Harry’s

Mathematik I/II

PVK Tag 5

20. Juni 2025

Sommer 2021, Aufgabe 4

4. Aufgabe **[12 Punkte]**

Betrachten Sie die Funktion $f(x, y) = x^2y^2 + x^3 - 3x$.

(a) [**3 Punkte**] Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene des Graphen von f im Punkt $(-1, 1, 3)$.

Sommer 2021, Aufgabe 4

4. Aufgabe **[12 Punkte]**

Betrachten Sie die Funktion $f(x, y) = x^2y^2 + x^3 - 3x$.

(a) [**3 Punkte**] Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene des Graphen von f im Punkt $(-1, 1, 3)$.

(b) [**5 Punkte**] Finden Sie alle kritischen Punkte von f und bestimmen Sie jeweils, ob es sich um einen Sattelpunkt, ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum handelt.

Sommer 2015, Aufgabe 5

c) Bestimmen Sie den Punkt $P = (x_0, y_0, z_0)$ in der Ebene $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y + 3z = 7\}$, der vom Ursprung $(0, 0, 0)$ den kleinsten Abstand hat. Verwenden Sie hierzu die Methode der Lagrange-Multiplikatoren.

Winter 2024, Aufgabe 1

MC18. Sei $V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, 0 \leq x \leq 5,\ 0 \leq y \leq e^{1+x}\}$. Was ist der Flächeninhalt von V?

(A) $4e^3 + 5e$,

(B) $-3e^4 + 6$,

(C) $6e^5 - 4e$,

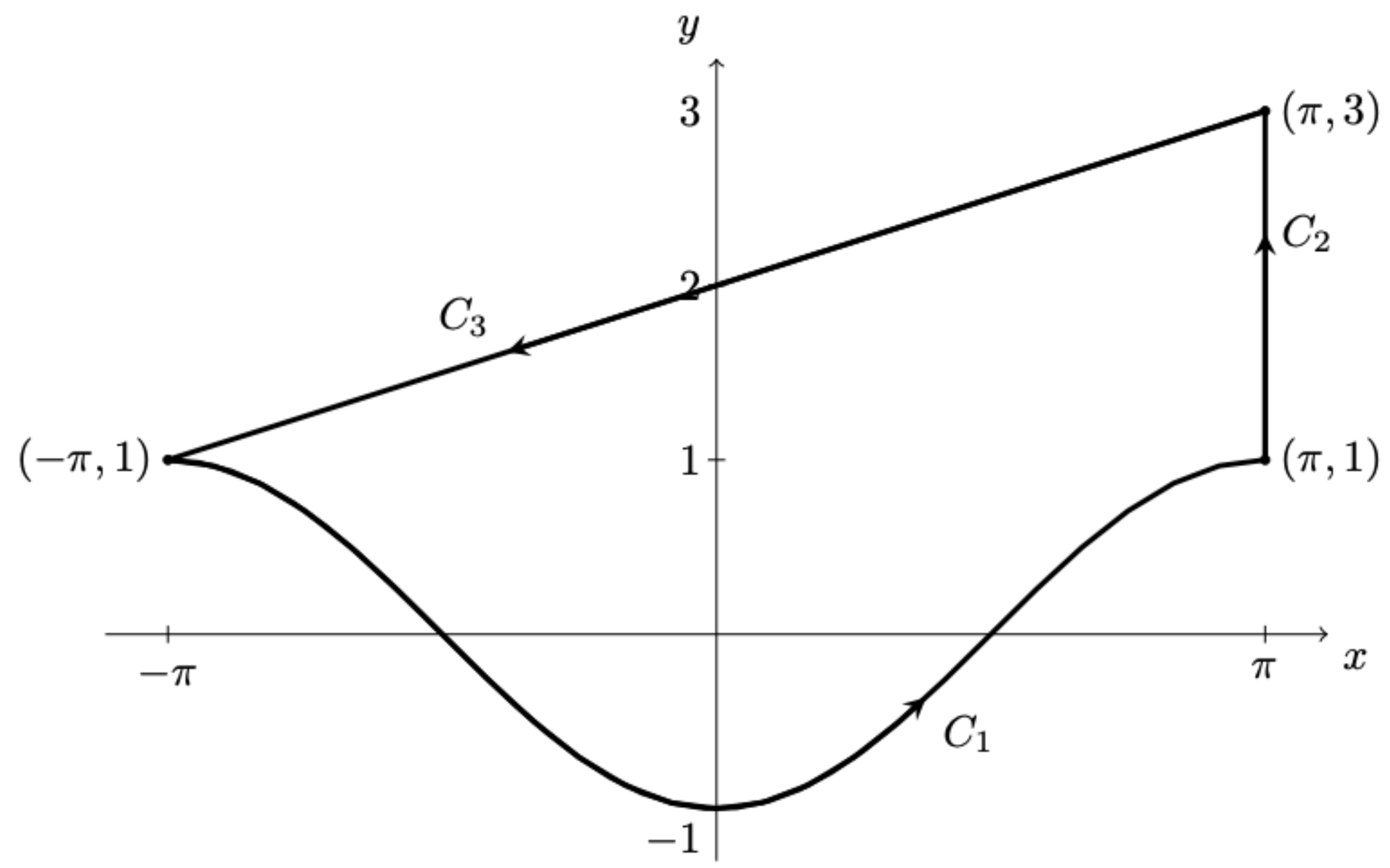
(D) $e^6 - e$.

