

Zusammenfassung Kinematik & Statik HS 15

Kurze Bemerkungen:

- ❖ Diese ZF habe ich während der Vorbereitung auf die Zwischenklausur im HS15 geschrieben. Das Niederschreiben der wichtigsten Erkenntnisse aus der Vorlesung hat mir sehr geholfen, den Stoff zu verstehen. Ich empfehle daher jedem seine Formelsammlung selbst zu verfassen.
Ungeachtet dessen bin ich natürlich froh, euch mit dem Folgenden bei der Vorbereitung auf die Prüfung zu unterstützen!
- ❖ Ausserdem ist die ZF sehr ausführlich, womit sie in einem Fach, bei dem der Zeitdruck erheblich ist, vielleicht einige Nachteile gegenüber übersichtlicheren Formelsammlungen aufweist. Im Gegenzug kann sie allerdings hier und da auch als kurzer Theorie Recap nutzen – falls nach dem 2. Semester nicht mehr alles präsent ist.
- ❖ Wie immer: Ich gebe keine Garantie für Korrektheit! Falls ihr Fehler entdeckt könnt ihr das Word-Dokument von folgendem Link downloaden:
<https://n.ethz.ch/~brunner/ZFs/>

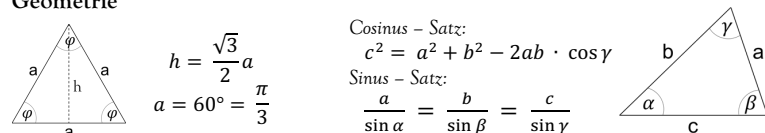
Ich wünsche euch viel Spass & Erfolg beim Lernen
Georg Brunner – 16

Trigonometrie

φ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	0 - Stellen
$\sin \varphi$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$n \cdot \pi$
$\cos \varphi$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$\frac{\pi}{2} + n \cdot \pi$
$\tan \varphi$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	/	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$n \cdot \pi$

$\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$	$\sin(\arccos x) = \sqrt{1 - x^2}$	$\sin(-\varphi) = -\sin \varphi$
$\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi = \cos 2\varphi$	$\sin(\arctan x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$	$\sin(\frac{\pi}{2} \pm \varphi) = \cos \varphi$
$\sin^2 \frac{\varphi}{2} = \frac{1 - \cos \varphi}{2}$	$\cos(\arcsin x) = \sqrt{1 - x^2}$	$\sin(\pi \pm \varphi) = \mp \sin \varphi$
$\cos^2 \frac{\varphi}{2} = \frac{1 + \cos \varphi}{2}$	$\cos(\arctan x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$	$\cos(-\varphi) = \sin \varphi$
$\sin 2\varphi = 2 \sin \varphi \cos \varphi$	$\tan(\arcsin x) = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$	$\cos(\frac{\pi}{2} \pm \varphi) = \mp \sin \varphi$
$1 + \tan^2 \varphi = \frac{1}{\cos^2 \varphi}$	$\tan(\arccos x) = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$	$\cos(\pi \pm \varphi) = -\cos \varphi$

Geometrie



Vektorrechnung

Allgemeines:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\vec{a}_0 = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a}$$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Skalarprodukt:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$$

$$\vec{b}_a = \vec{a} \cdot \vec{b}_0$$

Kreuzprodukt:

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \varphi$$

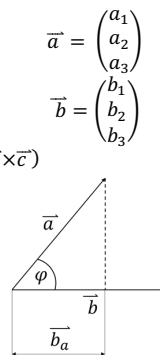
$$\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) + (\vec{a} \times \vec{c})$$

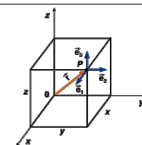
$$(k\vec{a}) \times \vec{b} = k \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

