Tipps Serie 11

Hrvoje Krizic

hkrizic@ethz.ch

Aufgabe 1

Verwende das Leibniz-Kriterium.

Aufgabe 2 ♡

Verwende $r = \lim_{k\to\infty} \left|\frac{c_k}{c_{k+1}}\right|$ um den Radius zu bestimmen. Beachte $\frac{(k+1)!}{k!} = k+1$ und $\log(k^2) > \log(k+1)$ (für $k \to \infty$) um den Grenzwert auszuwerten.

Aufgabe 3 ♡

Gehe vor, wie in der Übungsstunde. Bestimme also die ersten drei Ableitungen und setze ein. Für den Vergleich kannst du die beiden Funktionen (einmal das Taylorpolynom und einmal die Funktion selbst) mit dem Taschenrechner ausrechnen.

Auf der nächsten Seite geht's weiter!

Aufgabe 4

Finde in beiden Teilaufgaben jeweils ein Muster, um die n-te Ableitung (an der Stelle $x_0 = 0$ resp. $x_0 = 1$) in Abhängigkeit von n zu schreiben. Als Beispiel bei $x_0 = 3$ einer beliebigen Funktion erhalten wir:

$$f'(3) = 1, \quad f''(3) = -1 \cdot 2, \quad f'''(3) = 1 \cdot 2 \cdot 3, \quad f^{(4)}(3) = -1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots$$

In diesem Fall gilt dann

$$f^{(n)}(3) = (-1)^{n+1}\, n!$$

und somit ist die Taylorreihe

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(3)}{n!}(x-3)^n = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{n+1}(x-3)^n$$