

**Thema: Singularwerte**

Ausgabe: 30. 4. 08      Vorberechnung: 2. 5. 08      Abgabe: 9. 5. 08      Nachbesprechung: 16. 5. 08

Name: .....      Vorname: .....      Visum: .....

D.R. (daniel.rupp@imrt.mavt.ethz.ch), R.M. (moeller@imrt.mavt.ethz.ch), 30. April 2008

**Aufgabe 1 (Frequenzantworten von MIMO Systemen)**

Gegeben sei das MIMO System

$$P(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+3} & \frac{1}{s+1} \\ \frac{1}{s+1} & \frac{3}{s+1} \end{bmatrix}.$$

Das System wird ab dem Zeitpunkt  $t = 0$  mit folgendem Eingangssignal angeregt:

$$u(t) = \begin{bmatrix} \cos(t) \\ \mu \cdot \cos(t + \varphi) \end{bmatrix}.$$

Lösen Sie folgende Teilaufgaben "von Hand":

- a) Wie müssen die Parameter  $\varphi$  und  $\mu$  gewählt werden, damit für das Ausgangssignal

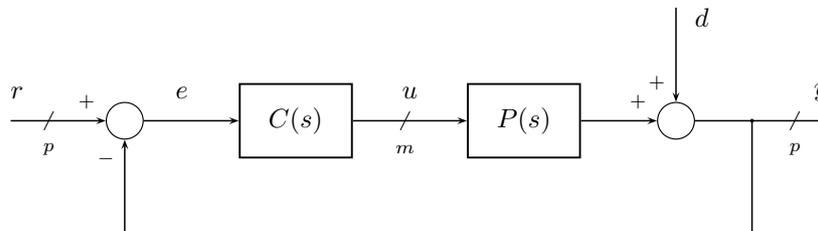
$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}$$

im eingeschwungenen Zustand gilt:  $y_1(t) \equiv 0$ .

- b) Setzen Sie nun  $\mu = 1$ . Wie muss der Parameter  $\varphi$  gewählt werden, damit die euklidische Norm  $\|y(t)\|$  minimiert wird.

**Aufgabe 2 (Übertragungsmatrizen eines Regelsystems)**

Gegeben sei ein Regelsystem mit Strecke  $P(s) \in C^{p \times m}$ , Regler  $C(s) \in C^{m \times p}$ , Führungsgrösse  $r \in R^p$ , Stellgrösse  $u \in R^m$  und Störgrösse  $d \in R^p$ .



Das Ausgangssignal  $Y(s)$  lässt sich schreiben als

$$Y(s) = T(s) R(s) + S(s) D(s),$$

wobei  $T(s)$  die Übertragungsmatrix der komplementären Empfindlichkeit und  $S(s)$  die Übertragungsmatrix der Empfindlichkeit bezeichnet.

- a) Leiten Sie die Matrizen der Empfindlichkeit und der komplementären Empfindlichkeit her, indem Sie den Regelkreis einmal bei  $e$  ( $S_1(s)$  und  $T_1(s)$ ) und einmal bei  $u$  ( $S_2(s)$  und  $T_2(s)$ ) “aufbrechen”.
- b) Verifizieren Sie die Identität der Matrizen,  $S_1(s) \equiv S_2(s)$ , bzw.  $T_1(s) \equiv T_2(s)$ .
- c) Beweisen Sie den fundamentalen Zusammenhang  $T(s) + S(s) = I$ .

### Aufgabe 3 (Singularwertverläufe)

Gegeben sei folgendes lineare MIMO System:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \\ -1 & -8 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Lösen Sie die folgenden Aufgaben in MATLAB<sup>®</sup>.

- a) Plotten Sie die Singularwertverläufe. Nützliche Befehle sind: `ss` und `sigma`.
- b) Berechnen Sie nun die Singularwerte bei der Frequenz  $\omega = 5$  rad/s. Verwenden Sie dazu den Befehl `svd`, der die Singularwerte einer Matrix berechnet. Vergleichen Sie das Resultat mit dem Ergebnis aus Aufgabe a).
- c) Berechnen Sie nun die Richtung, in der man bei der selben Frequenz ( $\omega = 5$  rad/s) das System anregen muss, damit man die grösste Verstärkung erhält. Verwenden Sie dazu auch den Befehl `svd`. Was bedeutet der komplexe Anteil?