Rechtssystem

Flächeninhalt des Parallelogramms



KARTESISCH



$$x = \varrho \cdot \cos \varphi$$

$$y = \varrho \cdot \sin \varphi$$

$$z = z$$

$$x = r \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \psi$$

$$y = r \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \psi$$

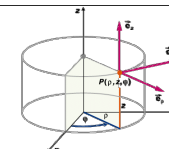
$$z = r \cdot \cos \vartheta$$

ZYLINDRISCH

$$\varrho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$z = z$$



$$\varrho = r \cdot \sin \vartheta$$

$$\varphi = \psi$$

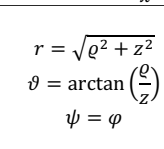
$$z = r \cdot \cos \vartheta$$

SPHÄRISCH

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\vartheta = \arctan\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right)$$

$$\psi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$



$$r = \sqrt{\varrho^2 + z^2}$$

$$\vartheta = \arctan\left(\frac{\varrho}{z}\right)$$

$$\psi = \varphi$$

Allgemein

$$\underline{v} = \dot{\underline{r}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\underline{r}(t+\Delta t) - \underline{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\underline{r}}{dt} \quad (d\underline{r} \text{ (Differential)} = \text{lineare Approximation})$$

Kartesisch

$$\underline{r} = x\underline{e}_x + y\underline{e}_y + z\underline{e}_z$$

$$\underline{v} = \dot{x}\underline{e}_x + \dot{y}\underline{e}_y + \dot{z}\underline{e}_z$$

Zylindrisch

$$\underline{r} = \varrho\underline{e}_\varrho + z\underline{e}_z$$

$$\underline{v} = \dot{\varrho}\underline{e}_\varrho + \varrho\dot{\varphi}\underline{e}_\varphi + \dot{z}\underline{e}_z$$

Sphärisch

$$\underline{r} = r\underline{e}_r$$

$$\underline{v} = \dot{r}\underline{e}_r + r\dot{\vartheta}\underline{e}_\vartheta + r\sin \vartheta \dot{\psi}\underline{e}_\psi$$

Bemerkung:

$\underline{v}$ ist definiert als $\underline{v} = \left| \frac{ds}{dt} \right| \cdot \underline{t}$, wobei $\left| \frac{ds}{dt} \right|$ den Betrag der Ableitung von $s(t)$, welche die Bogenlänge eines Punktes beschreibt, und $\underline{t}$ den Einheitsvektor tangentialen an die Bahnkurve im Punkt angibt.

Kreisbewegung

(ϱ, z sind konstant)

$$\underline{v} = \varrho \dot{\varphi} \underline{e}_\varphi \quad \text{wobei } \underline{e}_\varphi = \underline{e}_z \times \underline{e}_\varrho$$

$$\underline{v} = \varrho \dot{\varphi} \cdot (\underline{e}_z \times \underline{e}_\varrho)$$

$$= \dot{\varphi} \underline{e}_z \times \varrho \underline{e}_\varrho \quad \text{mit } \underline{\omega} = \dot{\varphi} \underline{e}_z$$

$$\underline{v} = \underline{\omega} \times \underline{r}$$

Starrer Körper

Die Beträge und Winkel der Vektoren zwischen drei Punkten im Körper bleiben stets konstant.

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = |\underline{a}| |\underline{b}| \cdot \cos \varphi = \text{Konstant}$$

SdpG

$$\underline{v}_N \cdot \underline{a} = \underline{v}_M \cdot \underline{a} \quad \forall N, M$$

$$|\underline{v}_N| \cdot \cos \alpha = |\underline{v}_M| \cdot \cos \beta$$

Translation

$$\underline{v}_N = \underline{v}_M$$

Kongruente Bahnkurven

Rotation

Zwei Punkte ($\in \mu$) sind stets in Ruhe!

$$\underline{v}(r, t) = \underline{\omega}(t) \times \underline{r}$$

$$|\underline{\omega}| = 2\pi \cdot \frac{n}{60}$$

Allgemeinste Bewegung

$$\underline{v}_M = \underline{v}_B + \underline{\omega} \times \underline{BM}$$

Kinematik: $\{\underline{v}_B / \underline{\omega}\}$

Invarianten: i) $\underline{\omega}$

ii) $\underline{v}_B = \underline{v}_B \cdot \frac{\underline{\omega}}{|\underline{\omega}|}$

