Algorithms and Probability

Exercise Session 4

https://n.ethz.ch/~ahmala/anw

11 Problems
9 Minutes
Password:

11 Problems
9 Minutes
Password:

velocity

Grading

Theory Sheets: Strict

Peer Grading: ~~Strict~~

Coloring

Complete graph with n nodes has chromatic number of [...].

Complete graph with n nodes has chromatic number of n.

K_n is n-partite.

Complete graph with n nodes has chromatic number of n.

K_n is n-partite.

Is there a polynomial time algorithm to find if the graph has chromatic number 3?

Complete graph with n nodes has chromatic number of n.

K_n is n-partite.

Finding out if the graph has chromatic number >=3 is NP-Complete.

Is it to good?

Greedy-Färbung (G)

wähle eine beliebige Reihenfolge der Knoten: $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$

$c[v_1] \leftarrow 1$

for $i = 2$ **to** n **do**

  $c[v_i] \leftarrow \min\{k \in \mathbb{N} \mid k \neq c(u)$ für alle $u \in N(v_i) \cap \{v_1, \ldots, v_{i-1}\}\}$

With Greedy-Färbung we get 2-coloring for every bipartite graph?

GREEDY-FÄRBUNG (G)

wähle eine beliebige Reihenfolge der Knoten: $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$

$c[v_1] \leftarrow 1$

for $i = 2$ **to** n **do**

  $c[v_i] \leftarrow \min\{k \in \mathbb{N} \mid k \neq c(u)$ für alle $u \in N(v_i) \cap \{v_1, \ldots, v_{i-1}\}\}$

No!

Beispiel 1.61. Betrachten wir den Graphen B_n mit $2n$ Knoten, der aus dem vollständigen bipartiten Graphen $K_{n,n}$ entsteht, indem man die Kanten zwischen gegenüberliegenden Knoten entfernt. Da der Graph B_n bipartit ist, könnte er eigentlich mit zwei Farben gefärbt werden; es ist aber nicht schwer einzusehen, dass es auch eine Reihenfolge der Knoten gibt, für die der Greedy-Algorithmus n Farben benötigt (Übung!).

In-Class Exercise

https://n.ethz.ch/~ahmala/anw/material/In_Class_Exercise.pdf

Wahrscheinlichkeit

Probability Space(Wahrscheinlichkeitsraum) = (Ω, Pr[ ])

Discrete Sample Space (Ereignisraum) $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \ldots\}$

Elementary Event(Elementarereignis): $\omega_i \in \Omega$

Probability function (Wahrscheinlichkeitsfunktion) $Pr : \Omega \rightarrow [0\ ,\ 1]$

Wahrscheinlichkeit

A set $E \subseteq \Omega$ is called event (Ereignis): set of elementary events

$\Pr[E]$: sum of the elementary events included in E

Complementary Event (Komplementärereignis) $\bar{E} := \Omega \setminus E$

$\Pr[\bar{\mathrm{E}}] = 1 - \Pr[\mathrm{E}]$

Wahrscheinlichkeit

$$\forall \omega \in \Omega : 0 \leq \Pr(\omega) \leq 1$$

$$\sum_{\omega \in \Omega}^{n} \Pr(\omega) = 1$$

$$\forall E \subseteq \Omega : Pr[E] = \sum_{\omega \in E} Pr[\omega]$$

Wahrscheinlichkeit

$\Pr[\varnothing] = ?$

$\Pr[\Omega] = ?$

$A \subseteq B \Rightarrow \Pr[A] \; ? \; \Pr[B]$

$$\forall \omega \in \Omega : 0 \leq \Pr(\omega) \leq 1$$

$$\sum_{\omega \in \Omega}^{n} \Pr(\omega) = 1$$

$$\forall E \subseteq \Omega : Pr[E] = \sum_{\omega \in E} Pr[\omega]$$

Wahrscheinlichkeit

$\Pr[\varnothing] = 0$

$\Pr[\Omega] = 1$

$A \subseteq B \Rightarrow \Pr[A] \leq \Pr[B]$

$$\forall \omega \in \Omega : 0 \leq \Pr(\omega) \leq 1$$

$$\sum_{\omega \in \Omega}^{n} \Pr(\omega) = 1$$

$$\forall E \subseteq \Omega : Pr[E] = \sum_{\omega \in E} Pr[\omega]$$

Roll Two Dices At Once

How likely is to roll a sum of 8?

Different Ways of Picking Elements

	order matters	order does not matter
repetition allowed	n^k	$\frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$
no repetition allowed	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\frac{n!}{k!(n-k)!}$

1) Drawing k cards from a deck of n cards.
2) Choosing which k items to buy from a store that has unlimited amounts of n different items.
3) Rolling an n-sided die k times.
4) The number of possible first k places on a scoreboard of n people