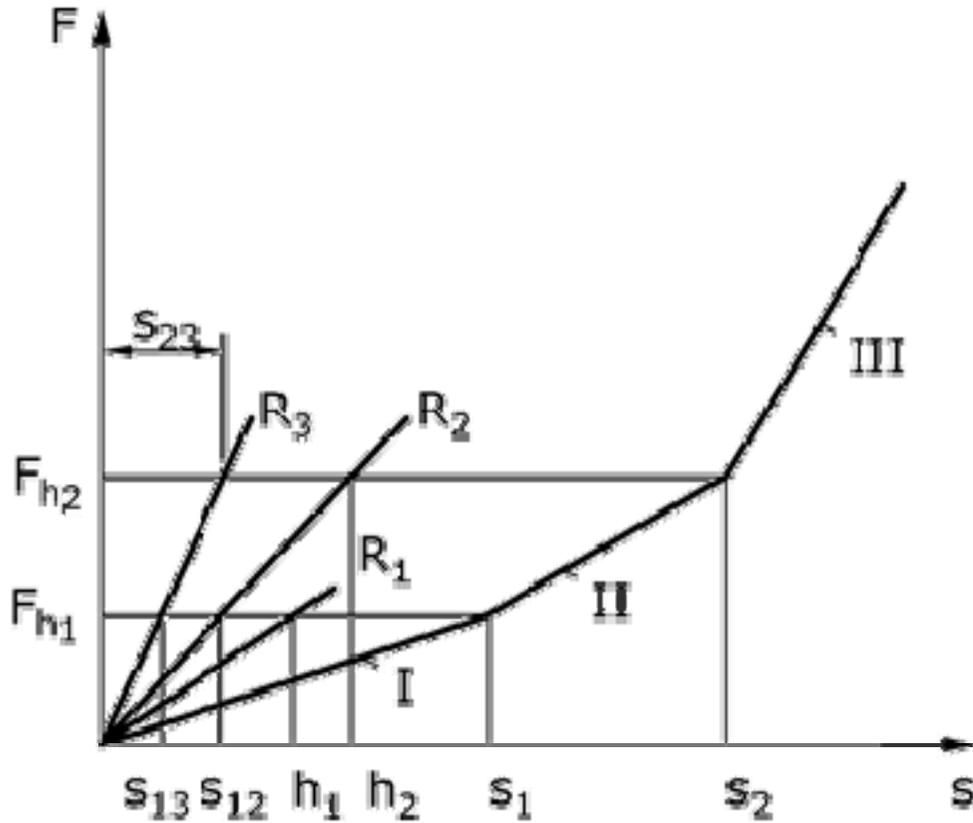
$$R_1 = \frac{F_{h_1}}{h_1} \quad \text{für } F < F_{h_1}$$

$$R_1 + R_2 = \frac{F_{h_2} - F_{h_1}}{h_2 - h_1} \quad \text{für } F_{h_1} < F < F_{h_2}$$

$$R_1 + R_2 + R_3 = \frac{F - F_{h_2}}{s - h_1} \quad ; \text{für } F > F_{h_2}$$



Kombiniert (Beispiele)



B021fedZ

$$I: \frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$II: \frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$III: \frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_2}$$



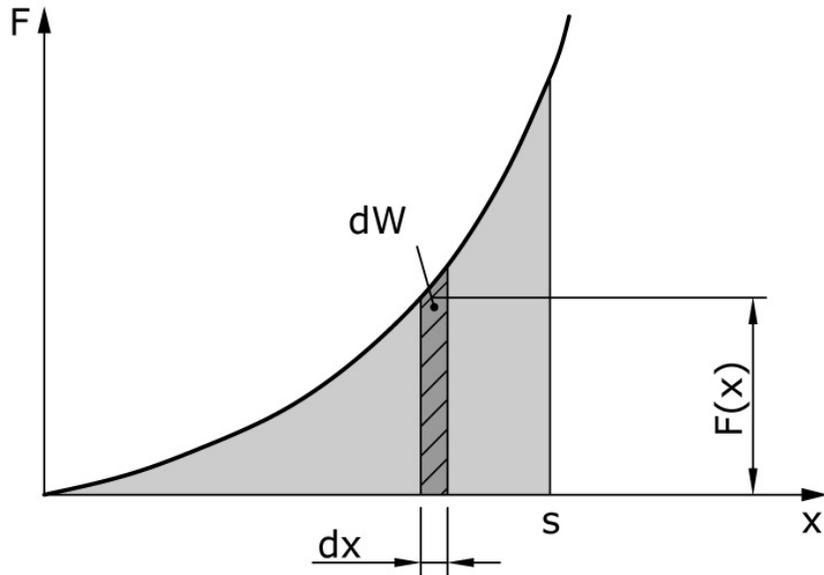
ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Federarbeit



$$dW = F(x) \cdot dx$$

$$W = \int_0^s F(x) \cdot dx$$

— Für lineare Kennlinie:

$$W = \int_0^s R \cdot x \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot R \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot F \cdot s$$



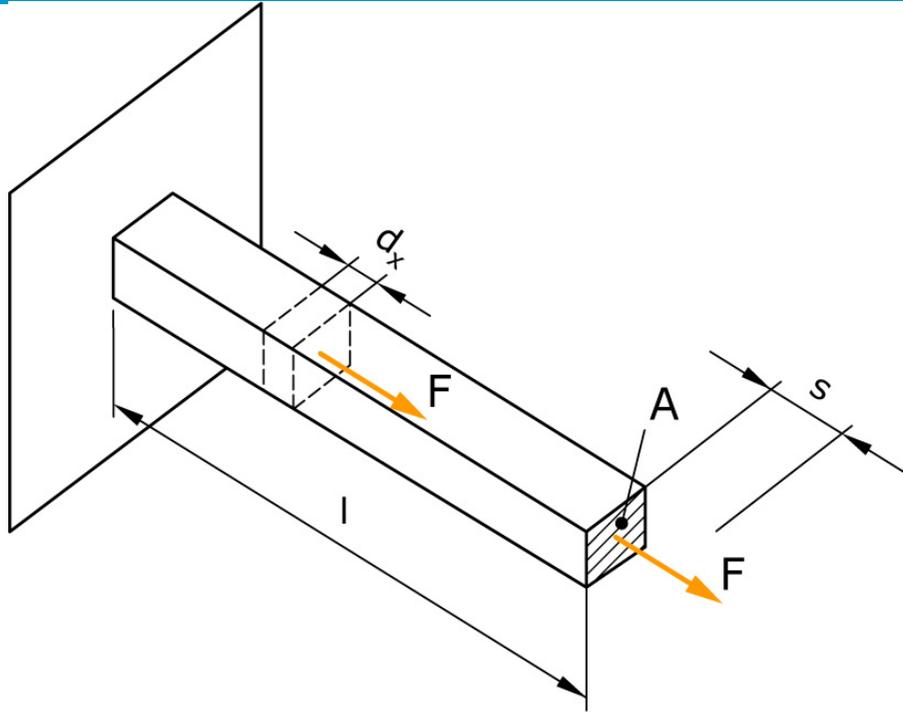
ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Arbeit einer Zugstabfeder



$$W_a = \frac{F \cdot s}{2}$$

$$s = \varepsilon \cdot l = \frac{\sigma}{E} \cdot l$$

$$F = \sigma \cdot A$$

$$W_a = \frac{\sigma \cdot A}{2} \cdot \frac{\sigma}{E} \cdot l = \frac{\sigma^2 \cdot V}{2 \cdot E}$$

maximale Arbeit, wenn σ_{zul}
erreicht:

$$W_a (\text{Zugstabfeder}) = \frac{\sigma_{zul}^2 \cdot V}{2 \cdot E}$$



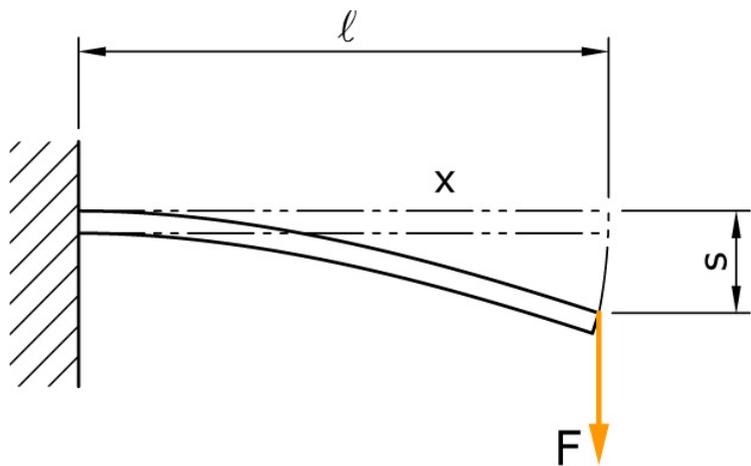
ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Arbeit eines Biegebalkens



$$W_a = \frac{F \cdot s}{2}$$

$$s = \frac{F \cdot l^3}{3 E I} \quad (\text{eingespannter Balken})$$

$$W_a = \frac{F^2 \cdot l^3}{6 E I}$$

$$\sigma = \frac{M_B}{W_B} = \frac{F \cdot l}{I} \cdot \frac{h}{2} = \sigma_{zul} \quad \Rightarrow \quad F = \frac{2 \sigma_{zul} I}{l \cdot h}$$

eingesetzt in W_a

$$W_a = \frac{4 \sigma_{zul}^2 I^2}{l^2 h^2} \cdot \frac{l^3}{6 E I} = \frac{4 \sigma_{zul}^2 I l}{6 h^2 E}$$

mit $I = \frac{b \cdot h^3}{12}$ und $V = b \cdot h \cdot l$

$$W_a = \frac{1}{18} \cdot \frac{\sigma_{zul}^2 V}{E}$$

$$W_a = \frac{1}{9} W_a (\text{Zugstabfeder})$$



ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

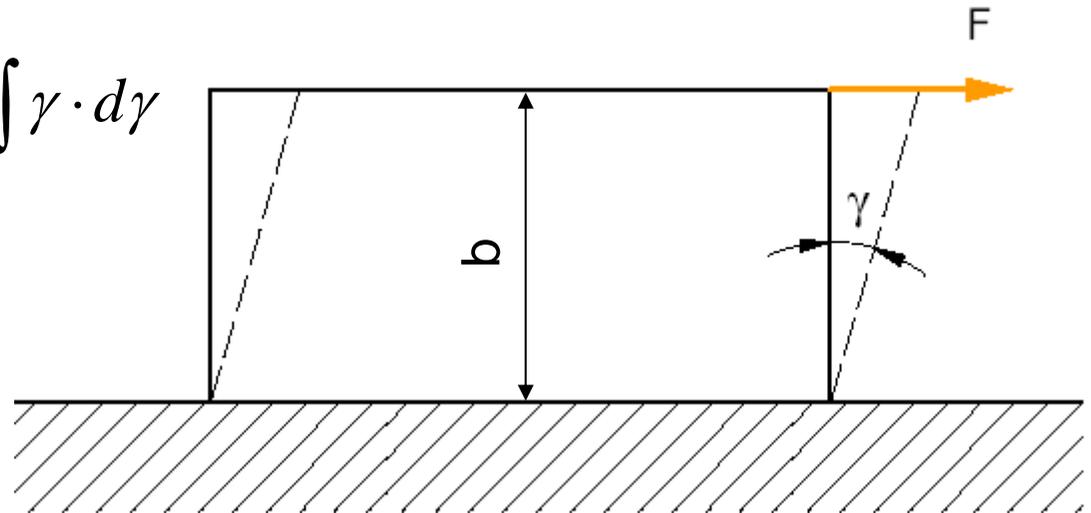
IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Arbeit einer Schubfeder

$$W_a = \int F(s) ds = \int A \tau(\gamma) \cdot b d\gamma = VG \int \gamma \cdot d\gamma$$

$$W_a = V \frac{1}{2} \tau \cdot \gamma \quad , \quad \tau = G\gamma$$



Umrechnung auf Zugspannungsbeanspruchung

$$\tau_{zul} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_{zul} \quad , \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad , \quad \nu = 0.3$$

$$W_a = \frac{\sigma_{zul}^2 V 2(1+\nu)}{3 \cdot 2 \cdot E} = 0.9 \frac{\sigma_{zul}^2 V}{2E} = 0.9 W_a (\text{Zugstabfeder})$$

Ausnutzungsfaktor, Gestaltnutzwert

Der Ausnutzungsfaktor charakterisiert das Arbeitsvermögen in Bezug auf das Arbeitsvermögen, wenn das eingesetzte Werkstoffvolumen vollständig bis an die Grenze beansprucht ist.

Normalspannungen:
$$\eta_A = \frac{W_a(\text{Feder})}{W_a(\text{Zugstabfeder})} = \frac{W_a(\text{Feder})}{\frac{\sigma_{zul}^2 \cdot V}{2 \cdot E}}$$

Schubspannungen:
$$\eta_{ASchub} = \frac{W_a(\text{Feder})}{W_a(\text{Schubfeder})} = \frac{W_a(\text{Feder})}{\frac{\tau_{zul}^2 V}{2G}}$$

Für einen einseitig eingespannten Biegebalken
$$\eta_A = \frac{1/18 \cdot \sigma_{zul}^2 \cdot V/E}{1/2 \cdot \sigma_{zul}^2 \cdot V/E} = 1/9$$

Für einen Vollkreisquerschnitt als Torsionsstab
$$\eta_{ASchub} = \frac{W_a(\text{Feder})}{W_a(\text{Schubfeder})} = \frac{\tau_{zul}^2 V/4G}{\tau_{zul}^2 V/2G} = \frac{1}{2}$$



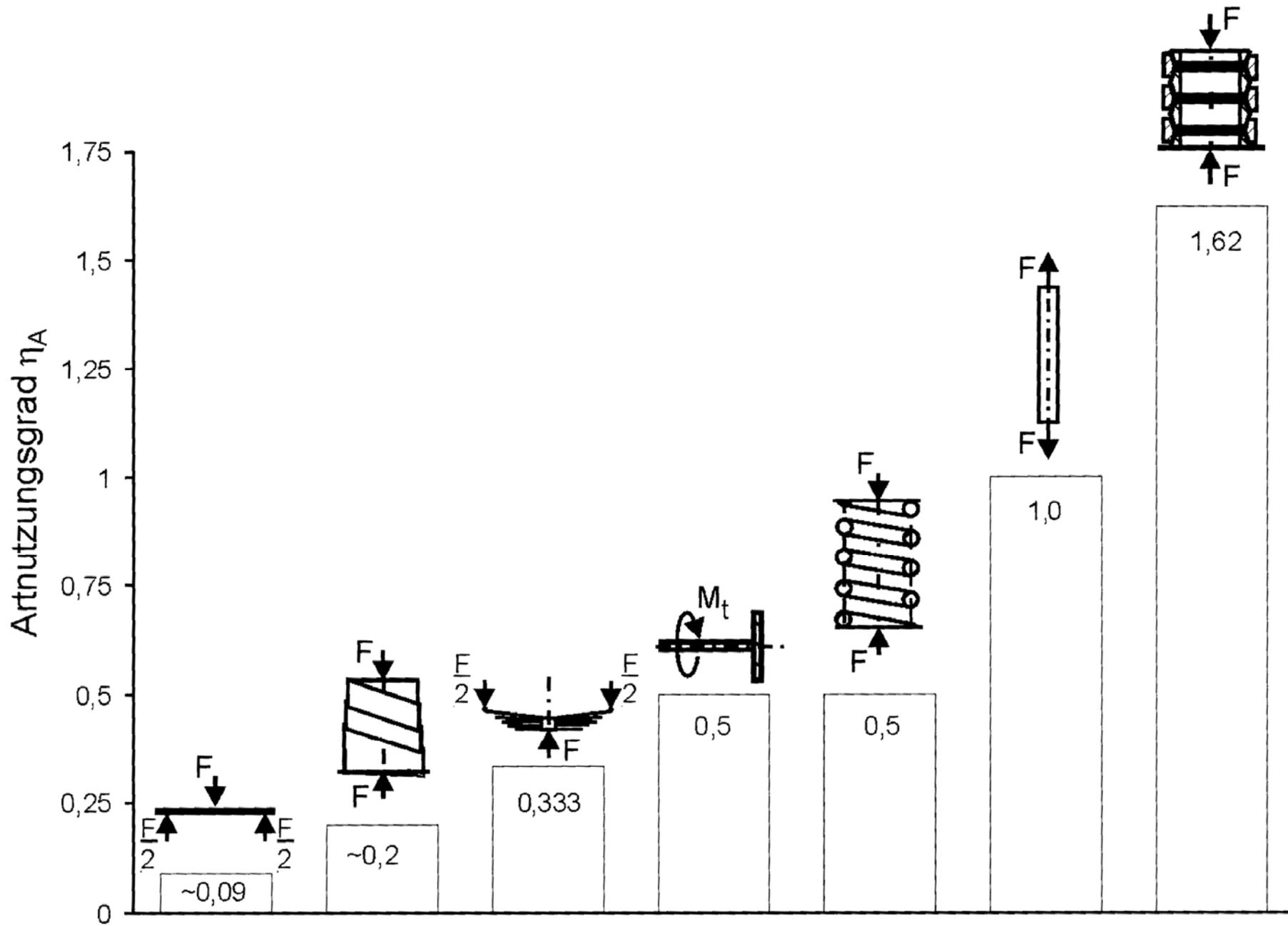
ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