Spezialfälle $\underline{v}_B \cdot \underline{\omega} = 0$

i. $\underline{\omega} = 0$ Translation

ii. $\underline{v}_B = 0$ Rotation

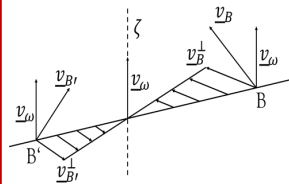
iii. $\underline{v}_B \perp \underline{\omega}$ Ebene Bewegung

Rollen/Gleiten

- Mom. Rotation
 μ = Berührungslinie
 $\Rightarrow v = 0$
- Es gibt Punkte auf der Berührungslinie mit $v \neq 0$

Kreiselung

Ein Punkt P des Körpers ist stets in Ruhe $\Rightarrow$ Momentane Rotation (μ geht durch P)
(Bew.: Zwei Ebenen senkrecht zu $\underline{v}_N, \underline{v}_M$. Schnittgerade hat wegen SdpG $v = 0$)



Schraubung

Die allgemeinste Bewegung ist gegeben durch eine Vektorfunktion, linear abhängig vom Verbindungsvektor (BM). Die Linearität zeigt sich in $\underline{v}_B^\perp$. Alle Punkte mit $\underline{v}_B^\perp = 0 \in \zeta$. $\zeta = \{\underline{v}_\omega / \underline{\omega}\}$ (Schraube)
 $\zeta \parallel \underline{\omega}$, und alle Punkte $\in \zeta$ haben dieselbe Geschwindigkeit (denn der Term $\underline{\omega} \times \underline{ZZ}'$ verschwindet)
Der Abstand zur Zentralachse d_{BZ} ist gegeben durch $d_{BZ} = \frac{|\underline{v}_B^\perp|}{|\underline{\omega}|}$

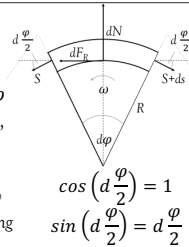
Ebene Bewegung & Fachwerke (Def.: Bahnkurven in parallelen Ebenen sind kongruent)

- $\underline{v}_B \perp \underline{\omega} \Rightarrow \underline{v}_\omega = 0$
 - $\zeta \rightarrow \mu$
 - Durchstoßpunkt von ζ durch die Ebene $\rightarrow$ Momentanzentrum
- SvM: i. Z (Momentanzentrum) ist in Ruhe
ii. Geschwindigkeiten $\perp$ auf $\underline{ZA}$
iii. $Z \rightarrow$ Schnittpunkt der Senkrechten auf die Geschwindigkeiten

Parallelogramm Regel: Bei Fachwerken haben parallele Stäbe im Parallelogramm das gleiche $|\underline{\omega}|$
Bemerkung: Stehen zwei Geschwindigkeiten eines Stabes senkrecht auf diesen: Verbinde die Spitzen. Das Momentanzentrum ist dann der Schnittpunkt mit dem Stab!

