Tipps Serie 18

Hrvoje Krizic - `hkrizic@ethz.ch`

Aufgabe 1

(a) 2×2-Formel verwenden:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

(b) 2×2-Formel verwenden.

(c) Hier kannst du den Trick aus der Übungsstunde verwenden (um Gauss-Jordan zu vermeiden).

(d) 2×2-Formel verwenden. Beachte: dies ist die Rotationsmatrix um den Winkel ϕ. Was würde Sinn ergeben für die Inverse dieser Matrix?

Aufgabe 2 $\heartsuit$

Gauss-(oder Harry-)Verfahren anwenden. In c) und d) solltest du unendlich viele Lösungen bekommen.

Aufgabe 3 $\heartsuit$

Dies ist eine typische Prüfungsaufgabe:

(a) Bestimme die Determinante und verwende das Schema aus der Übungsstunde (bzw. aus dem Skript).

(b) Führe eine Fallunterscheidung durch. Behandle zunächst den Fall für alle λ mit $\det(A) \neq 0$. In a) hast du zwei λ gefunden, wo $\det(A) = 0$ ist. Wende das Gauss-Verfahren für beide separat an und schreibe die Lösungen in Abhängigkeit eines Parameters t.

(c) Schema verwenden.

(d) Führe wieder eine Fallunterscheidung durch. Hier kann man ebenfalls einen weiteren Trick benutzen: Sei L_0 die Lösungsmenge vom homogenen Gleichungssystem $Ax = 0$. Dann ist die Lösungsmenge des Gleichungssystems $Ax = b$ genau gegeben durch

$$L = x_s + L_0$$

wobei x_s eine beliebige spezifische Lösung ist von $Ax = b$. Verifiziere, dass dies genau

$$x_s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

ist.

Aufgabe 4

Ob die Vektoren linear unabhängig sind oder nicht solltest du mihilfe der Determinanten bestimmen. Um zu bestimmen, wie wir einen Vektor als Linearkombination der anderen bestimmen können, müssen wir ja λ_i besitmmen, sodass

$$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + ... + \lambda_n v_n = 0$$

Dies ist genau das Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} | & | & & | \\ v_1 & v_2 & \dots & v_n \\ | & | & & | \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$