

**Thema: PID-Regler – Aström-Hägglund Regeln, Analytical Crossover Specifications**

Ausgabe: 13.03.08    Vorberechnung: 14.03.08    Abgabe: 04.04.08    Nachbesprechung: 11.04.08

Name: .....    Vorname: .....    Visum: .....

R.S. (suard@imrt.mavt.ethz.ch), 13. März 2008

### Aufgabe 1 (PID-Regler – Aström-Hägglund Parameter)

Für die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{2}{(s+1)(s+1)(s+5)}$$

sollen die Parameter  $k_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  und  $a$  ( $b=1, c=0$ ) eines PID-Reglers gemäss den Regeln von Aström-Hägglund bestimmt werden.

Gehen Sie für den Reglerentwurf wie folgt vor:

- Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf der Regelstrecke in einem Nyquist-Diagramm und berechnen Sie den statischen Übertragungsfaktor  $|P(0)|$ .
- Bestimmen Sie die kritische Verstärkung  $k_p^*$  und die zugehörige Periode  $T^*$ .
- Berechnen Sie die Parameter  $k_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  und  $a$  des PID-Reglers gemäss dem Schema von Aström-Hägglund für  $\mu = 0.50$ .
- Simulieren Sie eine Einheits-Sprungantwort des Regelsystems und plotten Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgrösse  $y(t)$ .
- Der Aktuator der realen Regelstrecke kann folgendermassen modelliert werden:

$$u_{act} = \begin{cases} 4 & \text{für } u \geq 4 \\ u & \text{für } -4 < u < 4 \\ -4 & \text{für } u \leq -4 \end{cases}$$

Welches Problem kann hier auftreten? Treffen Sie eine geeignete Gegenmassnahme. Simulieren Sie erneut eine Einheits-Sprungantwort des Regelsystems und plotten Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgrösse  $y(t)$  mit und ohne Gegenmassnahme.

Verwenden und ergänzen Sie zum Lösen der Teilaufgaben **d)** und **e)** das vorbereitete MATLAB<sup>®</sup> File RT2\_Ueb2A1.m bzw. das Simulink Modell RT2\_Ueb2\_Regelsystem.mdl, welche Sie von der Vorlesungs-Webpage<sup>1</sup> herunterladen können.

./.

<sup>1</sup>[www.imrt.ethz.ch/education/Lectures/control\\_systems2/lecture\\_materials](http://www.imrt.ethz.ch/education/Lectures/control_systems2/lecture_materials)

## Aufgabe 2 (PID-Regler – Crossover Specifications)

Für die Regelstrecke aus der ersten Aufgabe sollen nun auch die Parameter  $k_p$ ,  $T_i$  und  $T_d$  ( $a = b = c = 1$ ) eines PID-Reglers bestimmt werden, so dass die folgenden Spezifikationen erfüllt sind:

- Die Durchtrittsfrequenz  $\omega_c$  der Kreisverstärkung soll bei  $\omega_c = 1$  rad/s liegen.
- Die Nyquistkurve der Kreisverstärkung soll den Einheitskreis tangential zur imaginären Achse betreten.
- Es soll kein stationärer Regelfehler auftreten.

Gehen Sie für den Reglerentwurf wie folgt vor:

a) Bestimmen Sie aufgrund geometrischer Überlegungen die Phasenreserve  $\varphi$  und den Steigungswinkel  $\psi$  der Kreisverstärkung bei der Durchtrittsfrequenz, so dass die Spezifikationen erfüllt werden. Skizzieren Sie auch den qualitativen Verlauf des offenen Regelkreises in einem Nyquist-Diagramm.

b) Leiten Sie die analytischen Ausdrücke für die Größen  $r_P$ ,  $\varphi_P$ ,  $r'_P$  und  $\varphi'_P$  her, mit

$$P(j\omega_c) = r_P \cdot e^{j\varphi_P}, \quad r'_P = \left. \frac{\partial |P(j\omega)|}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_c}, \quad \varphi'_P = \left. \frac{\partial \arg\{P(j\omega)\}}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_c}.$$

c) Berechnen Sie die drei Parameter  $k_p$ ,  $T_i$  und  $T_d$  des PID-Reglers (gemäss den Formeln aus den Vorlesungsfolien).

d) Verifizieren Sie, dass die Spezifikationen erfüllt werden. Erstellen Sie dazu die folgenden Frequenzganganalysen:

- Nyquist-Diagramm der Kreisverstärkung  $L(s)$ ,
- Bode-Diagramm der Kreisverstärkung  $L(s)$ , der komplementären Sensitivität  $T(s)$ , als auch der Sensitivität  $S(s)$ .

e) Prüfen Sie, ob das resultierende Regelsystem asymptotisch stabil ist.

f) Simulieren Sie eine Einheits-Sprungantwort des Regelsystems und plotten Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgrösse  $y(t)$ .

g) Untersuchen Sie den Einfluss verschiedener Spezifikationen  $\omega_c$ ,  $\varphi$  und  $\psi$  auf das Regelsystem.

Verwenden und ergänzen Sie zum Lösen der Teilaufgaben **c)–g)** das vorbereitete MATLAB® File `RT2_Ueb2A2.m` bzw. das Simulink Modell `RT2_Ueb2_Regelsystem.mdl`, welche Sie von der Vorlesungs-Webpage<sup>2</sup> herunterladen können.

---

<sup>2</sup>[www.imrt.ethz.ch/education/Lectures/control\\_systems2/lecture\\_materials](http://www.imrt.ethz.ch/education/Lectures/control_systems2/lecture_materials)