Harry’s

Mathematik I/II PVK

Tag 1

17. Juni 2024

Organisatorisches

- Notizen auf n.ethz.ch/~hkrizic oder einfach „Harry ethz“ googlen :)
- PVK Skript ist eine Sammlung an Rezepten, Tricks und Tipps
  - Passwort für alle Skripte: **dimethode**
- Serien jeden Tag um 12-13 Uhr mit Lösungen Abends
- Pausen: —10min — 25min — 10min—
- Morgen ausnahmsweise im **HG E 5!**

Sommer 2022, Aufgabe 1

1.MC2 Seien $a \in \mathbb{R}$ und f eine Funktion definiert für $x < 0$ durch $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+2}{x^4 - 16} & \text{für } x \neq -2, \\ a & \text{für } x = -2. \end{cases}$

Für welches a ist f stetig an der Stelle -2?

(A) $a = \dfrac{1}{4}$

(B) $a = -\dfrac{1}{32}$

(C) $a = -\dfrac{1}{16}$

(D) $a = \dfrac{1}{24}$

Standardableitungen

$$f(x) = x^n \implies f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

$$f(x) = e^x \implies f'(x) = e^x$$

$$f(x) = \log(x) \implies f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(x) = a^x \implies f'(x) = a^x \cdot \log(a)$$

$$f(x) = \sin(x) \implies f'(x) = \cos(x)$$

$$f(x) = \cos(x) \implies f'(x) = -\sin(x)$$

$$f(x) = \tan(x) \implies f'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$$

$$\boxed{f(x) = \sqrt{x} \implies f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

Sommer 2021, Aufgabe 1

(b) [**1 Punkt**] Berechnen Sie die Ableitung der Funktion $f(x) = \sin(\sqrt{x^3})$.

Sommer 2022, Aufgabe 1

1.MC3 Gegeben sei f mit $f(x) = \sqrt{x-7}$. Wie lautet die Gleichung der Tangente $y = ax + b$ an den Graphen von f an der Stelle $x_0 = 16$?

(A) $y = \frac{1}{3}x + 3$

(B) $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

(C) $y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}$

(D) $y = \frac{1}{6}x + 3$

Sommer 2022, Aufgabe 1

1.MC1 Der Grenzwert $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos(x)\cdot x}{\frac{\pi}{2}-x}$ ist gegeben durch

(A) 1.

(B) $\dfrac{\pi}{2}$.

(C) $-\dfrac{\pi}{2}$.

(D) -1.

Winter 2023, Aufgabe 1

1.MC8 Sei f eine Funktion mit $f(x) = e^{2x}$ und $T_2(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2$ als dem 2. Taylor-Polynom **an der Stelle** $x_0 = 1$. Bestimmen Sie den Koeffizienten a_2.

(A) $a_2 = 2e$

(B) $a_2 = 4e$

(C) $a_2 = 2e^2$

(D) $a_2 = 4e^2$

Sommer 2020, Aufgabe 1

(d) Gegeben sei die Funktion $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $h(x) = xe^{-3(x-1)}$.

(i.) Die Funktion h besitzt zwei Fixpunkte $\widetilde{x}_1$ und $\widetilde{x}_2$.

Antwort:

$\widetilde{x}_1 =$ ____________ $\qquad$ $\widetilde{x}_2 =$ ____________

(ii.) Sei $(x_n)_{n\geq 0}$ eine Folge mit h als Reproduktionsfunktion, also

$$x_{n+1} = h(x_n) \qquad \text{für alle } n = 0, 1, 2, 3 \ldots$$

Sei $\widetilde{x} = \widetilde{x}_1$ oder $\widetilde{x} = \widetilde{x}_2$ einer der beiden Fixpunkte aus (i.).
Wir nennen den Fixpunkt $\widetilde{x}$ "attraktiv", wenn folgende Bedingung erfüllt ist:
Für jeden Startwert x_0 in der Nähe von $\widetilde{x}$ mit $x_0 \neq \widetilde{x}$ gilt $\widetilde{x} = \lim\limits_{n\to\infty} x_n$.

Prüfen Sie jeweils, ob $\widetilde{x}_1$ oder $\widetilde{x}_2$ attraktiv ist.

Standardintegrale

$$\int x^n \,\mathrm{d}x = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C \qquad \text{für } n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} \,\mathrm{d}x = \log|x| + C \qquad \text{für } x \neq 0$$

$$\int e^x \,\mathrm{d}x = e^x + C \qquad \text{für } x \in \mathbb{R}$$

$$\int \log x \,\mathrm{d}x = x \log x - x + C \qquad \text{für } x \neq 0$$

$$\int \sin x \,\mathrm{d}x = -\cos x + C \qquad \text{für } x \in \mathbb{R}$$

$$\int \cos x \,\mathrm{d}x = \sin x + C \qquad \text{für } x \in \mathbb{R}$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} \,\mathrm{d}x = \tan x + C \qquad \text{für } x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\int \tan x \,\mathrm{d}x = -\log|\cos x| + C \qquad \text{für } x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \,\mathrm{d}x = \arcsin x + C \qquad \text{für } x \in (-1, 1)$$

$$\int \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \,\mathrm{d}x = \arccos x + C \qquad \text{für } x \in (-1, 1)$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} \,\mathrm{d}x = \arctan x + C \qquad \text{für } x \in \mathbb{R}$$

$$\int \frac{1}{1-x^2} \,\mathrm{d}x = \frac{1}{2} \log\left|\frac{x+1}{x-1}\right| + C \qquad \text{für } x \neq \pm 1$$

Sommer 2022, Aufgabe 1

1.MC7 Sei F eine Funktion definiert durch $F(x) = -\frac{\pi}{2} + \int_0^x t \cdot \sin(t)\, dt$.

Welchen Wert hat $F(\pi)$?

(A) $F(\pi) = \pi$

(B) $F(\pi) = -\frac{\pi}{2}$

(C) $F(\pi) = 0$

(D) $F(\pi) = \frac{\pi}{2}$

Winter 2023, Aufgabe 1

1.MC6 Für welche obere Integralgrenze b gilt $\int_{-\pi}^{b} \frac{-\sin(x)}{\cos(x)+2} dx = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$?

[redacted]

(A) $b = 0$

(B) $b = \pi$

(C) $b = \frac{\pi}{4}$

(D) $b = \frac{2\pi}{3}$

Winter 2023, Aufgabe 1

1.MC6 Für welche obere Integralgrenze b gilt $\int_{-\pi}^{b} \frac{-\sin(x)}{\cos(x)+2} dx = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$?

Hinweis: Es gilt $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln(|f(x)|) + C$.

(A) $b = 0$

(B) $b = \pi$

(C) $b = \frac{\pi}{4}$

(D) $b = \frac{2\pi}{3}$

Sommer 2022, Aufgabe 1

1.MC6 Für welche obere Integralgrenze e^b gilt $\displaystyle\int_{e^2}^{e^b} \frac{1}{x\ln(x)}dx = \ln(3)$?

(A) $b = 6$

(B) $b = 3$

(C) $b = 5$

(D) $b = 4$