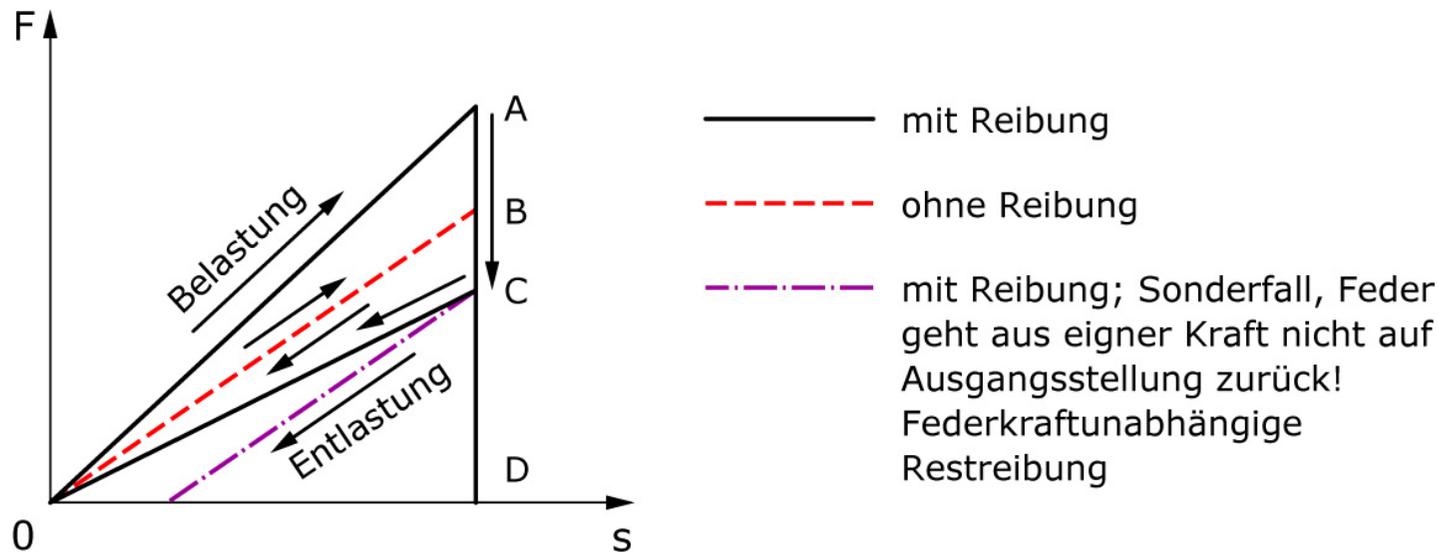
Ausnutzungsfaktor



Wirkungsgrad/ Dämpfungswert

durch innere und äussere Reibung
geht gespeicherte Energie verloren

Wirkungsgrad $\eta_W = \frac{\text{zurückgewonnene Arbeit}}{\text{aufgewendete Arbeit}} = \frac{\text{abgegebene Federarbeit}}{\text{aufgenommene Federarbeit}} = \frac{W'}{W}$



Dämpfungswert $\delta = \frac{W - W'}{W + W'} = \frac{\text{Verlustarbeit}}{\text{Arbeitsumsatz}}$

innere Reibung durch Material: z.B. Gummifedern

äussere Reibung durch Kontaktreibung: z.B. Tellerfedern



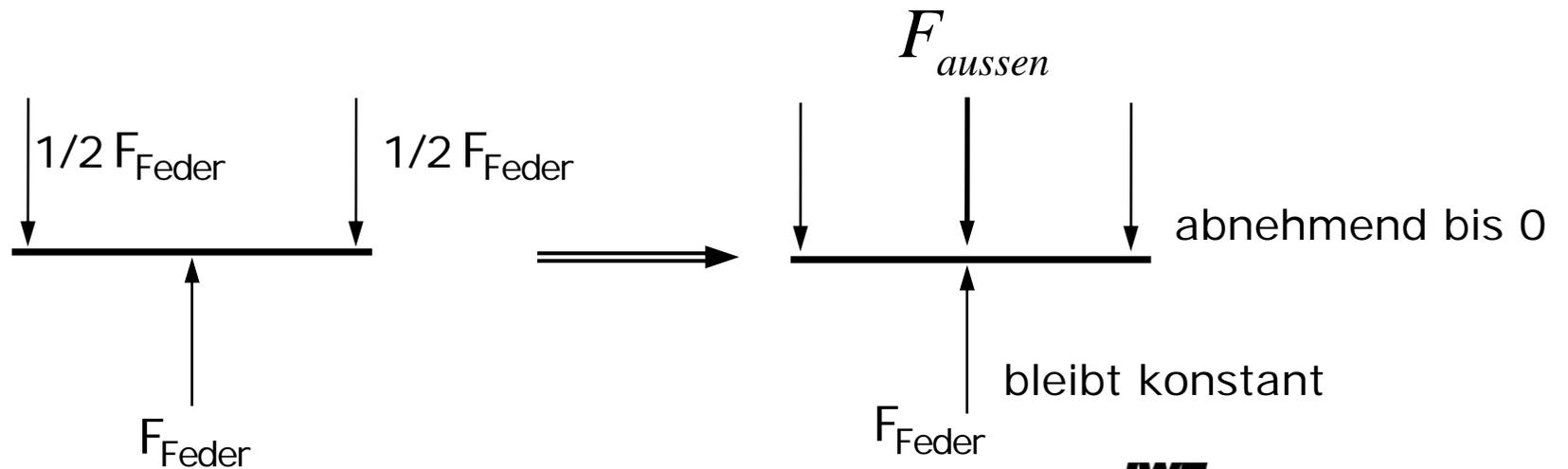
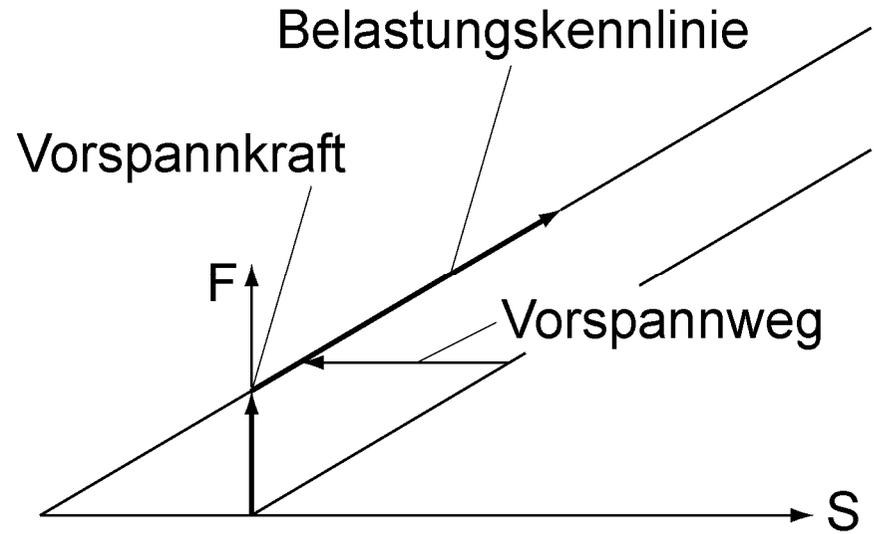
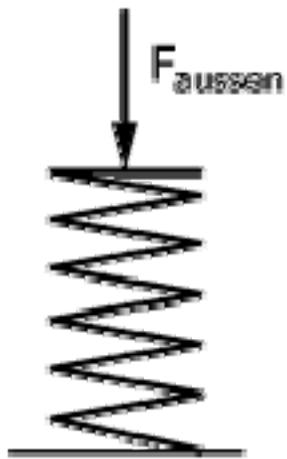
ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Federvorspannung



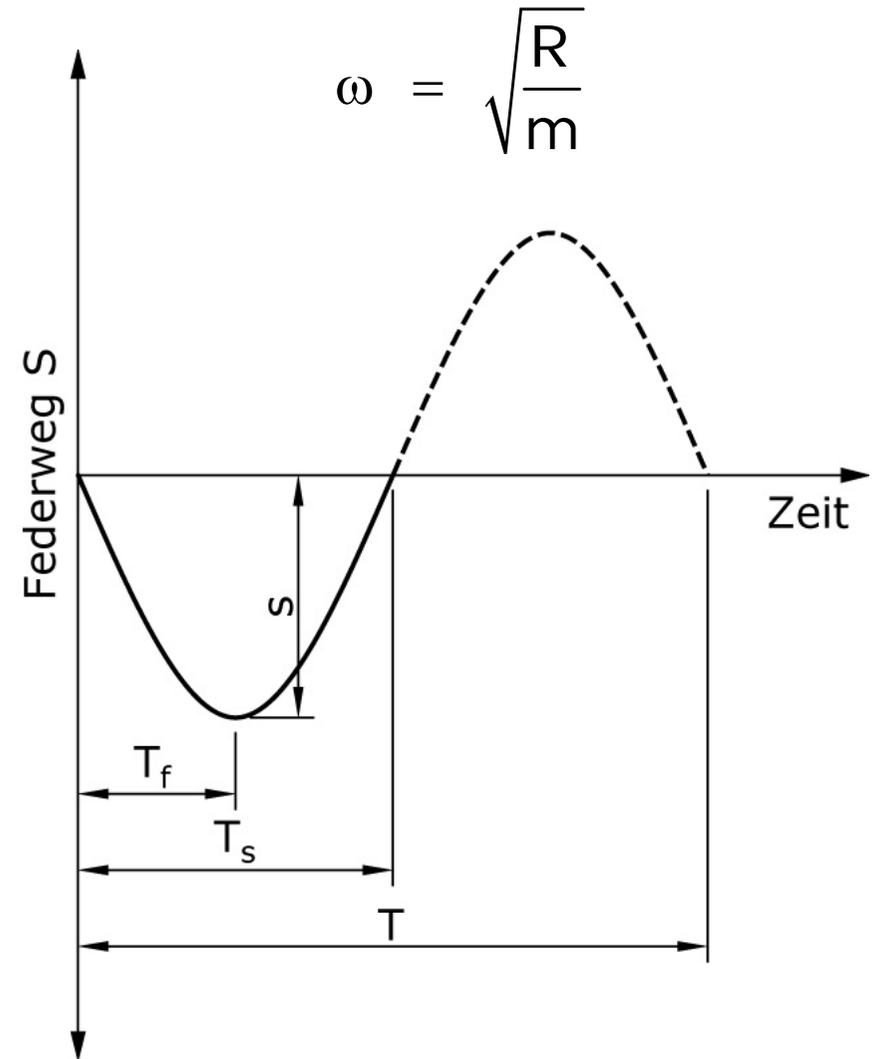
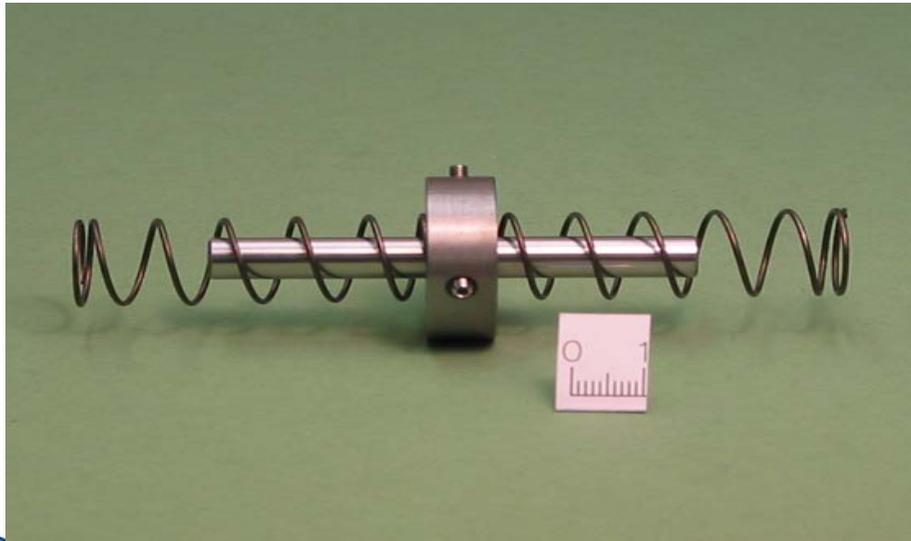
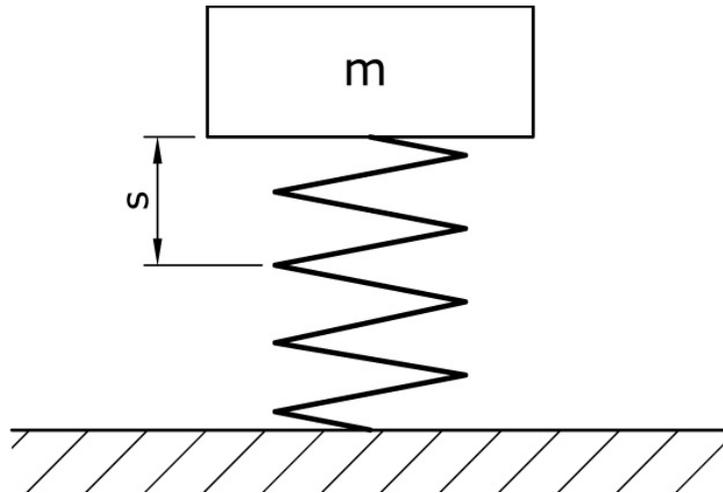
ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Federschwingsystem



Vorlesung 4:

Wiederholung Vorlesung 3

Lötverbindungen:

- Weich – Hart – und Hochtemperaturlöten
- Gestaltung einer Lötverbindung
- Auslegung bei verschiedenen Beanspruchungsarten

Federn:

- Reihen – und Parallelschaltung
- Federarten
- Ziel: Potentielle Energie speichern, Kräfte verteilen
- Kennlinie progressiv / degressiv
- Vorspannung
- Gestaltnutzwert
- Federarbeit, Federwirkungsgrad
- Schwingungen