Beweise

SdpG	Zylindrische v-Komponenten	Parallelogramm Regel
$\underline{a} \cdot \underline{a} = \text{Konstant}$ $\underline{a} = \underline{r}_N - \underline{r}_M$ $\underline{\dot{a}} = \underline{\dot{r}}_N - \underline{\dot{r}}_M$ $2\underline{\dot{a}} \cdot \underline{a} = 0$ (Produktregel) $\underline{\dot{r}}_N \cdot \underline{a} = \underline{\dot{r}}_M \cdot \underline{a}$ $\underline{v}_N \cdot \underline{a} = \underline{v}_M \cdot \underline{a}$	$\underline{r} = \varrho \underline{e}_\varrho + z \underline{e}_z$ $\underline{v} = \dot{\varrho} \underline{e}_\varrho + \varrho \dot{\varphi} \underline{e}_\varphi + \dot{z} \underline{e}_z$ $\underline{e}_\varrho = \cos \varphi \cdot \underline{e}_x + \sin \varphi \cdot \underline{e}_y$ $\dot{\underline{e}}_\varrho = \dot{\varphi} (-\sin \varphi \cdot \underline{e}_x + \cos \varphi \cdot \underline{e}_y)$ $\underline{e}_\varphi = -\sin \varphi \cdot \underline{e}_x + \cos \varphi \cdot \underline{e}_y$ $\dot{\underline{e}}_\varphi = \dot{\varphi} \cdot \underline{e}_\varrho$ $\underline{v} = \dot{\varrho} \underline{e}_\varrho + \varrho \dot{\varphi} \underline{e}_\varphi + \dot{z} \underline{e}_z$	$\underline{v}_A = \underline{v}_B + \underline{\omega}_1 \times \underline{BA}$ $\underline{v}_B = \underline{v}_C + \underline{\omega}_2 \times \underline{CB}$ $\underline{v}_C = \underline{v}_D + \underline{\omega}_3 \times \underline{DA}$ $\underline{v}_D = \underline{v}_A + \underline{\omega}_4 \times \underline{AD}$ $\underline{v}_A = \underline{v}_A + (\underline{\omega}_4 - \underline{\omega}_2) \times \underline{BC}$ $+ (\underline{\omega}_3 - \underline{\omega}_1) \times \underline{BC}$
Seilreibung über ein infinitesimales Seilstück dS $dS = R d\varphi$ Aufstellen der Komponentenbedingungen liefert: $dF_R = dS \quad dN = S d\varphi$ Da die Trommel mit ω rotiert, gilt das Gleitreibungsgesetz: $dS = \mu_1 S d\varphi$ Nach Integration von 0 bis φ ergibt diese Differentialbeziehung $S_2 = S_1 \cdot e^{\mu_1 \varphi}$		



Kräfte

Punktgebundener Vektor $\{A_i/E_i\}$ (Ursache für Beschleunigung, Deformation, etc.) $[N] (= kg \cdot \frac{m}{s^2})$

Reaktionsprinzip (Newton): Jede Actio erzeugt eine Reactio!

Kräfte mit gleichem Angriffspunkt: $\underline{R} = \sum_{i=1}^n \underline{F}_i$

- Einteilung:
- Fernkräfte (keine Berührung, z.B.: Gravitation)
 - Kontaktkräfte (Wechselwirkung per Berührung)
 - Innere Kräfte (Reactio liegt innerhalb vom betrachteten System)
 - Äußere Kräfte (Reactio liegt außerhalb vom betrachteten System)

Momente [Nm]

$\underline{M}_D = \underline{OA} \times \underline{F}$ (vgl. Rotation)

$\underline{M}_y = \underline{M}_B \cdot \underline{e}_y$ (Projektion von $\underline{M}_B$ auf die Achse in Richtung $\underline{e}_y$)

$\underline{M}_P = \underline{M}_D + \underline{R} \times \underline{OP}$ (vgl. Starrkörperformel)

Verschiebungssatz: Abstand zw. Kraft und Achse entscheidend
 $\rightarrow$ Kraft kann verschoben werden

Momente können Ursache für eine Rotation sein
Bestimmung des Drehsinnes per Rechte-Hand-Regel

Leistung [Watt ($:= N \cdot \frac{m}{s}$)]

$\mathcal{P} = \underline{F} \cdot \underline{v}_B$

$\mathcal{P} = \underline{M}_B \cdot \underline{\omega}$

$\mathcal{P}_{ges} = \sum (\underline{R} \cdot \underline{v}_i + \underline{M}_i \cdot \underline{\omega})$