Sommer 2017, Aufgabe 6

Das Vektorfeld $\vec{F}$ sei gegeben durch

$$\vec{F}(x,y) = \begin{pmatrix} x^2 - 2y \\ 4x \end{pmatrix}.$$

Weiter seien die drei Kurven C_1, C_2 und C_3 in der folgenden Abbildung gegeben (die Pfeile kennzeichnen die Durchlaufrichtung!). Die Kurve C_1 folgt der Funktion $y = -\cos(x)$ von $(-\pi, 1)$ bis $(\pi, 1)$; die Kurve C_2 ist die geradlinige Verbindungen von $(\pi, 1)$ nach $(\pi, 3)$; die Kurve C_3 ist die geradlinige Verbindungen von $(\pi, 3)$ nach $(-\pi, 1)$.



a) Geben Sie für $\mathbf{C_1}$ und $\mathbf{C_2}$ jeweils eine mögliche Parametrisierung durch einen Ortsvektor $\vec{r}(t)$ an. Achten Sie dabei auf die Durchlaufrichtung. Schreiben Sie Ihre Antwort **direkt auf das Aufgabenblatt**. Sie müssen Ihre Antwort **nicht** begründen. Antworten auf anderen Blättern werden nicht bewertet.

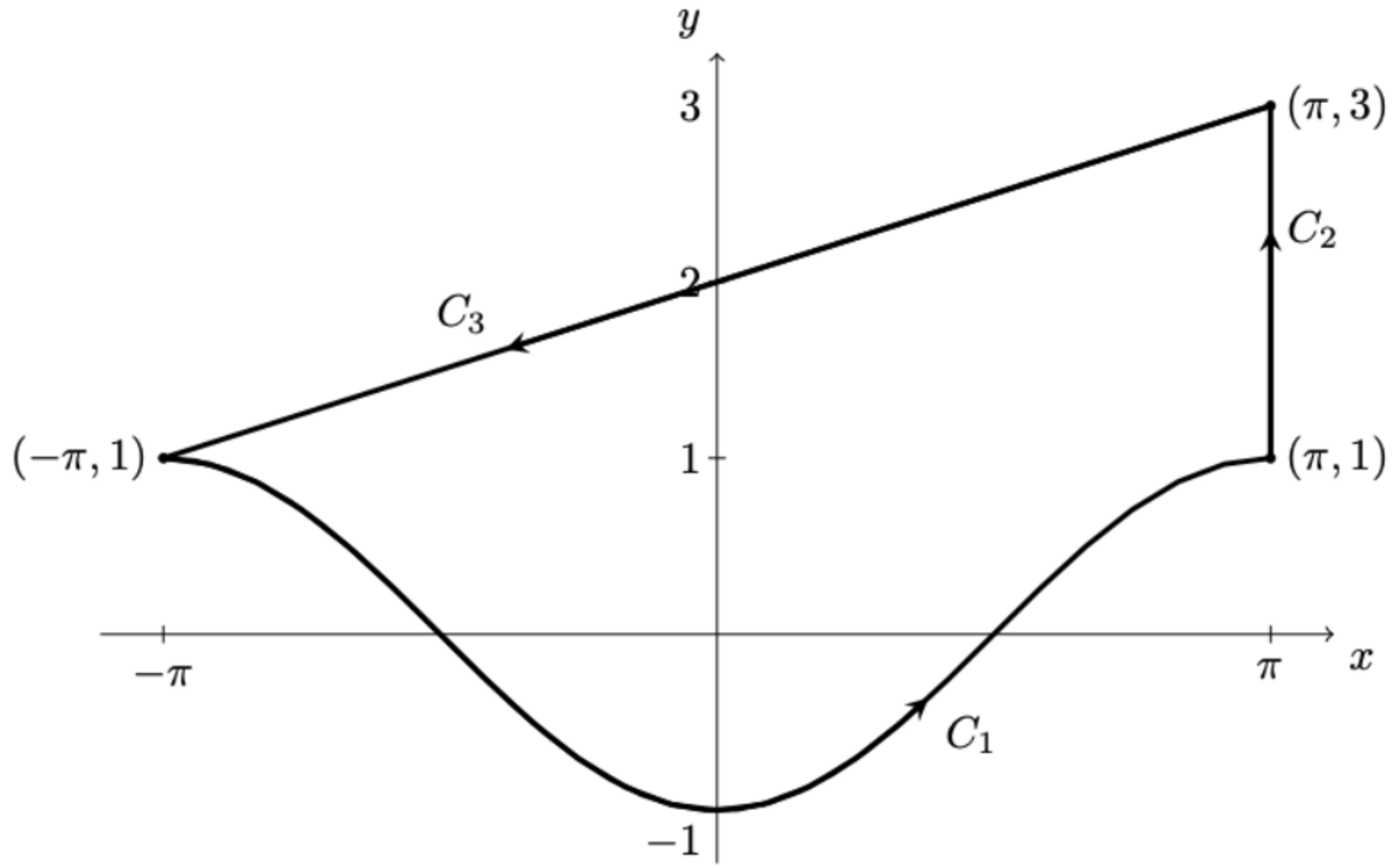
$C_1: \quad \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$ für ________ $\leq t \leq$ ________

$C_2: \quad \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$ für ________ $\leq t \leq$ ________

Sommer 2017, Aufgabe 6

Das Vektorfeld $\overrightarrow{F}$ sei gegeben durch