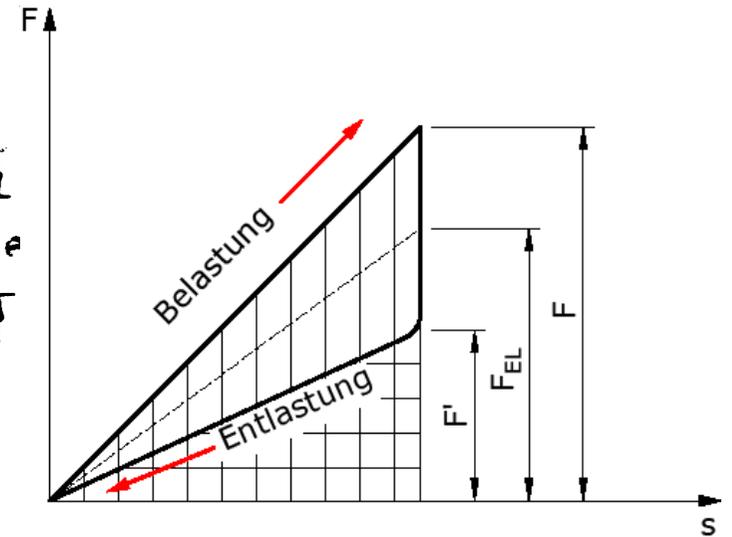
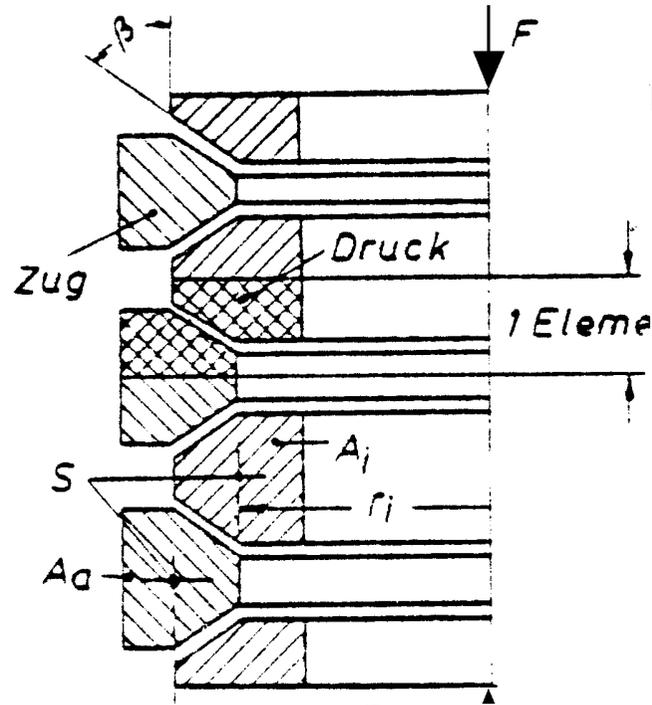
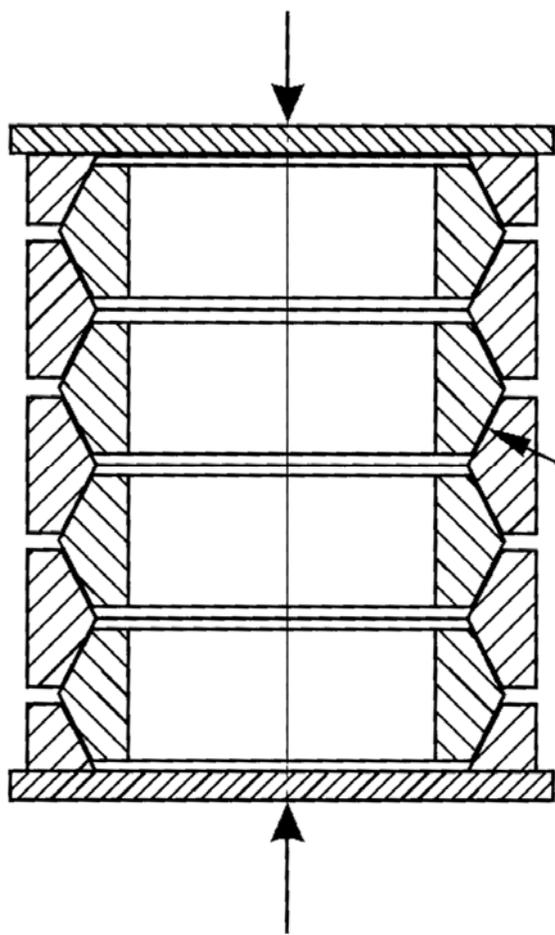
ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

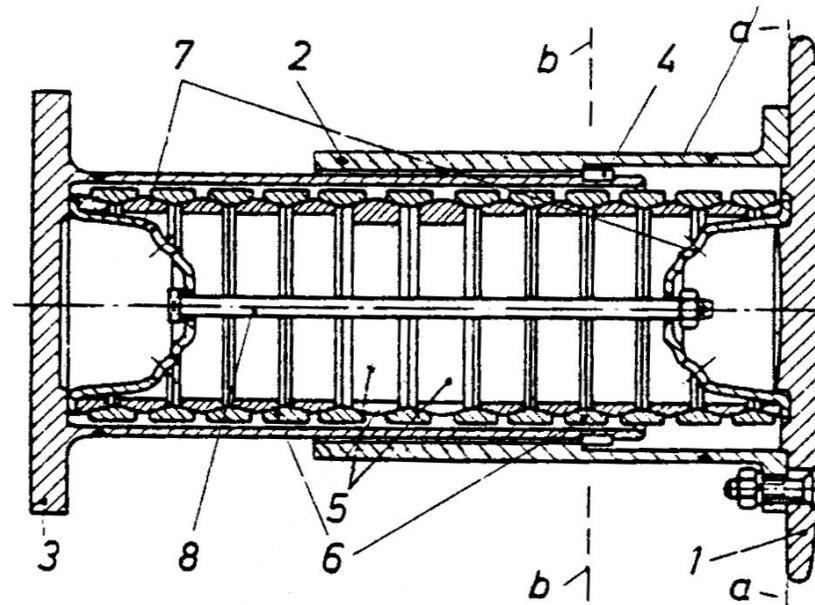
IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Zug- und Druckbeanspruchte Federn



Beispiel Federungen
in Eisenbahnpuffern

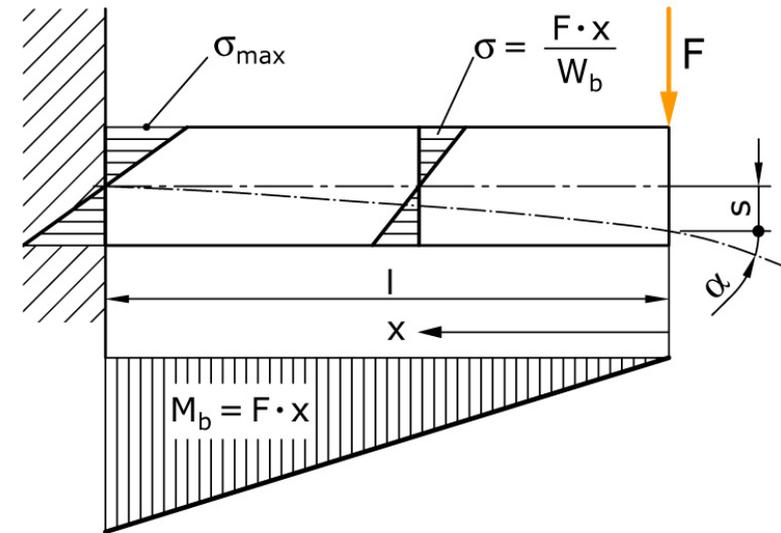
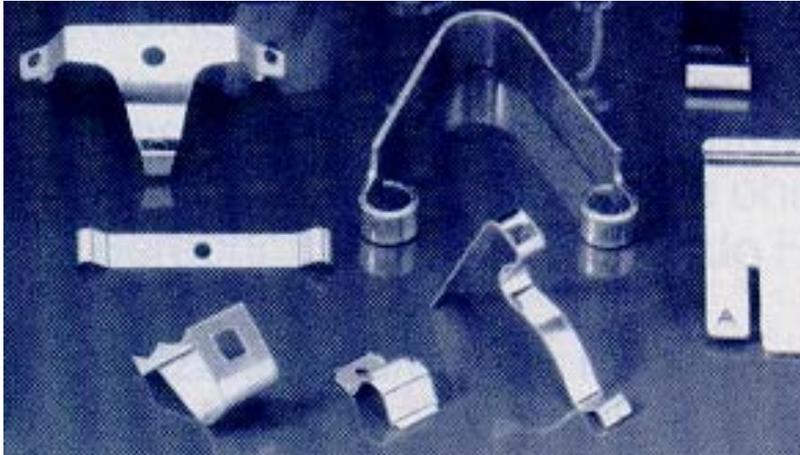


ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Biegefedern

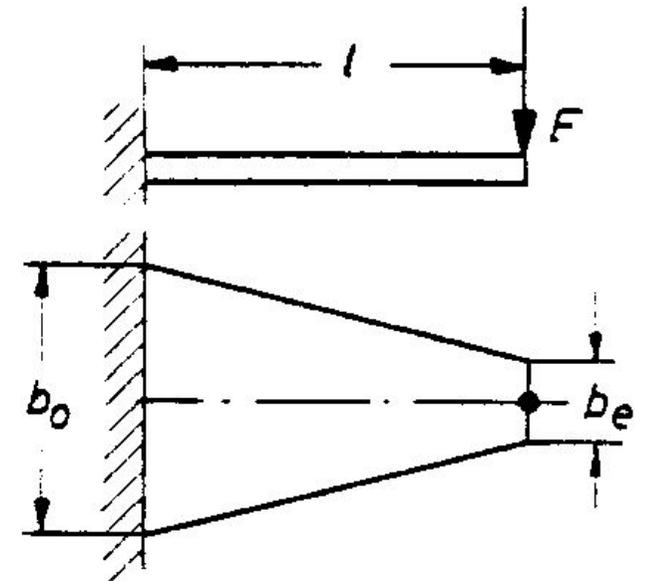
Einseitig eingespannte Biegestabfeder



$$s = \frac{F l^3}{3 E I_0} \quad R = \frac{F}{s} = \frac{3 E I_0}{l^3} \quad I_0 = \frac{b h^3}{12}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W} = \frac{6 F l}{b h^2} \Rightarrow W_a = \frac{1}{9} \frac{\sigma_{\text{zul}}^2 V}{2 E}$$

$$\Rightarrow \eta_a = \frac{1}{9}$$



Biegefedern

Einseitig eingespannte Trapezfeder

$$F = \frac{\sigma b_0 h^2}{6l}$$

$$s = \psi \frac{Fl^3}{3EI_0} = \psi \frac{2\sigma l^2}{3Eh}$$

$$R = \frac{1}{\psi} \frac{3EI_0}{l^3}$$

$$W_a = \frac{1}{2} Fs = \psi \frac{F^2 l^3}{6EI_0}$$

$$\Rightarrow \eta_a \approx \frac{1}{3}$$

$$\eta_a = \frac{2}{9} \frac{\psi}{1 + b_e/b_0}$$

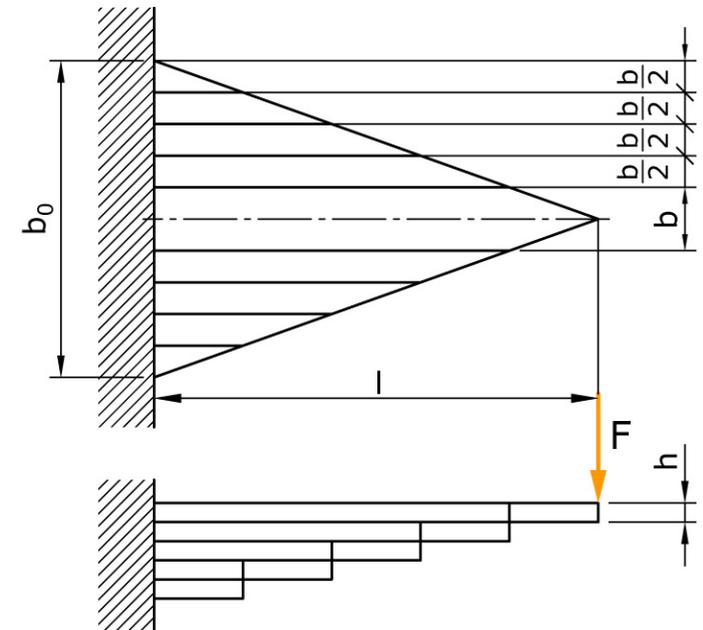
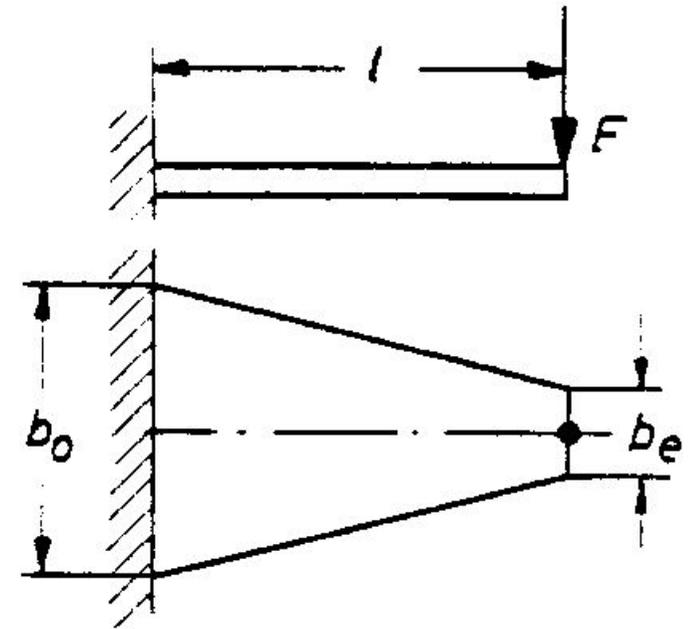
Formfaktor

$$\psi = 1.5$$

bei $b_e = 0$

$$\psi = 1.0$$

bei $b_e = b_0$

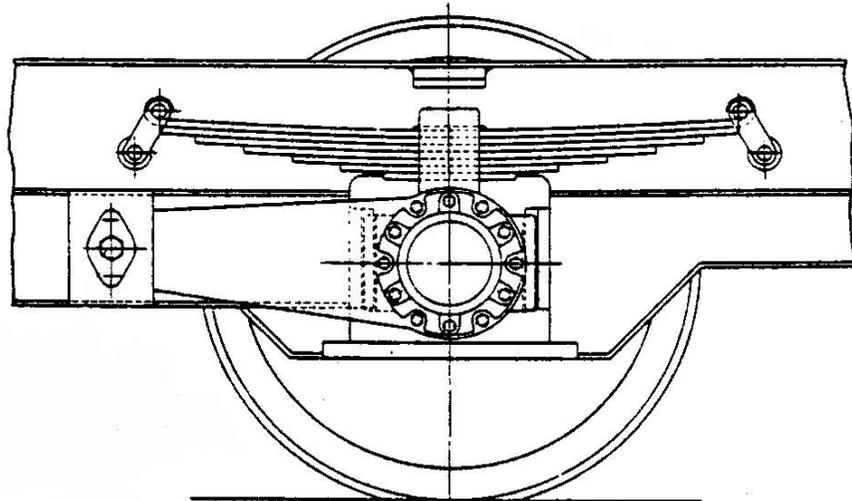
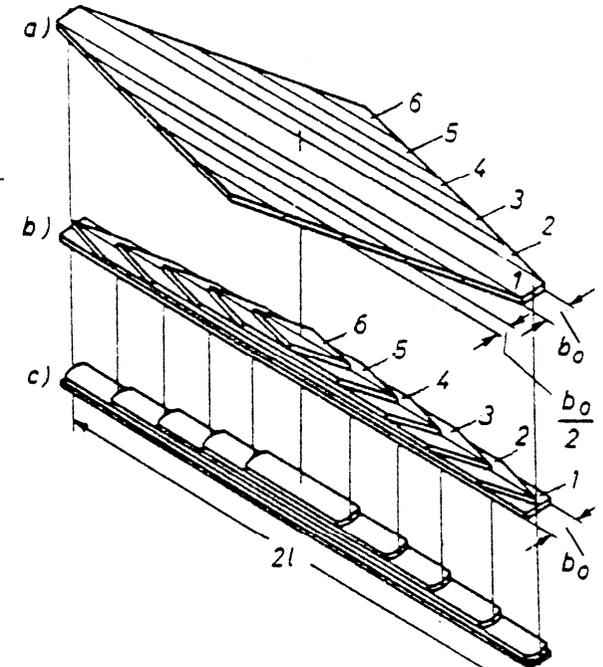
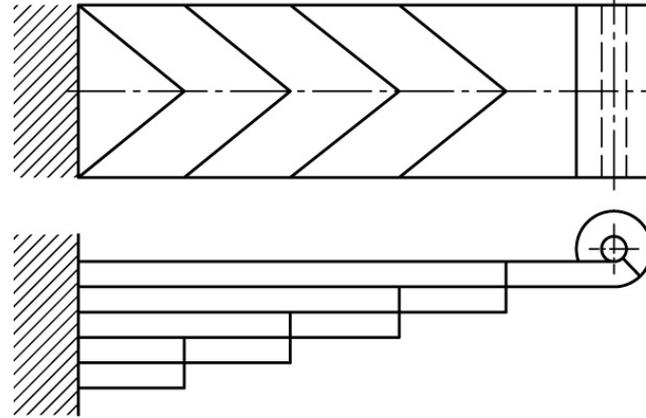
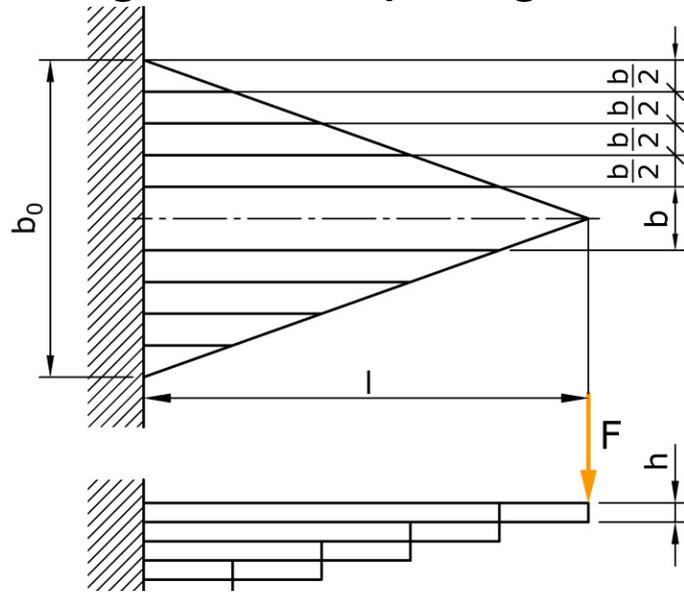


bessere Ausnutzung bei Dreiecksfedern
(geschichtete Blattfeder)

