

**Thema: Unsicherheitsschranken, Spezifikationen im Frequenzbereich, Matlab**

Ausgabe: 17.04.08    Vorberechnung: 18.04.08    Abgabe: 25.04.08    Nachbesprechung: 02.05.08

Name: .....    Vorname: .....    Visum: .....

M.B. (michael.benz@imrt.mavt.ethz.ch), 14. April 2008

**Aufgabe 1 (Unsicherheitsschranke für gemessene Übertragungsfunktion)**

Für ein mechanisches Zwei-Feder-Masse-System soll eine Modellbeschreibung basierend auf einem nominalen Modell  $P(s)$  und einer Unsicherheitsschranke  $W_2(s)$  erstellt werden,

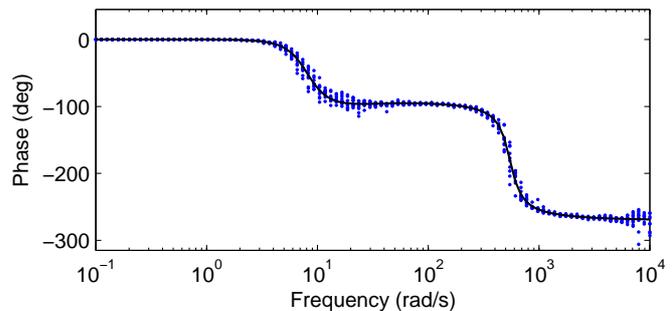
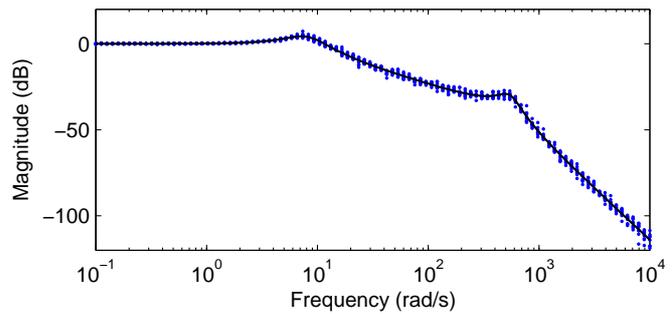
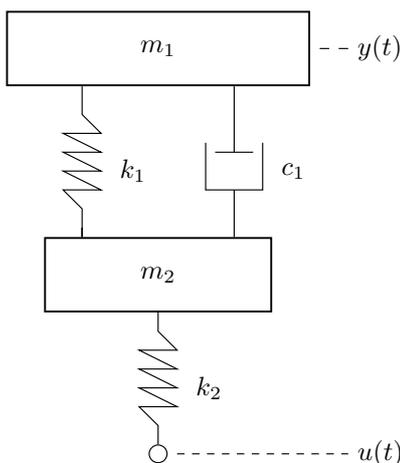
$$P_t(s) \in \mathcal{S} = \{P(s) \cdot (1 + \Delta(s) \cdot W_2(s)) \mid \|\Delta(s)\| \leq 1, \arg\{\Delta(s)\} \in [-\pi, \pi]\}.$$

Für die Identifikation von  $P(s)$  und  $W_2(s)$  steht eine Reihe von Messdaten<sup>1</sup> ( $K$  Frequenzantworten für  $I$  Frequenzen) zur Verfügung:

- $\omega \in R^I$  :        Frequenzvektor [rad/s]
- $M \in R^{I \times K}$  :    Matrix der Amplitudenvektoren
- $\Phi \in R^{I \times K}$  :    Matrix der Phasenvektoren [rad].