$$\overrightarrow{F}(x,y) = \begin{pmatrix} x^2 - 2y \\ 4x \end{pmatrix}.$$



b) Berechnen Sie das Linienintegral des Vektorfeldes $\overrightarrow{F}$ entlang der Kurve C_1, also

$$\int_{C_1} \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r}.$$

Sommer 2017, Aufgabe 6

c) Sei $C = C_1 + C_2 + C_3$ die geschlossene Kurve, die aus den drei Teilkurven C_1, C_2 und C_3 zusammengesetzt ist. Berechnen Sie das Linienintegral des Vektorfeldes $\overrightarrow{F}$ entlang der Kurve $C = C_1 + C_2 + C_3$, also

$$\oint_C \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r}.$$

Hinweis: Die von der Kurve eingeschlossene Fläche beträgt genau 4π.

d) Berechnen Sie das Linienintegral des Vektorfeldes $\overrightarrow{F}$ entlang der Kurve C_3, also

$$\int_{C_3} \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r}.$$

Hinweis: Das folgt auch ohne weitere Rechnung direkt aus den Teilaufgaben b) und c). Dabei dürfen Sie ohne Rechnung benutzen, dass für das Linienintegral von $\overrightarrow{F}$ entlang der Kurve C_2 gilt

$$\int_{C_2} \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r} = 8\pi.$$