Tipps Serie 5

Hrvoje Krizic

hkrizic@ethz.ch

Aufgabe 1 ♡

Beachte, dass $\sin(x) \in [-1, 1]$. Ansonsten haben wir fast identische Aufgaben in der Übungsstunde gesehen. Falls du nicht weiterweisst, kannst du dir auch Kapitel 1.4.1 (Grenzwerte) noch einmal anschauen.

Aufgabe 2 (♡)

Benutze die Tricks aus der Vorlesung. Solche Grenzwerte sind zwar selten in alten Prüfungen, kamen jedoch in der Vergangenheit trotzdem vereinzelt immer mehr vor.

(a) Verwende Polynomdivision.

(b) Es gilt $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$. Benutze nun die Rechengesetze für Grenzwerte (Multiplikation).

(c) Multipliziere den Term mit $\frac{\sqrt{x+7}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+7}+\sqrt{x}}$ und multipliziere aus.

(d) Erweitere (multipliziere) den Bruch mit $(1+\sqrt{x})$ im Nenner und Zähler.

Aufgabe 3

Zur Erinnerung: eine Funktion ist differenzierbar in $x_0 \in D$ wenn der Grenzwert

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

existiert, bzw. der rechtsseitige und linksseitige Grenzwert übereinstimmen und endlich sind (also nicht $\pm\infty$). Falls die Funktion eine zusammengesetzte Funktion ist aus zwei differenzierbaren Funktionen $f_1(x)$ und $f_2(x)$, also

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & x \leq x_0 \\ f_2(x) & x > x_0 \end{cases},$$

dann reicht es nur schon, $\lim_{x \to x_0} f_1'(x) = \lim_{x \to x_0} f_2'(x)$ zu überprüfen.

(a) Überprüfe hier die Differenzierbarkeit mit dem Grenzwert. Es gilt:

$$2x^3 - 2 = 2(x-1)(x^2 + x + 1).$$

(b) Verwende

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

und zeige $\lim_{x \to x_0} f_1'(x) = \lim_{x \to x_0} f_2'(x)$.

(c) Verwende

$$f(x) = |x|^3 = \begin{cases} x^3 & x \geq 0 \\ (-x)^3 & x < 0 \end{cases}$$

(d) Verwende

$$f(x) = \sqrt{|x|} = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$$