

Tag 2

Aufgabe 1 :

Bestimme die Taylorreihe bis zur 2-ten Ordnung der Funktion

$$f(x) = \sqrt[3]{2x+2}$$

um den Entwicklungspunkt $x_0 = 3$.

Solution: Wir benötigen für diese Aufgabe folgende Ableitungen von f :

$$f'(x) = \frac{2}{3}(2x+2)^{-2/3}$$

$$f''(x) = -\frac{8}{9}(2x+2)^{-5/3}$$

Einsetzen des Entwicklungspunkt ergibt:

$$C_0 = f(3) = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$C_1 = \frac{f'(3)}{1!}(x-3)^1 = \frac{1}{6}(x-3)$$

$$C_2 = \frac{f''(3)}{2!}(x-3)^2 = -\frac{1}{72}(x-3)^2$$

und somit ist unsere Taylorreihe

$$2 + \frac{1}{6}(x-3) - \frac{1}{72}(x-3)^2$$

Aufgabe 2 :

Löse folgende Integrale:

(a) $\int (x-2)^3 dx$

(b) $\int \frac{1}{7x+5} dx$

(c) $\int e^{3x-2} dx$

(d) $\int 2xe^{x^2-5} dx$

(e) $\int x \sin(2x^2) dx$

(f) $\int x^3 \sqrt{x^4+1} dx$

(g) $\int 5x \sqrt{1-x^2} dx$

(h) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^4+16}} dx$

(i) $\int \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)} dx$

(j) $\int e^{\sin(x)} \cos(x) dx$

(k) $\int \frac{\cos(x)}{(25+10\sin(x)+\sin^2(x))} dx$ (schwer!)

(l) $\int \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$

Solution:

(a) $\frac{1}{4}(x-2)^4 + C$

(b) $\frac{1}{7} \ln |7x+5| + C$

(c) $\frac{1}{3}e^{3x-2} + C$

(d) $e^{x^2-5} + C$

(e) $-\frac{1}{4} \cos(2x^2) + C$

(f) $\frac{1}{6}(x^4+1)^{\frac{3}{2}} + C$

(g) $-\frac{5(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}{3} + C$

(h) $\frac{\sqrt{x^4+16}}{2} + C$

(i) $\ln(\sin(x)+1) + C$

(j) $e^{\sin(x)} + C$

(k) $-\frac{1}{\sin(x)+5} + C$

(l) $-2 \cos(\sqrt{x}) + C$