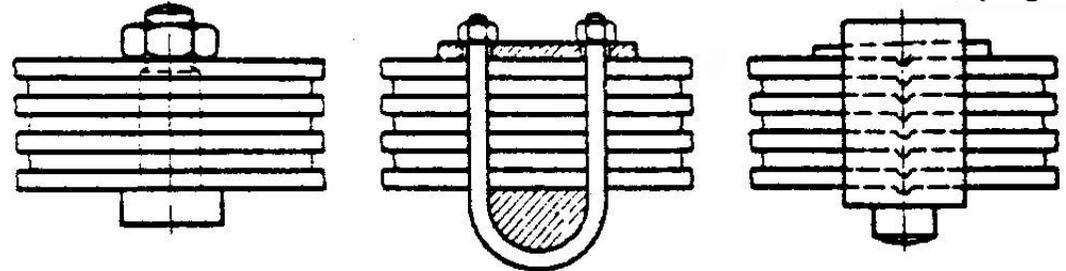
Biegefedern

geschichtete Blattfeder

→ gute Dämpfung durch Reibung zwischen den einzelnen Blättern

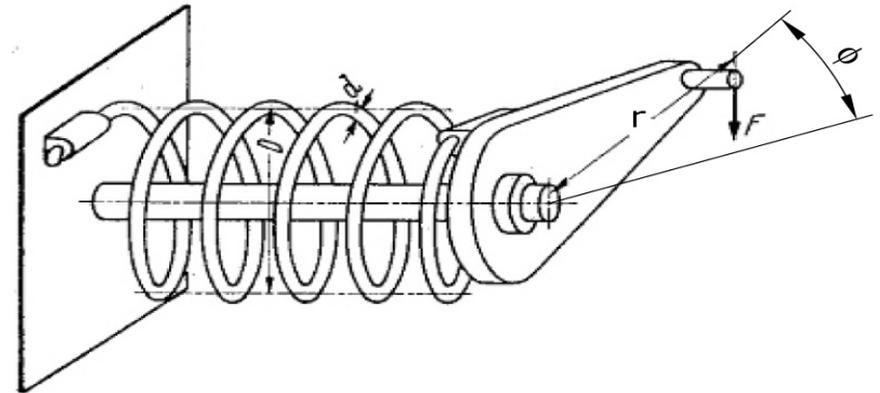
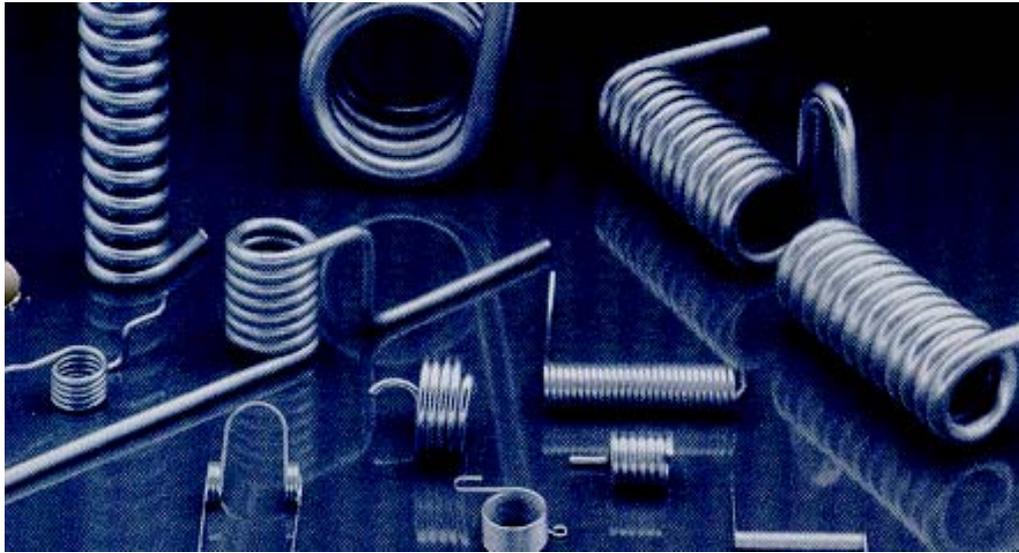


vermeiden



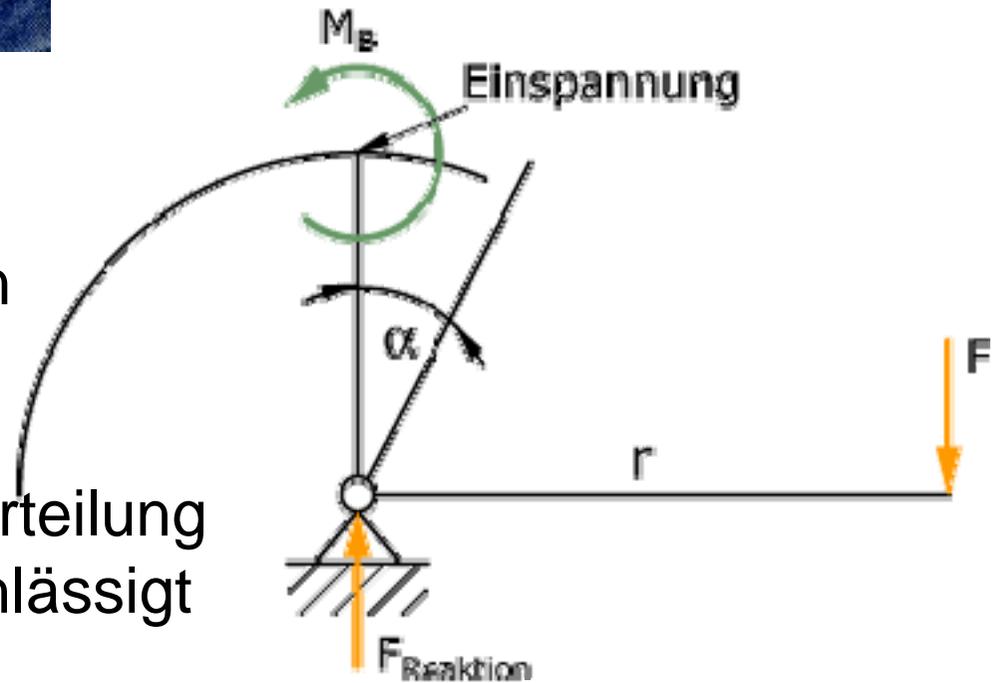
Anbindung nur in der Mitte
2 Trapezfedern parallel

Schraubenbiegefedern, Drehfedern



Voraussetzungen:

- 1.) fest eingespannte auf einer Kreisbahn geführte Federenden
- 2.) Durchbiegung der Schenkel vernachlässigbar.
- 3.) Unsymmetrische Spannungsverteilung aus Vorkrümmung wird vernachlässigt
- 4.) Drehwinkel im Bogenmass



ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Schraubenbiegefedern, Drehfedern

$$M_B = Fr$$

$$M_B = \text{const.}$$

in jedem Drahtquerschnitt

→ Analogie zu langem Biegestab mit konstantem Moment

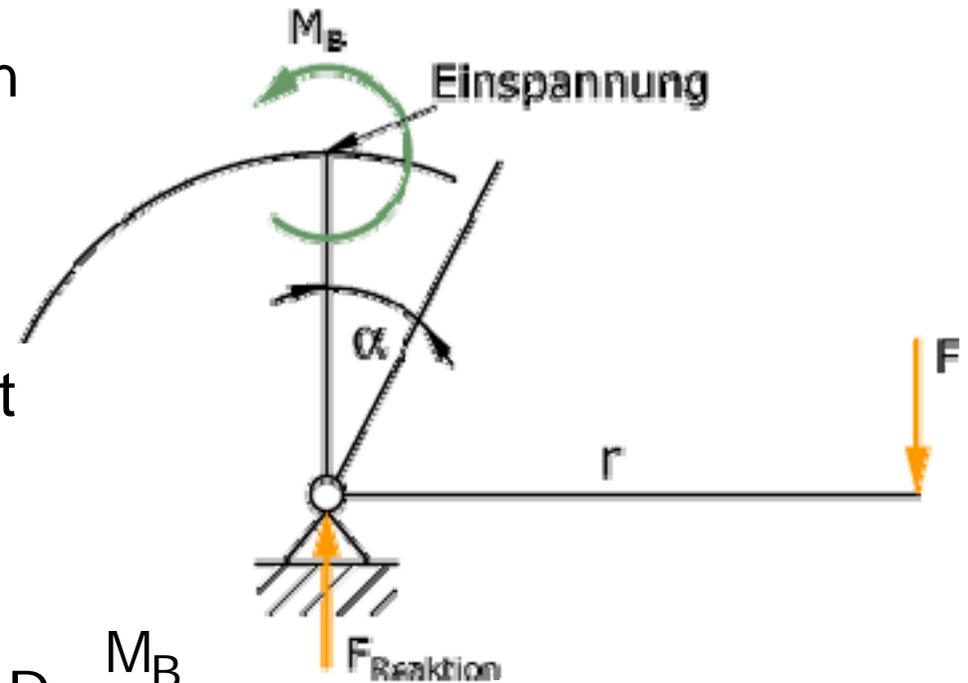
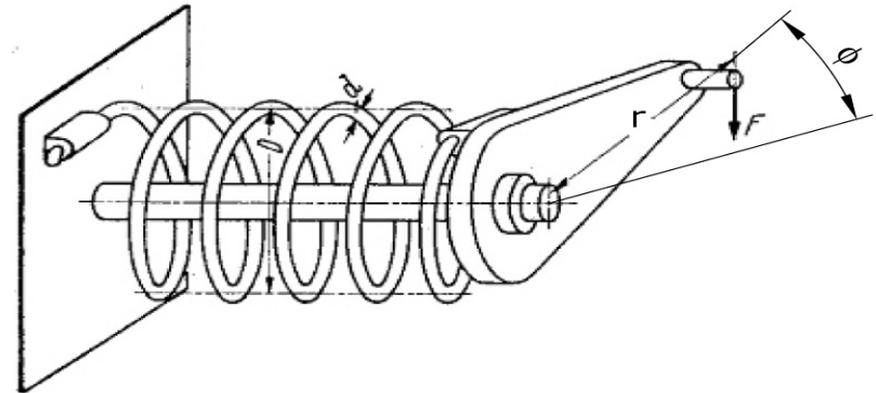
$$l = n \cdot D \cdot \pi \quad n: \text{Anzahl Wicklungen}$$

$$w'' = \frac{M_B}{EI} \quad \text{Biegelinie}$$

$$I = \frac{d^4 \pi}{64} \quad \text{Flächenträgheitsmoment}$$

Verdrehung φ :

$$\varphi = w' = \int w'' \cdot du = \int_0^{n \cdot 2\pi} \frac{M_B}{EI} \cdot \frac{D}{2} d\varphi = n D \pi \frac{M_B}{EI}$$



Schraubenbiegefedern, Drehfedern

Drehfederrate $R = \frac{M_B}{\varphi} = \frac{EI}{n\pi D}$

Bei eng gewundenen Federn ist Spannung an der Innenseite grösser als aussen

→ zulässig nur Beanspruchung im Windungssinn
(Druckspannungen innen)

$\sigma_x = q \cdot \frac{M_B}{W_B}$	D/d	2	3	4	6	8	15
	q	1.59	1.36	1.25	1.16	1.12	1.06

Taylorreihe: $q = 1 + 0.87 \frac{d}{D} + 0.64 \left(\frac{d}{D} \right)^2 + \dots$

$\frac{D}{d} = \frac{\text{Windungsdurchmesser}}{\text{Drahtdurchmesser}} = \text{Wickelverhältnis}$

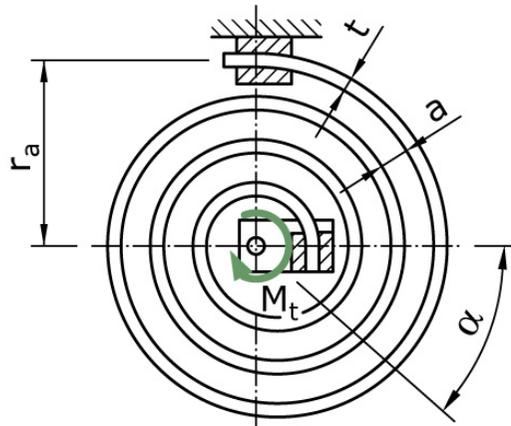
Gestaltnutzwert: $\eta_A \approx 0.25$

nur Biegemoment einleiten (Gestaltung)

$D/d \approx 4-20$

Spiralfedern

Verwendung der gleichen Formeln wie für Drehfedern



$$\varphi = \frac{M_T}{E I} \cdot L; \quad R = \frac{M_t}{\varphi} = \frac{E I}{L}$$

L: abgewickelte Länge

R: Federkonstante

Für Rechteckfeder

$$I = \frac{b t^3}{12}$$

Entwurfsrichtlinien

- ⇒ Drehmoment in Windungsrichtung einleiten
- ⇒ Enden einspannen
- ⇒ Wickeldistanz genügend gross, so dass keine Berührung stattfindet

Torsionsfedern: Drehstabfedern

$$\varphi = \frac{M_t \ell}{G I_t} = \frac{32 M_t \ell}{G \pi d^4}$$

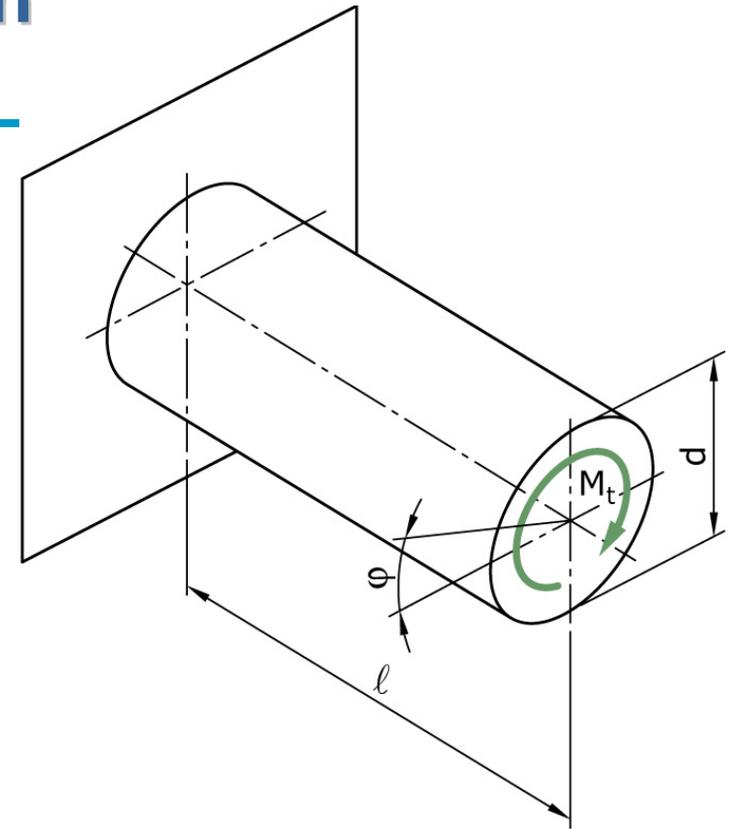
$$R = \frac{G I_t}{\ell}$$

$$W_a = \frac{1}{2} M_t \varphi = \frac{M_t^2 \ell}{2 G I_t}$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_t}$$

$$W_{a \max} = \frac{\tau_{zul}^2 W_t^2 \ell}{2 G I_t}, \quad W_{a \max} = \eta_a \frac{\tau_{zul}^2 V}{2 G}$$

$$\Rightarrow \eta_a = \frac{W_t^2}{I_t A}$$



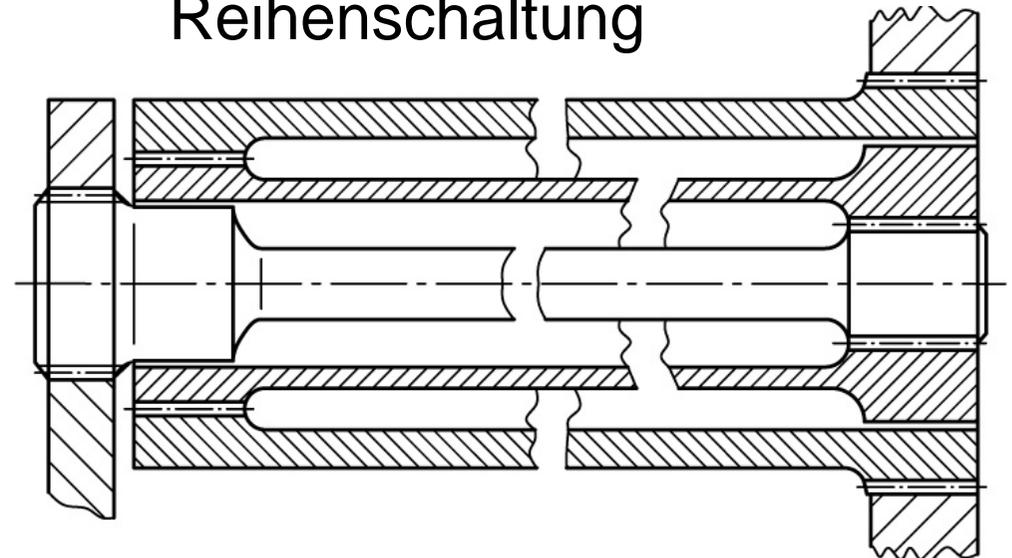
Für Vollkreisquerschnitte:

$$I_t = \frac{\pi d^4}{32}, \quad W_t = \frac{\pi d^3}{16}, \quad A = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\eta_a = 0.5$$