Leistungslose Kraft: $\underline{F} \perp \underline{v}_B$

Antriebskraft: $\alpha < 90^\circ$

Widerstandskraft: $\alpha > 90^\circ$

Statische Äquivalenz

Def.: $\{G\}$ stat. äqu. zu $\{G^*\}$ falls $\mathcal{P}_G = \mathcal{P}_{G^*}$

Gleichbedeutend zu: $\underline{R} = \underline{R}^* \wedge \underline{M}_D = \underline{M}_D^*$

- Kräfte in der Ebene: Je $\underline{R}$ für zwei Kräfte bestimmen mit A = Schnittpkt. Wirklin.
- Parallele Kräfte mit $\underline{R} \neq 0$: $\underline{R}$ berechnen, A per Hebelgesetz: $a_1 \cdot |\underline{E}_1| = a_2 \cdot |\underline{E}_2|$
- Kräftepaar (Parallele Kräfte mit $\underline{R} = 0$):
Nicht auf Einzelkraft reduzierbar! Konstantes Moment ($|\underline{M}| = |\underline{M}| \cdot b$) (b...Abstand Wirklin.)

Reduktion einer Kräftegruppe

Dyname in O: $\{\underline{R}/\underline{M}_D\}$

1. Invariante: $\underline{R}$

2. Invariante: $\underline{M}_R = \underline{R} \cdot \underline{M}_D = \underline{R} \cdot \underline{M}_B$

Reduktion auf die Dyname:

Möglichst einfache stat. äqu. Kräftegruppen finden. Besteht maximal aus einer Einzelkraft ($\underline{R}$ mit A im Kräftemittelpkt. S) und einem Kräftepaar mit Moment $\underline{M}_S$.

Gleichgewichtsbedingungen

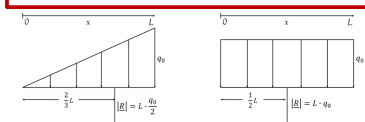
Gleichgewicht: $\underline{R} = 0, \underline{M}_B = 0$

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad \underline{M}_x^B = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad \underline{M}_y^B = 0 \\ \sum F_z = 0 & \quad \underline{M}_z^B = 0 \end{aligned}$$

2D-Problem: 3 Gl.
3D-Problem: 6 Gl.
(Nullgruppe: Kräftepaar mit gleicher Wirkungslinie)

Spezialfälle

- $\underline{R} \cdot \underline{M}_D = 0$ Reduktion auf Einzelkraft
- $\underline{R} = 0$ Reduktion auf Kräftepaar



Linienverteilte Kräfte $q(x)$

Allgemein	Uniforme Verteilung	Dreiecksverteilung
Linienverteilte Kräfte $q(x) \cdot \underline{e}_q$ $\underline{R} = \int_0^L q(x) dx \cdot \underline{e}_q$ $x_S = \frac{1}{R} \cdot \int_0^L x \cdot q(x) dx$	Uniforme linienverteilte Kräfte können auf eine Einzelkraft mit $ \underline{R} = L \cdot q_0$ und Angriffspunkt bei $x_S = \frac{L}{2}$ reduziert werden.	Dreiecksverteilte Kräfte können auf eine Einzelkraft mit $ \underline{R} = L \cdot \frac{q_0}{2}$ und Angriffspunkt bei $x_S = \frac{2L}{3}$ reduziert werden.

Kräftemittelpunkt & Schwerpunkt (für gleichgerichtete Kräftegruppen)