Anhand dieser Messdaten wurde bereits eine nominale Übertragungsfunktion ermittelt,

$$P(s) = \frac{2 \cdot 10^6 s + 2 \cdot 10^7}{s^4 + 206.7 s^3 + 3.021 \cdot 10^5 s^2 + 2 \cdot 10^6 s + 2 \cdot 10^7}.$$



- a) Stellen Sie für dieses System eine Unsicherheitsschranke  $W_2(s)$  auf. Verwenden Sie dazu die Messdaten aus dem mat-File `freqresp.mat` und das vorbereitete m-File `RT2_Ueb5A1.m`,

<sup>1</sup>Für diese Aufgabe wurden „künstliche Messdaten“ in der Simulation erzeugt.

welche Sie auf der Instituts-Homepage<sup>2</sup> finden. Bereiche mit zu ergänzendem Code sind im m-File durch ein # gekennzeichnet.

Gehen Sie wie folgt vor:

- i) Stellen sie das nominale Modell zusammen mit den gemessenen Übertragungsfunktionen in einem Bode-Diagramm und in einem Nyquist-Diagramm graphisch dar.
- ii) Berechnen Sie den Amplitudenvektor  $m$  und den Phasenvektor  $\varphi$  der Übertragungsfunktion des nominalen Systems für die Frequenzen  $\omega$ .
- iii) Verwenden Sie die Messdaten stellvertretend für das „wahre“ System, und plotten Sie die resultierenden Unsicherheiten,

$$\left| \frac{m_{i,k} \cdot e^{j \cdot \varphi_{i,k}}}{m \cdot e^{j \cdot \varphi}} - 1 \right| \quad \text{für } i = 1, \dots, I, k = 1, \dots, K.$$

- iv) Finden Sie iterativ eine geeignete obere Schranke  $W_2(s)$  zur Beschreibung der Unsicherheit.

- b) Skizzieren Sie den Bereich

$$\mathcal{S}_{\omega_0} = \{P(j\omega_0) \cdot (1 + \Delta(j\omega_0) \cdot W_2(j\omega_0)) \mid \|\Delta(j\omega_0)\| \leq 1, \arg\{\Delta(j\omega_0)\} \in [-\pi, \pi]\}$$

für die hergeleitete Unsicherheitsschranke  $W_2(s)$  in der Nyquist-Ebene für die Frequenz  $\omega_0 = 6 \text{ rad/s}$ . (**Tip:** Verwenden Sie dazu den Matlab Befehl `freqresp`.)

## Aufgabe 2 (Spezifikationen im Frequenzbereich)

Gegeben sei folgende SISO-Strecke:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0.7 & 0 & -100 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.01 \end{bmatrix}, \quad C = [-1 \quad 0 \quad 0], \quad D = 0$$

Für die Regelung der Strecke wurde ein Regler  $K(s)$  ausgelegt. Dazu hat man versucht, die Sensitivität  $S(s)$  mit einer dynamischen Gewichtung  $W_1(s)$  zu begrenzen. Die Gewichtungsfunktion und der resultierende Regler lauten wie folgt:

$$W_1(s) = \frac{0.5s + 2}{s + 0.2}, \quad K(s) = 100 \cdot \frac{(s + 0.8) \cdot (s + 0.5)}{s + 10}$$

- a) Überprüfen Sie graphisch mit Matlab die Bedingung für die nominale Regelgüte.
- b) Untersuchen Sie, ob die Spezifikationen für die Sensitivität tatsächlich eingehalten werden, d.h., ob die obere Schranke  $W_1^{-1}(j\omega)$  für alle  $\omega$  nicht überschritten wird. Begründen Sie Ihre Antwort mit einem Plot der Amplitude der Sensitivität und der oberen Schranke  $W_1^{-1}(s)$ .
- c) Wie Gross ist der minimale Abstand  $\mu$  zum Nyquist-Punkt?
- d) Ist das geregelte System asymptotisch stabil? Wenn ja, ist dies immer der Fall, falls die nominale Regelgüte erfüllt wird?

<sup>2</sup>[http://www.imrt.ethz.ch/education/lectures/control\\_systems2/lecture\\_materials](http://www.imrt.ethz.ch/education/lectures/control_systems2/lecture_materials) → Ueb5.zip