Dünnwandige Querschnitte:
Bredtsche Formel

Reihenschaltung

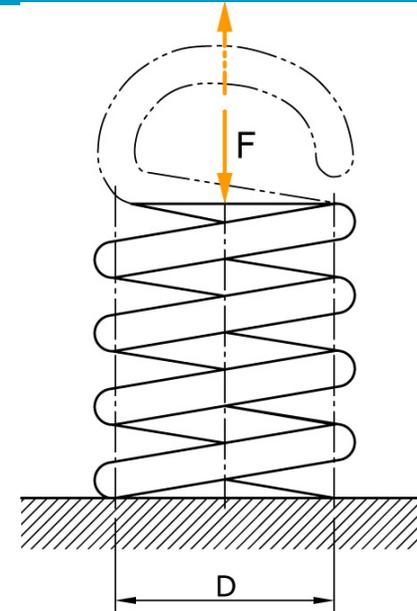


Torsionsfedern: Schraubenfedern

Zylindrische Schraubenfedern
häufigst eingesetzter Federtyp

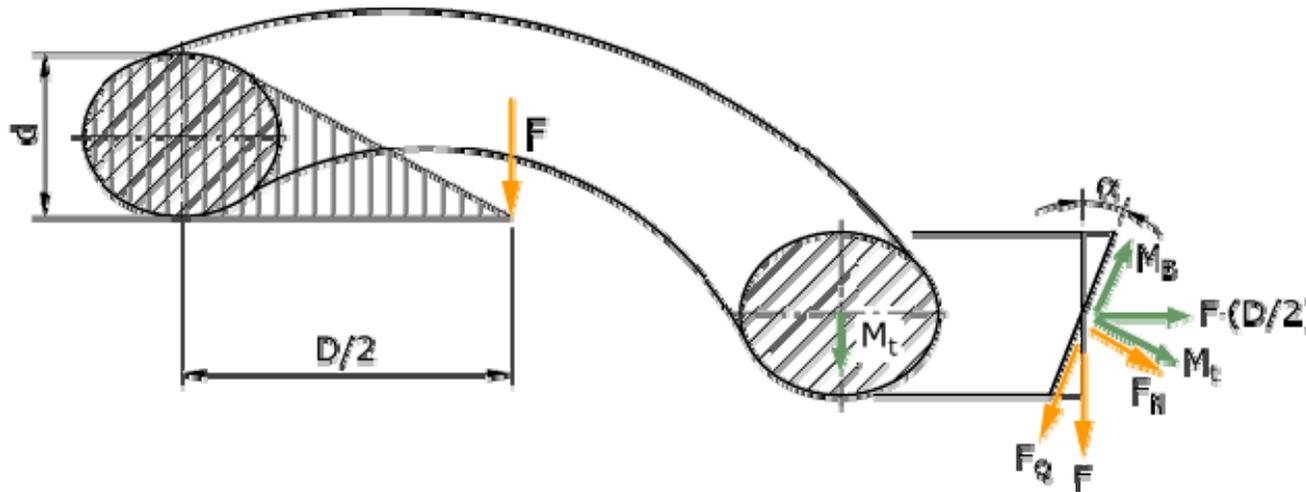
Vorteile:

- lineare Kennlinie,
- praktisch keine Dämpfung,
- grosse Federwege bei begrenzter Bauhöhe möglich,
- günstiger Ausnutzungsfaktor wie Torsionsstab ($\eta_A = 0.5$) und
- rechnerisch gut zu erfassen.
- Beanspruchung auf Zug oder Druck



Torsionsfedern: Schraubenfedern

Kräfte / Momente an einer zylindrischen Schraubenfeder bei zentrisch angreifender Kraft



$$F_N = F \cdot \sin \alpha$$

$$F_Q = F \cdot \cos \alpha$$

$$M_t = F \cdot \frac{D}{2} \cdot \cos \alpha$$

$$M_B = F \cdot \frac{D}{2} \cdot \sin \alpha$$

Da α klein und Querkräfte vernachlässigbar

$\Rightarrow M_t = F \cdot \frac{D}{2}$ \Rightarrow Torsionsfeder!
und alle anderen = 0

Torsionsfedern: Schraubenfedern

Da die Beanspruchung hauptsächlich auf Torsion erfolgt, kann die Schraubenfeder als gewundene Drehstabfeder aufgefasst werden.

$$l = \pi D n$$

Abgewickelte Länge der Feder

$$s = \varphi \frac{D}{2} = \frac{M_t l D}{G I_t 2}$$

Federweg als Verdrehwinkel mal Abstand zur Federmitte

$$I_t = \frac{\pi d^4}{32}$$

Torsionsträgheitsmoment

$$s = \frac{8 n D^3 F}{G d^4}$$

Federweg

$$R = \frac{G d^4}{8 n D^3}$$

Federrate



ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

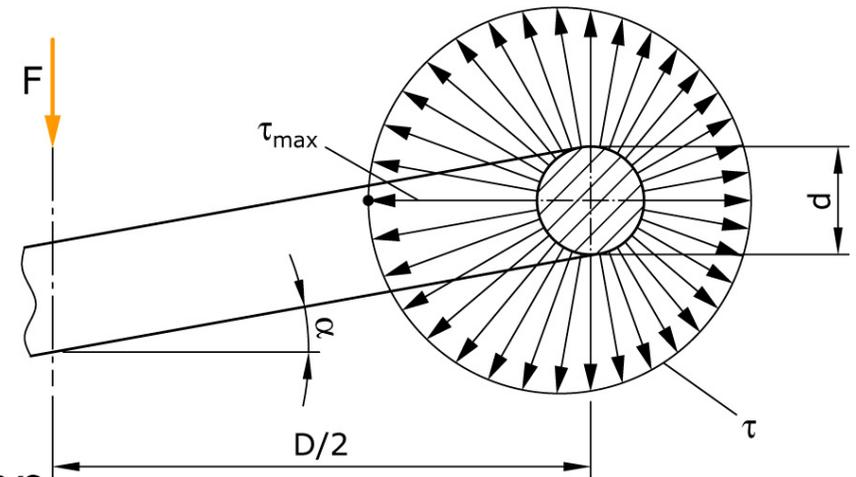
IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Torsionsfedern: Schraubenfedern

Schubspannungsverteilung

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} = \frac{F \cdot \frac{D}{2}}{\pi \cdot \frac{d^3}{16}} = \frac{8 F D}{\pi d^3}$$



Inhomogene Verteilung der Spannungen

$$\tau_{\max} = k \cdot \tau_t$$

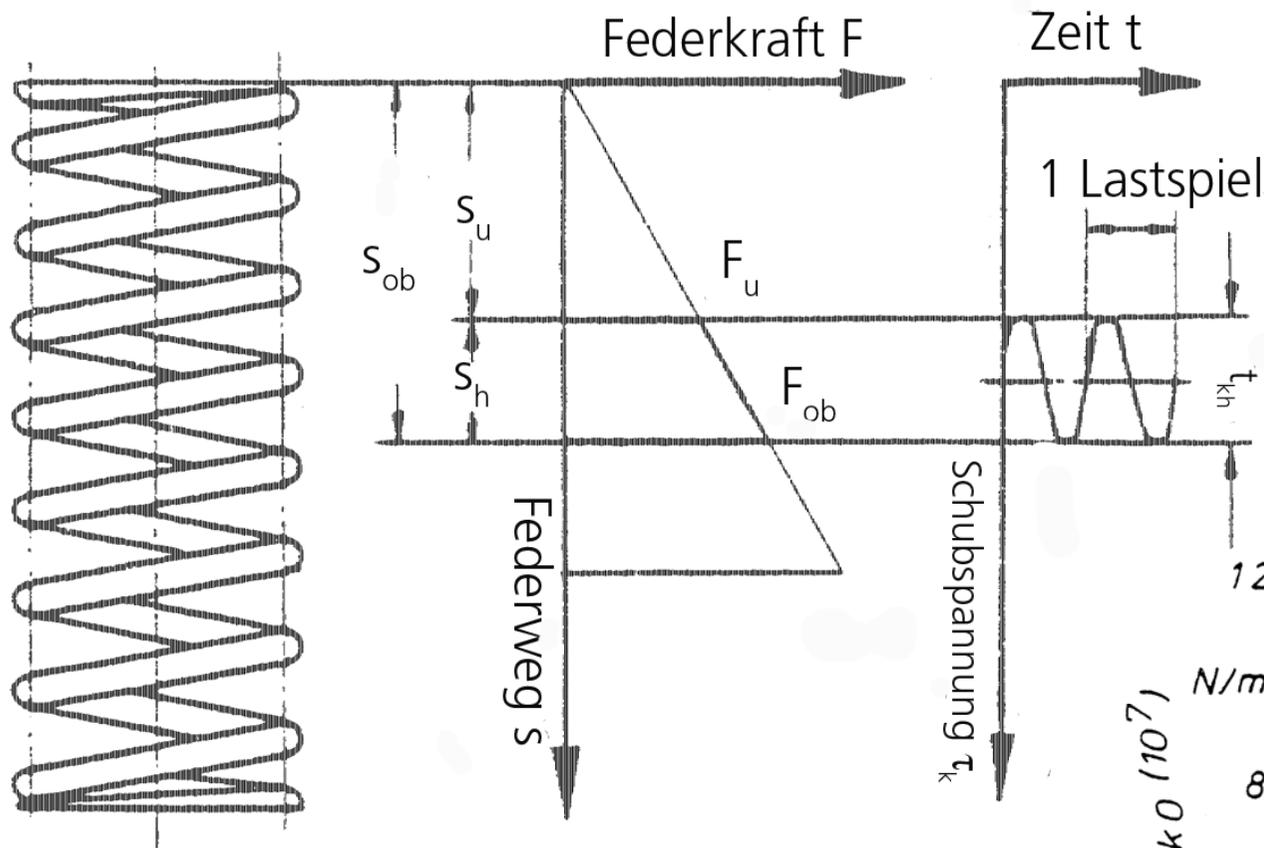
D/d: Wickelverhältnis	D/d	2	4	6	8	10	12
k		2.05	1.38	1.23	1.17	1.13	1.09

$$k = 1 + \frac{5d}{4D} + \frac{7}{8} \left(\frac{d}{D} \right)^2 + \left(\frac{d}{D} \right)^3 + \dots \quad \text{nach Bergsträsser}$$

Dimensionierung Durchmesser:
$$d = \sqrt[3]{k \cdot \frac{8 F D}{\pi \cdot \tau_{zul}}}$$

Maximale Federkraft:
$$F = \frac{\pi d^3 \tau_{zul}}{8 D k}$$

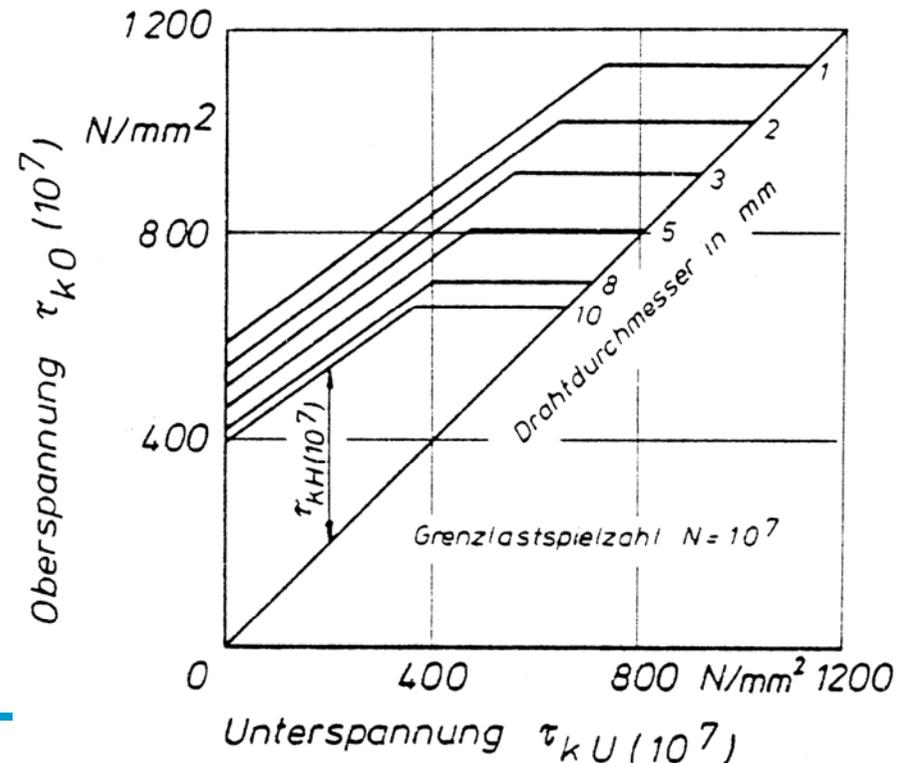
Auslegung dynamisch beanspruchter Federn



Spannungen bei linearer Feder proportional zu s und F

Ermittlung der unteren Schubspannung,
 Ermittlung der wirkenden Hubspannung
 Modifiziertes Smith - Diagramm

$$\tau_{kh} < \tau_{kH}$$

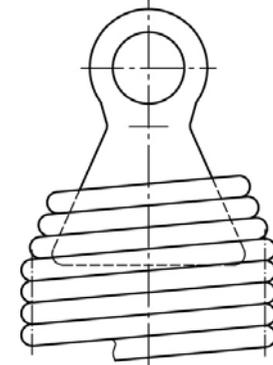
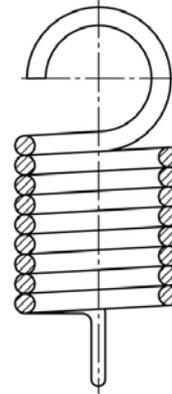
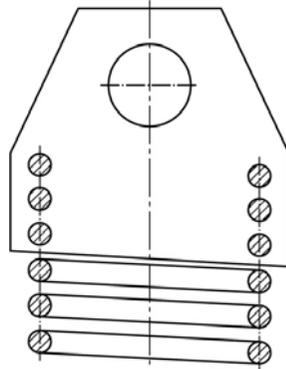
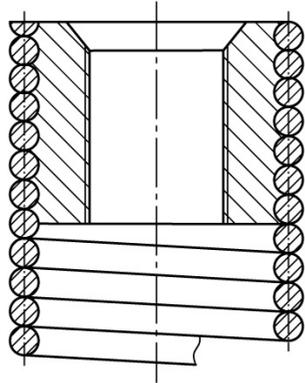


ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
 Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Torsionsfedern: Schraubenfedern

Entwurfsrichtlinien: Gestaltung der Ösen



Druckfedern:

- meist rechtsgewickelt
- Steigung der letzten Wicklung verringern (reduziert Knickgefahr)
- Federenden um 180° versetzt (somit ungerade Wicklungszahl)
- je $\frac{3}{4}$ Windungen anschleifen zur Verminderung Knicken
- Kraft zentrisch einleiten

Zugfedern:

- bevorzugen! (keine Knickgefahr)
- Kraft zentrisch einleiten
- Zugfedern sind meist vorgespannt

Torsionsfedern: Schraubenfedern

$$L_B = (n + 2)d$$

Blocklänge für angeschliffene Enden

$$L_B = (n + 3.5)d$$

Blocklänge für nicht angeschliffene Enden

$$L_n = L_B + s_a$$

Federlänge bei höchster Kraft

$$L_0 = L_B + s_a + s_n$$

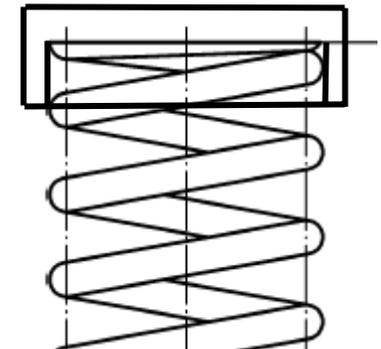
Federlänge unbelastet

s_a Mindestabstand zwischen Windungen (DIN 2095)

s_n Einfederung bei höchster Kraft

$$s_a = n \left(0.0015 \frac{D^2}{d} + 0.1d \right) \text{ nach DINEN13906 für kaltgeformte Federn}$$

$$s_a = 0.02n(D + d) \text{ nach DINEN13906 für warmgeformte Federn}$$



ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

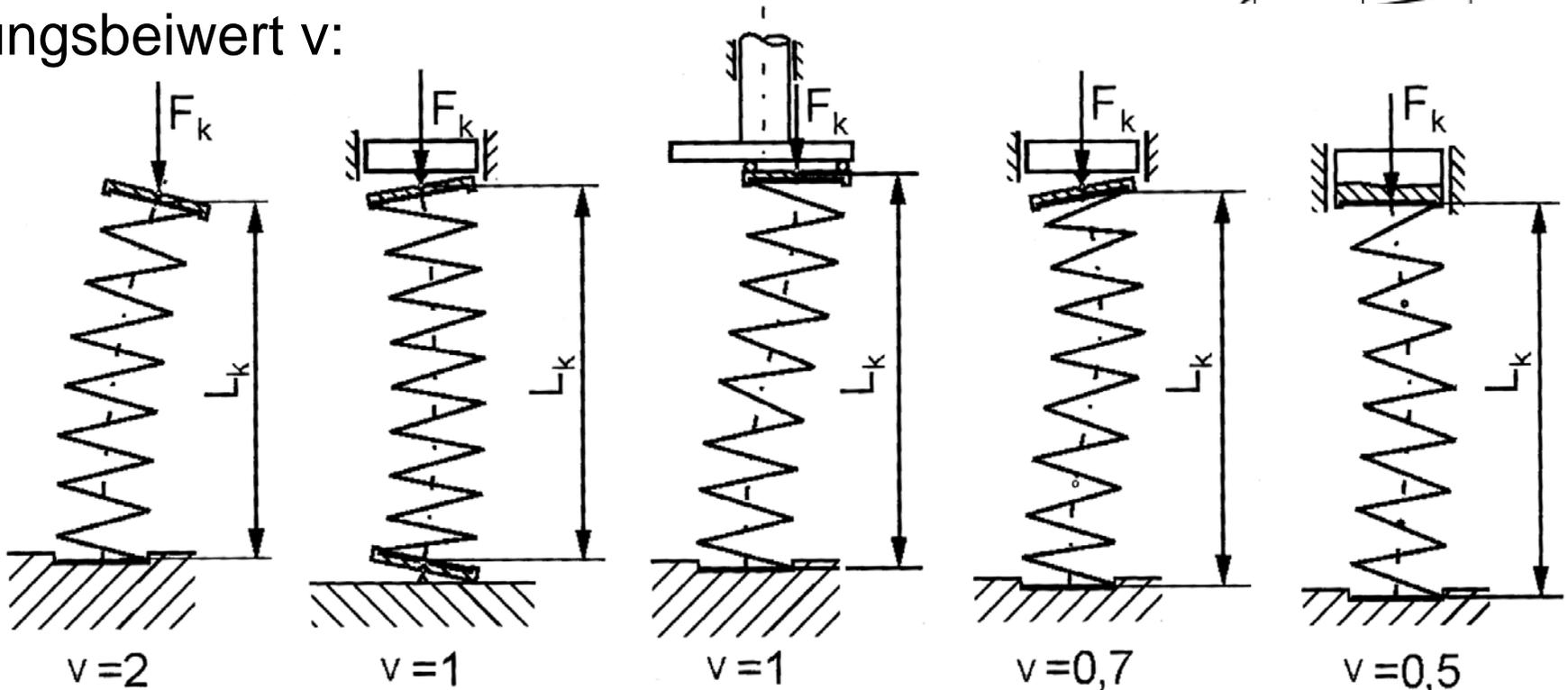
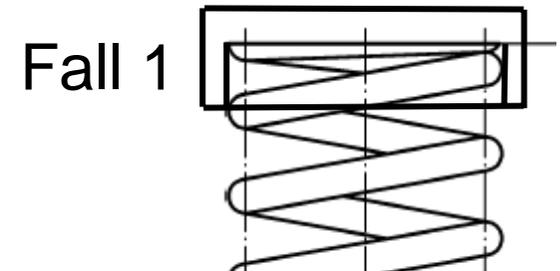
Torsionsfedern: Schraubenfedern

Knicken von Druckfedern: Je grösser der Schlankheitsgrad, d.h. das Verhältnis zwischen Federlänge L_0 und Federdurchmesser D , und je höher die Einfederung, desto eher knickt die Feder aus.

$$s_k = \frac{L_0}{2(1-G/E)} \left[1 - \sqrt{\frac{(1-G/E)}{0.5+G/E} \cdot \left(\frac{\pi D}{vL_0} \right)^2} \right]$$

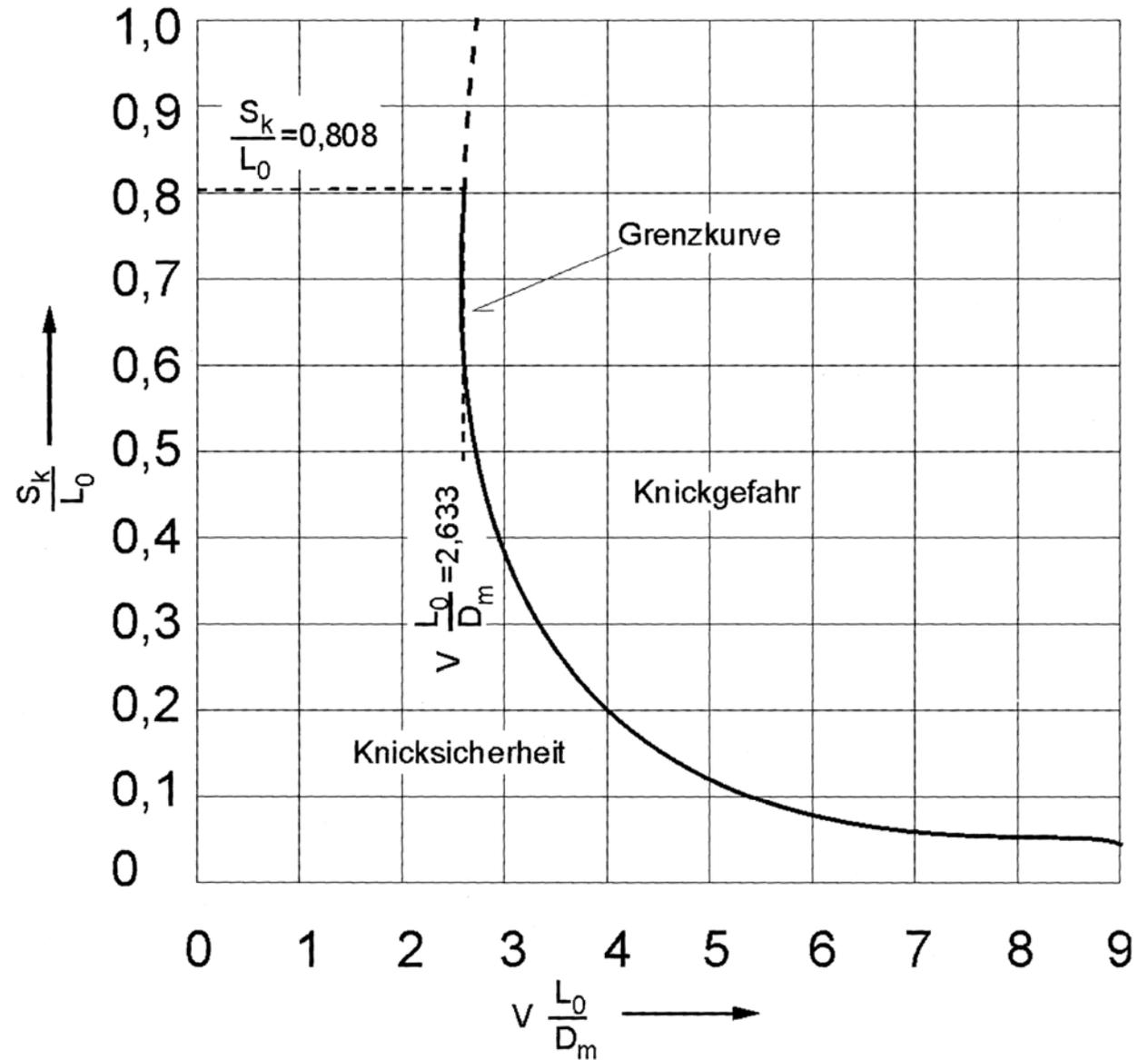
Kein Knicken für: $s < s_k$ und $0 > s_k$

Lagerungsbeiwert v :



Torsionsfedern: Schraubenfedern

Führung nicht
knicksicherer Federn
in Hülsen
Dabei Reibverschleiss
beachten



ETH

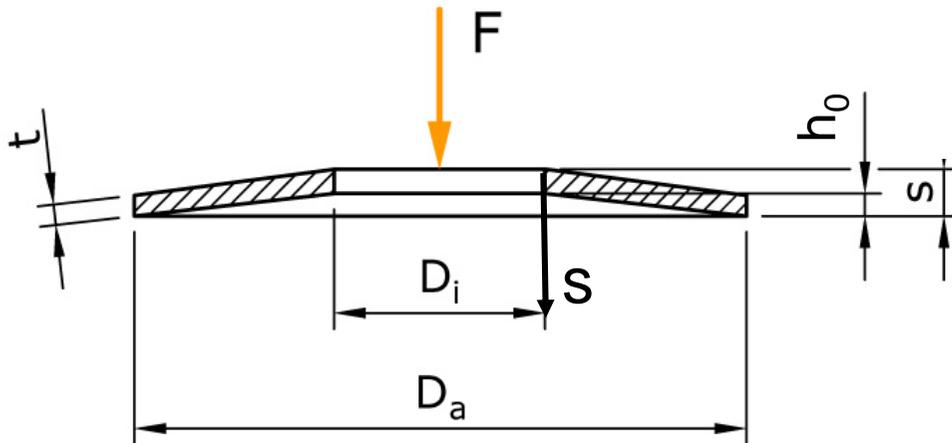
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Tellerfedern

Tellerfedern sind kegelstumpfförmig ausgebildete, in axialer Richtung belastete Ringscheiben

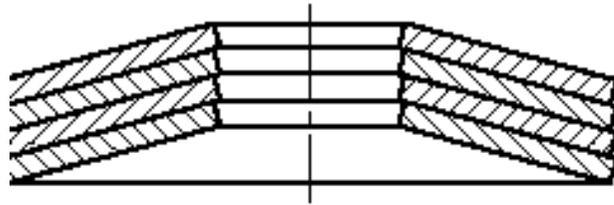


s = Federweg;
 t = Dicke der Tellerfeder;
 h_0 = Eintiefung Teller, max. Federweg

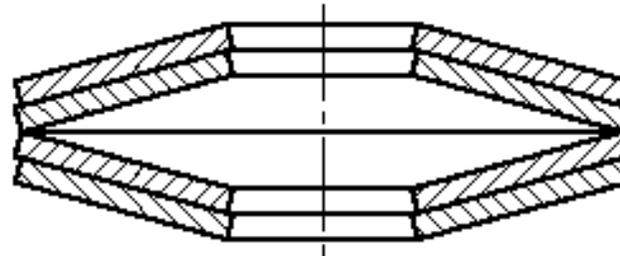
Vorteile:

- Erzielung unterschiedlicher Kennlinien,
 - progressive Kennlinie durch Kombination Reihenschaltung,
 - degressive Kennlinie bei grossem h_0/t
- Geringe Dämpfung bei einschichtiger Anordnung
- Hohe Dämpfung bei Parallelschaltung
- Geringer Bauraum
- Hohe Dauerstandfestigkeit bei Stahlfedern

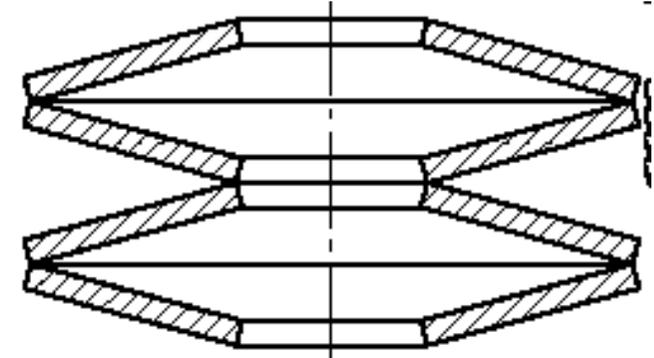
Tellerfedern



Parallel geschaltetes
Tellerfederpaket



Parallel und hintereinander
geschaltetes
Tellerfederpaket



hintereinander geschaltetes
Tellerfederpaket



ETH

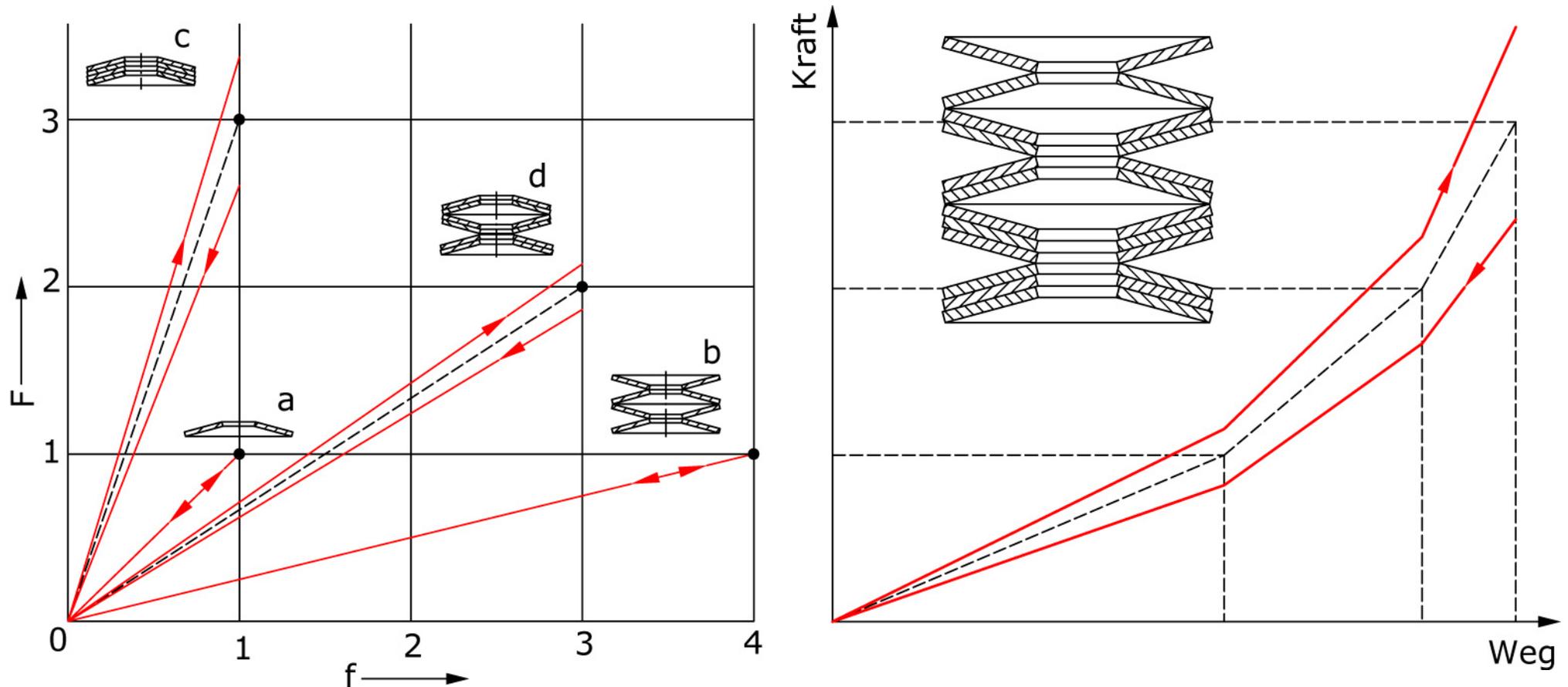
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Tellerfedern, Kombination