Resultierende	Kräftemittelpunkt	Linien-/Flächen-/Körper-Schwerpunkt/Mittelpunkt	Bemerkungen
$R = \sum F_i$	$S = \frac{\sum F_i \underline{r}_i}{\sum F_i}$	Schwerpunkt: Bei mehreren Teilkörpern (mit Teilgewichten G_i) sind die einzelnen Teilschwerpunkte S_i mit dem Gesamtgewicht G zu mitteln: $S = \frac{1}{G} \cdot \sum G_i \underline{r}_i$	
$R = \int q(x) dx$	$S = \frac{\int x \cdot q(x) dx}{\int q(x) dx}$	$S = \frac{1}{L} \cdot \int \underline{r} dL$	Polarkoord.: Über die Bogenlänge dl integrieren ($\int_0^\pi x dl$). Ersetze dl durch $R d\varphi$ und drücke x mit φ aus (Grenzen!).
$R = \iint s(r) dA$	$S = \frac{\iint \underline{r} s(r) dA}{\iint s(r) dA}$	$S = \frac{1}{A} \cdot \iint \underline{r} dA$	Ist eine Richtung konstant: Drücke dA durch dx aus!
$R = \iiint f(r) dV$	$S = \frac{\iiint \underline{r} f(r) dV}{\iiint f(r) dV}$	$S = \frac{1}{V} \cdot \iiint \underline{r} dV$	

$q(x), s(r), f(r)$ seien die jeweils entsprechenden Kraftdichten.

Bindungen

Festlager		2D: $A_X A_Y$ 3D: $A_X A_Y A_Z$
Auflager		2D und 3D: A_Y (muss nach oben zeigen, sonst nicht in Ruhe)
Einspannung		2D: $A_X A_Y M_Z^A$ 3D: $A_X A_Y A_Z M_Z^A M_Y^A M_X^A$
Kurzes Querlager		2D: A_Y 3D: $A_Y A_Z$
Langes Querlager		2D: $A_Y M_Z^A$ 3D: $A_Y A_Z M_Z^A M_Y^A$
Längslager		2D und 3D: A_Y (Kraft darf in beide Richtungen wirken)
Seil		Kraftübertragung nur in Seilrichtung. Nur Zugbelastung!

Bemerkung zum hydrostatischen Druck:

Bei der Reduktion einer Kraftdichte $p(h)$ die vom hydrostatischen Druck stammt ($p(h) = \rho gh$) beachten, dass dieser Richtungsunabhängig ist: Immer Normal auf die Ebene, egal unter welchem Winkel diese geneigt ist.

Lagerkräfte bestimmen

- Freischneiden
- Kräfte eintragen
- GGB (Bestimmtheit?)
- (Systemtrennung)
- Lagerkräfte bestimmen
- Diskussion (Kippen,...)

Hauptsatz der Statik

Ein System in Ruhe (keine Änderung der Geschwindigkeit) hat die notwendigen Bedingungen $\underline{R}^{(a)} = \underline{0} \wedge \underline{M}_O^{(a)} = \underline{0}$ Nicht hinreichend!

Folgt aus dem Grundprinzip der Statik: Für ein System in Ruhe sind die Leistungen bei jedem virtuellen Bewegungszustand innerer und äußerer Kräfte gleich Null.

Ruhelage bestimmen

- Gleichgewichtsbedingungen (nach Hauptsatz)
- PdvL: Wähle einen zulässigen virtuellen Bewegungszustand und setze $\mathcal{P}_{Ges} = 0$ (zulässig, um Bestimmung vieler Kräfte zu vermeiden)

Standfestigkeit

Standfläche A_S : Kleinste konvexe Berührungsebene Angriffspunkt der reduzierten Normalkraft zwingen in A_S , außerdem muss N größer 0 sein.

Fachwerke & Bestimmung der Stabkräfte

Ideales Fachwerk:

Stäbe = Pendelstützen (Stäbe: gewichtslos; Knoten: reibungsfreie Gelenke an Stabenden; Belastung nur dort)

- Knotengleichgewicht:
❖ Lagerkräfte bestimmen
❖ Knoten freischneiden und GGB für Komponenten
❖ Stabkräfte als Zugkräfte (vom Knoten weg)
- Dreikräfteschnitt:
❖ Lagerkräfte bestimmen
❖ Systemtrennung durch 3 Stäbe (Stabkräfte auf Zug), s.d. nur zwei Stäbe vom gleichen Knoten kommen
❖ Momentenbedingung, bzw. Komponentenbedingung senkrecht auf die beiden parallelen Stabkräfte
- PdvL:
❖ Bestimmung der Lagerkräfte nicht nötig
❖ Entferne den Stab mit gesuchten Stabkräften
❖ (Zulässigen) virtuellen Bewegungszustand einführen
❖ Kinematik lösen (SdpG, SvM, Parallelogrammregel)
❖ $\mathcal{P}_{Ges} = 0$

