Tipps Serie 19

Hrvoje Krizic - hkrizic@ethz.ch

Aufgabe 1 ♡

(a) Sarrus anwenden.

(b) Mithilfe der Tricks aus der Übungsstunde berechnen.

(c) Gauss-Verfahren auf das System anwenden. Du solltest eine Nullzeile erhalten, bzw. unendlich viele Lösungen.

(d) Finde die Eigenwerte und Eigenvektoren so, wie wir es in der Übungsstunde getan haben. Um den Eigenvektor zu **normieren** musst du den Parameter so wählen, dass $|v| = 1$ gilt. Beispiel: Sei

$$v = \begin{pmatrix} s \\ \sqrt{2}s \\ s \end{pmatrix} \tag{1}$$

Dann gilt $|v| = \sqrt{s^2 + 2s^2 + s^2} = \sqrt{4s^2} = 2s$. Damit der Vektor normiert ist, wählen wir also $s = \frac{1}{2}$.

Aufgabe 2

Sehr schwierige und mühsame Aufgabe!

(a) Du erhältst ein charakteristisches Polynom in der Form $(a-x)^3 + b^3$ (wobei a und b vom Parameter μ abhängig sind). Du musst also $(a-x)^3 = -b^3$ lösen, bzw. $(a-x) = \sqrt[3]{-b^3}$. Du solltest drei komplexe Lösungen finden, da du ja die dritte Wurzel ziehst.

(b) Du musst hier nicht die Inverse ausrechnen! Verwende Tricks aus der Vorlesung.

(c) -

Aufgabe 3 ♡

(a) Wie in der Übungsstunde berechnen.

(b) Berechne T^{-1} mit der Formel für 2×2-Matrizen. Vergleiche dann die Matrix D mit den Eigenwerten die du in a) erhalten hast.

(c) (**Challenge**) Nach b) gilt $A = TDT^{-1}$. Dann gilt $A^2 = TDT^{-1}TDT^{-1} = TD^2T^{-1}$ und $A^3 = TDT^{-1}TDT^{-1}TDT^{-1} = TD^3T^{-1}$. Was stellst du für A^{99} fest? Was ist D^n. Berechne dafür zunächst D^2 und dann D^3... Was für ein Muster ergibt sich?

Aufgabe 4 (♡)

Berechne jeweils die Determinanten der Spaltenvektoren.