Kennlinien mit Hysterese bei geschichteten Tellerfedern, ohne Hysterese bei Reihenschaltung



ETH

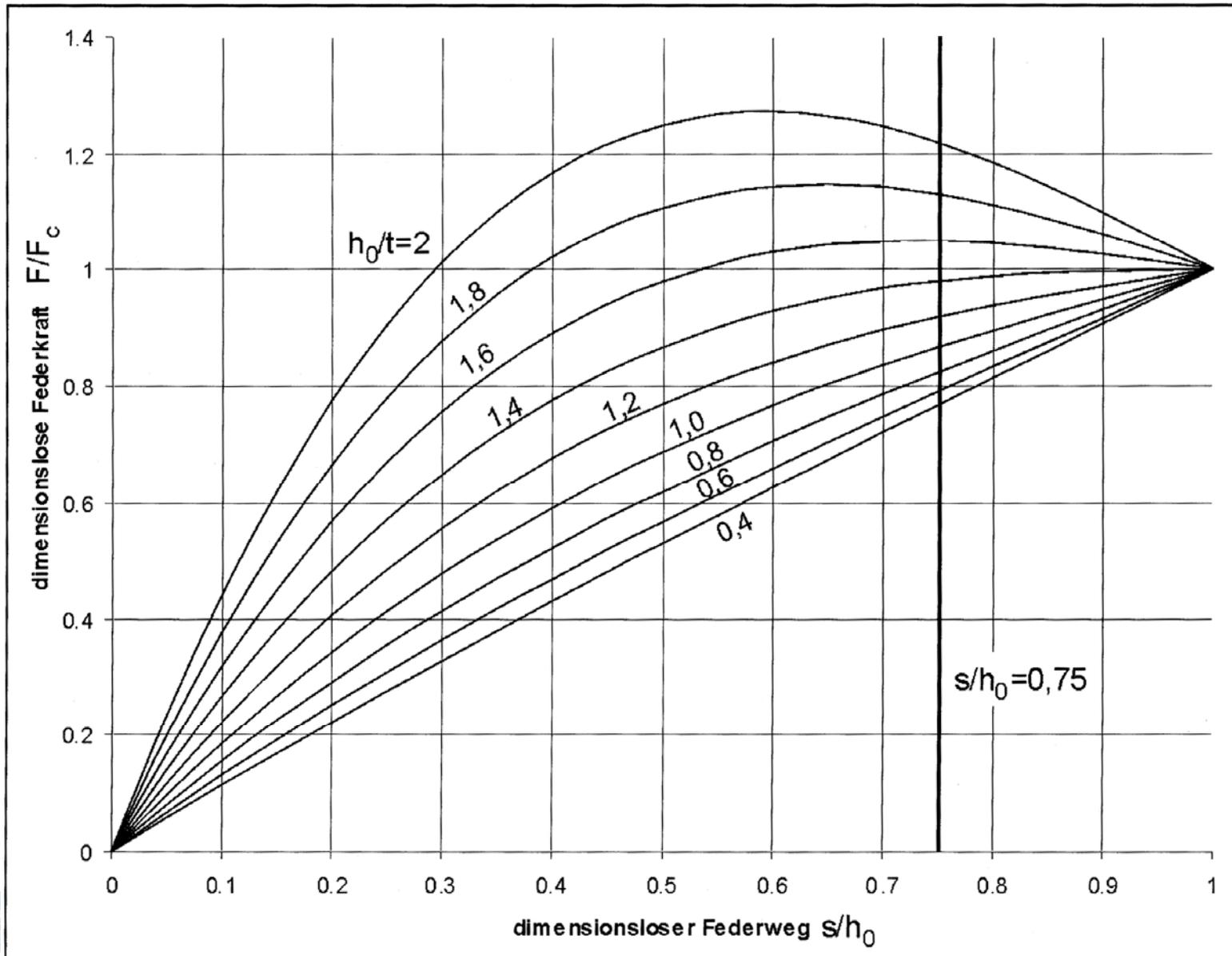
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Tellerfedern

$F=F_0$, $s=h_0$: Feder auf Block,



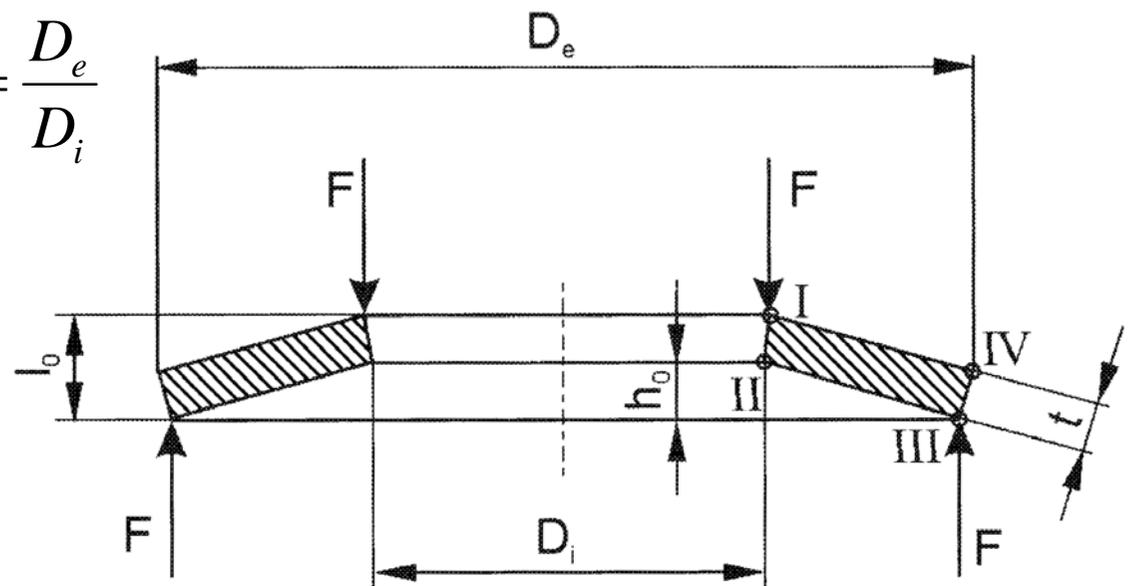
Tellerfedern

Berechnung als Kegelschale als Näherung nach Almen und Laszlo

$$F = \frac{4E}{1-\nu^2} \frac{t^4}{K_1 D_e^2} \frac{s}{t} \left[\left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{t} \right) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + 1 \right]$$

$$R = \frac{dF}{ds} = \frac{4E}{1-\nu^2} \frac{t^3}{K_1 D_e^2} \left[\left(\frac{h_0}{t} \right)^2 - 3 \frac{h_0}{t} \frac{s}{t} + \frac{3}{2} \left(\frac{s}{t} \right)^2 + 1 \right]$$

$$K_1 = \frac{1}{\pi} \frac{\left(\frac{\delta - 1}{\delta} \right)^2}{\frac{\delta + 1}{\delta - 1} - \frac{2}{\ln \delta}} \quad \text{mit} \quad \delta = \frac{D_e}{D_i}$$



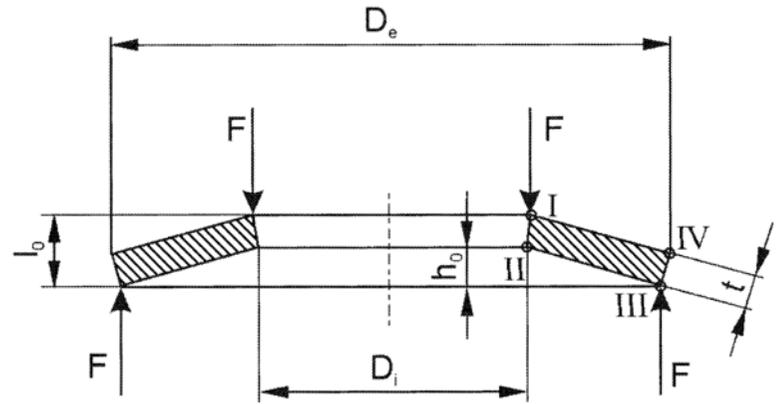
Tellerfedern: Spannungen

$$\sigma_I = -\frac{4E}{1-\nu^2} \frac{t^2}{K_1 D_e^2} \frac{s}{t} \left[K_2 \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + K_3 \right]$$

$$\sigma_{II} = -\frac{4E}{1-\nu^2} \frac{t^2}{K_1 D_e^2} \frac{s}{t} \left[K_2 \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) - K_3 \right]$$

$$\sigma_{III} = -\frac{4E}{1-\nu^2} \frac{t^2}{K_1 D_e^2 \delta} \frac{s}{t} \left[(K_2 - 2K_3) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) - K_3 \right]$$

$$\sigma_{IV} = -\frac{4E}{1-\nu^2} \frac{t^2}{K_1 D_e^2 \delta} \frac{s}{t} \left[(K_2 - 2K_3) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + K_3 \right]$$



$$K_2 = \frac{6}{\pi} \frac{\frac{\delta-1}{\ln \delta} - 1}{\ln \delta}, \quad K_3 = \frac{3}{\pi} \frac{\delta-1}{\ln \delta}$$

σ_I = absolut grösste Spannung
und für die statische Auslegung massgeblich

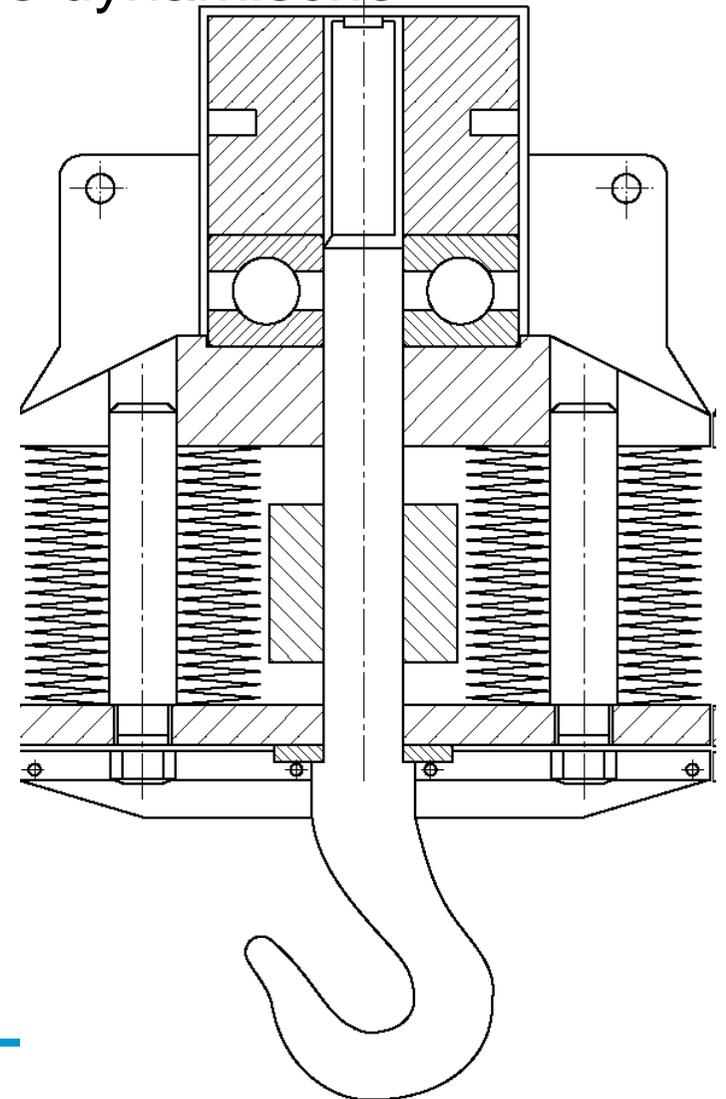


ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Tellerfedern

- σ_I = absolut grösste Spannung und für die statische Auslegung massgeblich
- σ_{II} σ_{III} = grösste Zugspannung und für die dynamische Auslegung massgeblich.
Grössenverhältnis abhängig von Federgeometrie
- Federsäule durch Bolzen führen mit Durchmesser $D = D_i - 1 \text{ mm}$
 - Schwingend beanspruchte Tellerfedern sind zur Vermeidung von Anrissen bei I mit 0.15 bis $0.2 h_0$ vorzuspannen



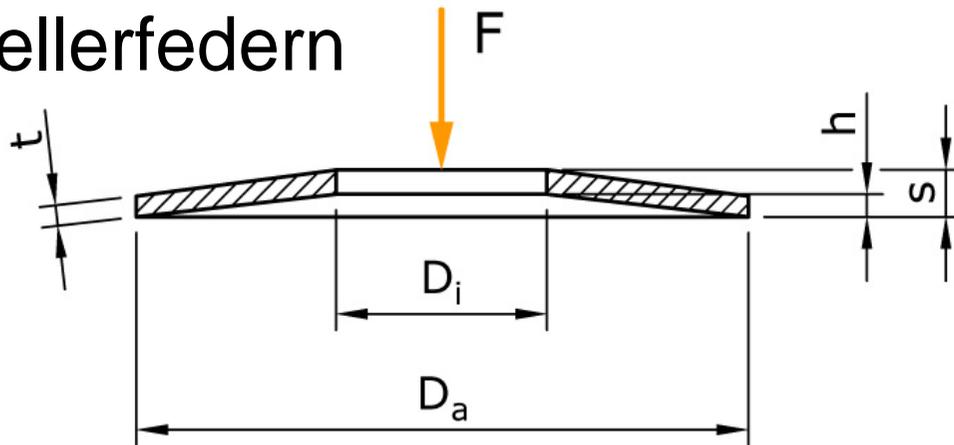
ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

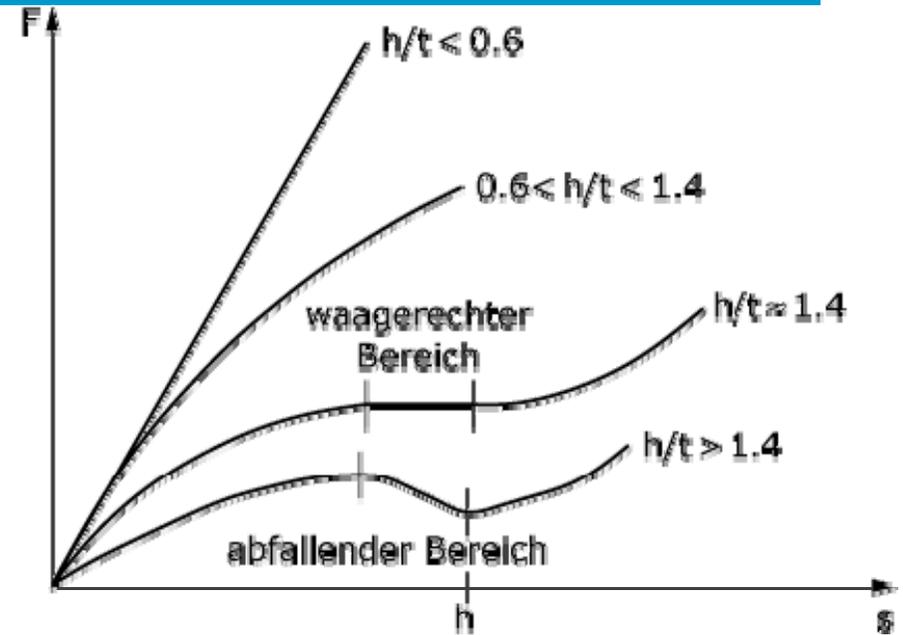
Gemischtbeanspruchte Federn

Federn

Tellerfedern



S = Federweg; t = Dicke der Tellerfeder;
h = Tellerhöhe unbelastet



Unterschiedliche Charakteristika der Einzelfedern

• Gruppen:

Gruppe 1	Kaltgeformt
Gruppe 2	Kaltgeformt, Innen- und Aussendurchmesser spanend bearbeitet, Kanten am Innen- und Aussenrand gerundet
Gruppe 3	Warmgeformt, allseitig spanend bearbeitet, mit Auflagefläche und gerundeten Kanten am Innen- und Aussenrand



ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Werkstoffe

Werkstoff	Streckgrenze R_e [N/mm ²]	Zugfestigkeit R_m [N/mm ²]	Siehe auch: DIN 17221 DIN 17222 DIN 17224
38Si7	1'050	1'200 – 1'400	
51Si7	1'150	1'350 – 1'600	
60SiCr7	1'150	1'350 – 1'600	
55Cr3	1'200	1'400 – 1'650	
50CrV4	1'200	1'400 – 1'650	
58CrV4	1'350	1'500 – 1'700	Höchstbeanspruchung
45CrMoV6-7	1'100	1400 - 1700	Warmfest bis 450°C
CuSn6	250 - 700	350 – 750	Festigkeit abhängig von den Abmessungen. E ≈ 115'000 N/mm ² G ≈ 42'000 N/mm ²
Cu6Zn	580 - 700	620 - 770	
CuNi18Zn20	300 - 550	380 - 620	



ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

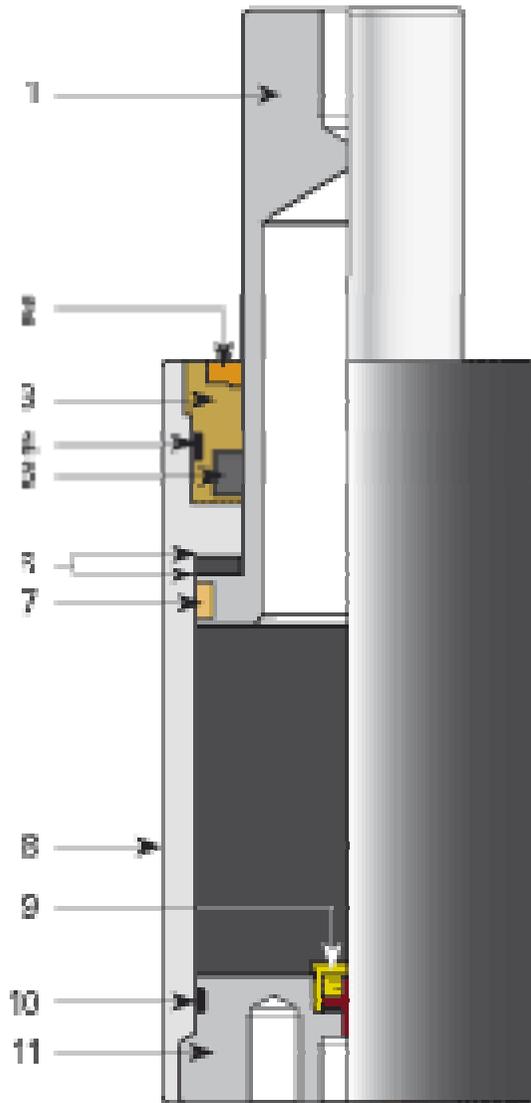
Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Massnahmen zur Erhöhung der

- Bruchfestigkeit / Streckgrenze
 - starke Kaltverformung (z.B. durch hohen Ausziehgrad bei der Drahtherstellung)
 - Härtung
 - niedrige Anlasstemperatur
- Wechselfestigkeit
 - Härtung
 - höhere Anlasstemperatur
 - Randentkohlung und Randoxidation vermeiden
 - Oberflächenfehler vermeiden (Härterisse, Zunderstellen, Fertigungsriefen, Scheuerstellen)
 - Glattschleifen und / oder Polieren der Oberfläche
 - Kaltverfestigen der Oberflächen durch Drücken oder Kugelstrahlen

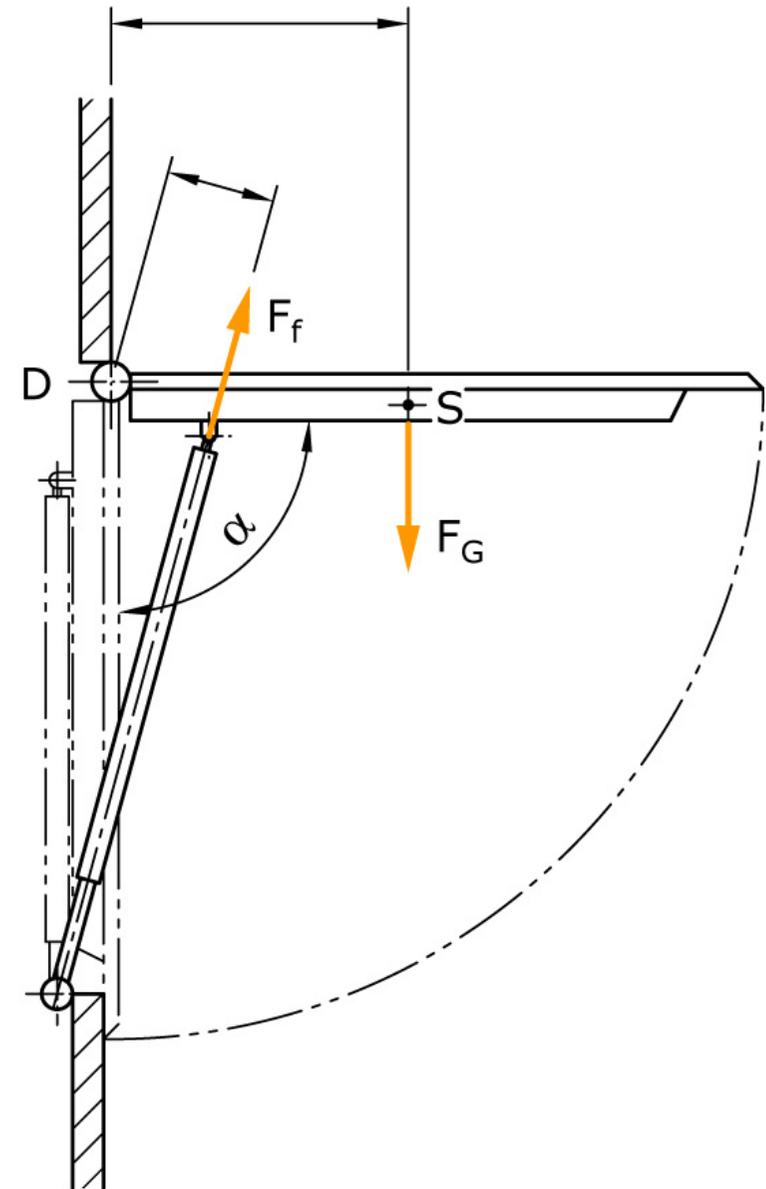


Gasfedern



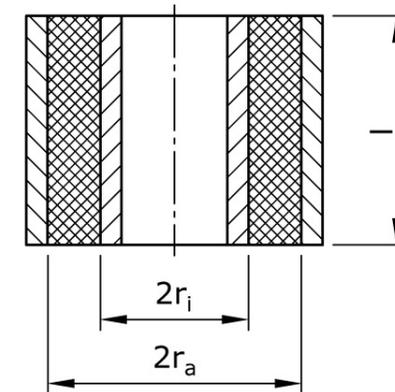
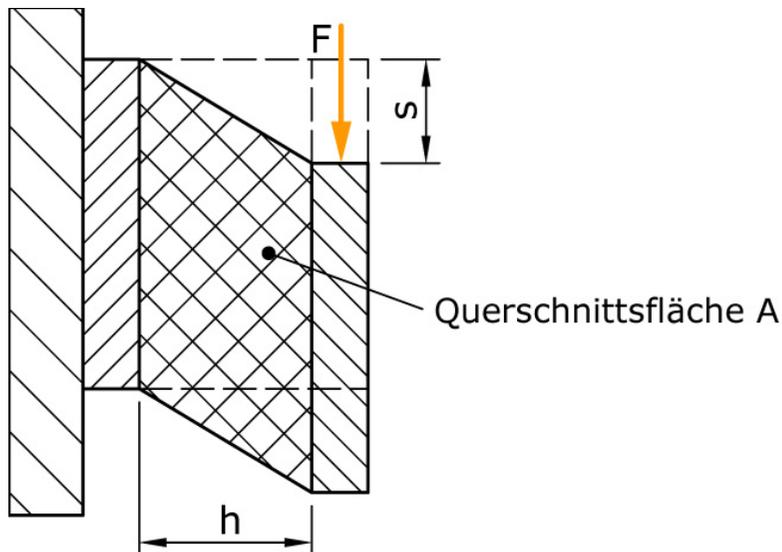
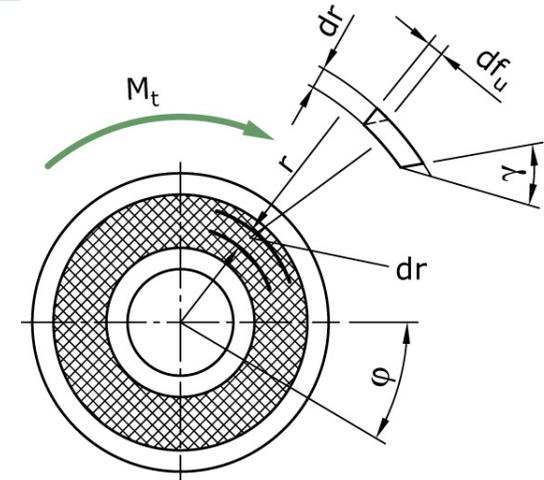
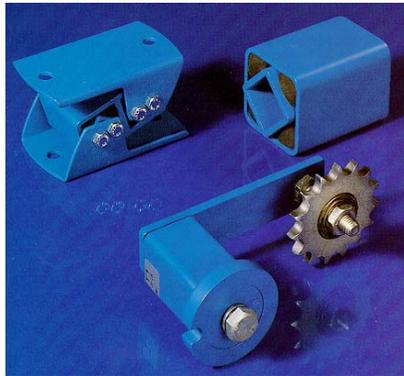
— Beispiel:

- 1 Kolbenstange
- 2 Öl – Schmutzabstreifer
- 4 O – Ring
- 5 Gasdichtung
- 6 Mechanischer Anschlag
- 7 Kolbenführungsband / Dichtung
- 9 Hochleistungs- / Füllventil



Dimensionierung ausgewählter Federn

Schubbeanspruchte Gummifedern



Herleitung Skript

Lieferkataloge konsultieren



ETH

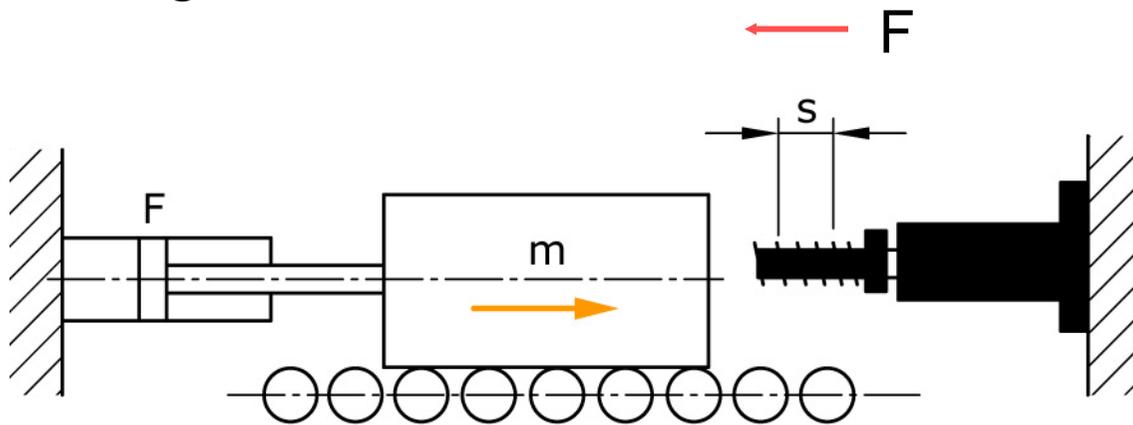
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Dämpfer

Bemerkung: Ein Dämpfer ist keine Feder!!
Wird aber häufig im Umfeld von Federn
eingesetzt!



$$E_{\text{kin}} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

oder rotativ:

$$E_{\text{kin}} = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$$

Wärmeerzeugung:

$$W = F \cdot s$$

F(s) vielfach konstant

$$W = E_{\text{kin}}$$

$$W_{\text{Wärme}} = W \cdot \frac{\text{Hub}}{\text{Std}}$$



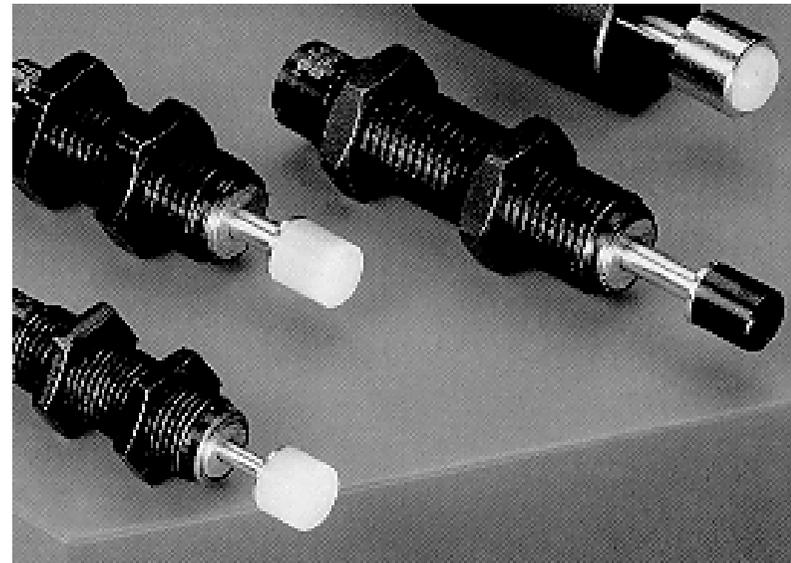
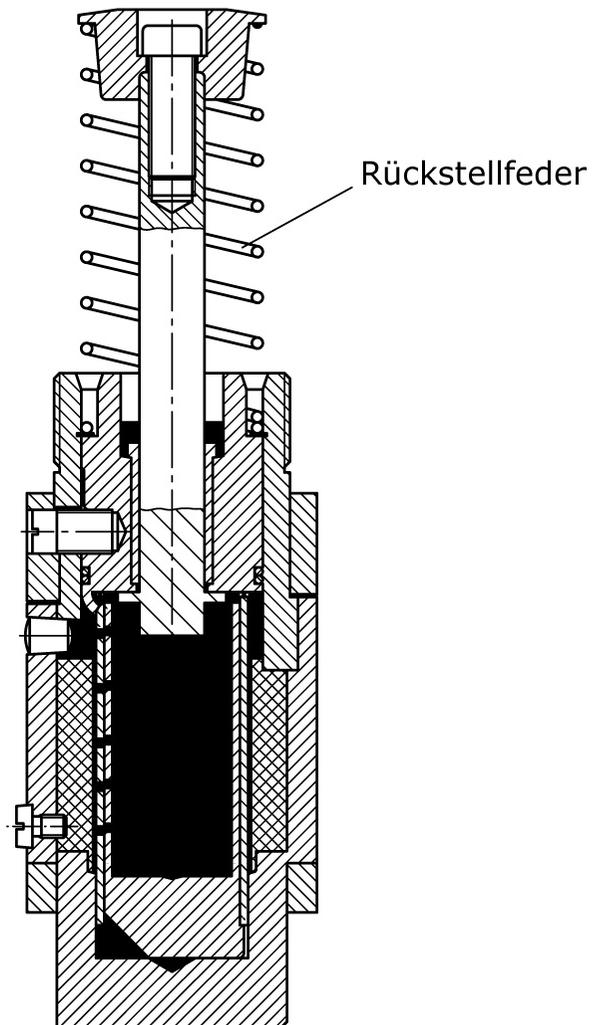
ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing

Dämpfer



ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IWF

Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung
Institute of Machine Tools and Manufacturing