

Serie 7 - Tipps

Empfehlungen. Aufgrund ihrer Bedeutung für das Verständnis, ihres Lernwerts und ihrer Relevanz für die Prüfung empfehle ich, die folgenden Aufgaben in dieser Priorität zu bearbeiten:

$$3 > 4 > 2 > 1$$

Die Schwierigkeit der Aufgaben wird jeweils durch die Kreise angegeben.

Aufgabe 1 ●○○○○

- a) -
b) Die Polarisationsidentität besagt

$$\langle x, y \rangle = \frac{1}{2} (d(x, 0)^2 + d(y, 0)^2 - d(x, y)^2).$$

- c) Finde heraus, was A sein muss, wenn $g(e_i) = Ah(e_i) = Ae_i$ gilt und du b) benutzt.
d) Wende b) auf $h(x)$ und e_i an.

Aufgabe 2 ●○○○○

- a) Eine Hermitesche Matrix muss von der Form

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta - i\gamma \\ \beta + i\gamma & \delta \end{pmatrix}$$

$\alpha, \beta, \delta \in \mathbb{R}$ sein. Zerlege sie nun in eine Linearkombination von Pauli Matrizen.

- b) Zeige, dass $U \in \text{SU}(2)$ die Form

$$\begin{pmatrix} \alpha + i\delta & \gamma + i\beta \\ -\gamma + i\beta & \alpha - i\delta \end{pmatrix}$$

$\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ haben muss.

- c) Zeige zuerst

$$\sigma_i \sigma_j = \sum_{k=1}^3 i \epsilon_{ijk} \sigma_k + \delta_{ij} \sigma_0, \quad i, j \in \{1, 2, 3\}.$$

Aufgabe 3 ●●●○○

Teil a) und b) haben wir schon in der Übungsstunde gemacht, Teil c) und d) ist wie im Beispiel im Skript.

Aufgabe 4 ●●○○○

- a) Serie 3, Aufgabe 5g).
- b) Du solltest herausgefunden haben, dass $G \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$. Das ist ein direktes Produkt von 2 Gruppen, deren irreduziblen Darstellungen du kennst.
- c) -
- d) -