Reibungskraft $\underline{F}_R$

Reibungszahlen: Empirisch ermittelte Konstanten (werkstoffabhängig). Kraftaufwand Bewegung zu verursachen, ist größer als Bewegung aufrecht zu halten: $\mu_0 > \mu_1$

- Haftreibung: Ein System bleibt solange in Ruhe sofern $|\underline{F}_R| < \mu_0 \cdot |\underline{N}|$
- Gleitreibung: Gleitet ein System über ein anderes, erkennt man (näherungsweise) aus dem Diagramm: $|\underline{F}_R| = \mu_1 \cdot |\underline{N}|$
- Rollreibung: Wegen Verformbarkeit der Räder (N ist nicht mehr gleichmäßig verteilt).
 $|\underline{M}_R| < \mu_2 \cdot |\underline{N}|$ für Ruhe
 $|\underline{M}_R| = \mu_2 \cdot |\underline{N}|$ für Rollen

Beachte: μ_0, μ_1 Sind dimensionslos; μ_2 hat Einheit [L]

Statische Bestimmtheit

System: m Gleichungen, n Variablen

- ❖ $m = n$ Stat. bestimmt
- ❖ $m > n$ Stat. überbestimmt (Zu wenig Lagerkräfte: beweglich)

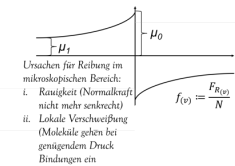
Beurteilung per Kinematik:

Wie viele Bindungen müssen aufgehoben werden, damit beweglich: Genau eine, d.h. statisch bestimmt.

Bei Fachwerken:

- ❖ 2D: $s + r = 2K$
- ❖ 3D: $s + r = 3K$

(s : #Stäbe, r : #Lagerkräfte, K : #Knoten)



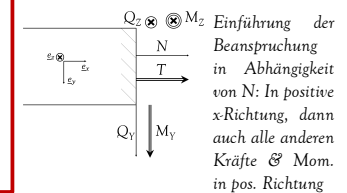
Seilstatik

Ein reibungsfreies Seil, das auf einer Rolle haftet, überträgt Kräfte in Seilrichtung ohne Verluste.

Mit Reibung ergibt sich für $S_2 > S_1$:

Für Haftung: $S_2 < S_1 \cdot e^{\mu_0 \varphi}$

Für Reibung: $S_2 = S_1 \cdot e^{\mu_1 \varphi}$



Beanspruchung

Schnitt bei x : Innere Kräfte → Äußere. Mit Kräftegruppe am gleichen Teilsys. GGB. Stat. äqu. zur Kräftegruppe am anderen Teilsys. Die Red. der stat. äqu. Kräftegruppe auf Flächenmittelpkt. vom Schnitt $\{R/\underline{M}_O\}$ nennt man Beanspruchung.

Bestimmung:

- Lagerkräfte (falls nötig)
- Schnitt bei x (Vorsicht: Einzelkraft)
- Basis (gekrümmten Stab: zyl.)
- Laufvariablen
- GGB bzw. Reduktion
- Diagramme, Diskussion, Randbedingungen (z.B.: Gelenk: $M_O=0$)

Differentialbeziehungen:

$$\begin{aligned} Q'_y(x) &= -q_y(x) \\ M'_z(x) &= -Q_y(x) \\ Q'_z(x) &= -q_z(x) \\ M'_v(x) &= Q_y(x) \end{aligned}$$

N	Zug/Druck
Q_y, Q_z	Schub
T	Torsion
M_y, M_z	Biegemoment