Tipps Serie 6

Hrvoje Krizic
hkrizic@ethz.ch

Aufgabe 1 ♡

(a) (i) L'Hôpital einmal anwenden (siehe Serie 4 für Ableitung).

(ii) L'Hôpital zweimal anwenden.

(iii) Bei den Zwischenschritten immer kürzen, dann brauchst du l'Hôpital nur einmal anzuwenden.

(iv) $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ zuerst umschreiben.

(b) Erste und zweite Ableitung berechnen und die Koeffizienten $a_k = \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}$ berechnen für $k = 0, 1, 2$.

(c) $k(x)$ ist eine gerade Funktion! Kannst du daraus schon einige Koeffizienten $= 0$ setzen?

Aufgabe 2

Berechne sorgfältig alle fünf Ableitungen von $f(x)$. Setze dann den Wert x_0 ein und berechne die Koeffizienten $a_k = \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}$. Wenn du das Taylorpolynom hast, musst du zuerst das x^* finden, welches

$$\frac{1 + x^*}{1 - x^*} = 2$$

erfüllt. Berechne dann $T_5(x^*)$ und vergleiche dies mit dem Taschenrechner-Wert von $\ln(2)$.

Aufgabe 3

Da $E'(t) = L(t)$ muss auch

$$E(t) = \int L(t)\, dt$$

sein. Berechne dieses unbestimmte Integral, indem du $u = 1 + \lambda t$ substituierst. Es gilt (da wir dies vermutlich nicht in der Übungsstunde besprochen haben, gebe ich hier schon die Substitution an – denke daran, die Substitution am Schluss wieder rückgängig zu machen, indem du u wieder durch $1 + \lambda t$ ersetzt):

$$\int \frac{1}{1+\lambda t}\, dt = \frac{1}{\lambda} \int \frac{1}{u}\, du$$

Du solltest als Lösung $E(t)$ in Abhängigkeit einer Konstanten C erhalten. Diese findest du durch die Anfangsbedingung $E(0) = 0$. Berechne dann $E(30)$.

Aufgabe 4*

Löse diese Aufgabe nur, falls du die MC-Aufgaben und die anderen Handaufgaben schon gelöst hast!

(a) Es gilt für ein beliebiges $a \in \mathbb{R}$:

$$\int e^{-ax}\, dx = -\frac{1}{a} e^{-ax}$$

Alle Konstanten Faktoren kannst du schon von Anfang an vor das Integral packen. Vergiss die Konstante $+K$ beim Integrieren nicht und verwende die Anfangsbedingung $V_B(0) = 0$.

(b) Stelle die Gleichung $V_M(t) = \ldots$ auf. Verwende die schon bekannten Lösungen von $u(t)$ und $V_B(t)$, und die Anfangsbedingung $V_M(0) = 0$. Um $y_1(t)$ herauszufinden, musst du dir überlegen, was $V_M(t) + y_1(t)$ zu jeder Zeit t sein sollte.