Tipps Serie 1

Hrvoje Krizic
hkrizic@ethz.ch

In dieser Serie sind wirklich alle Aufgaben zu empfehlen. 2d) ist etwas knifflig, aber auch lösbar.

Aufgabe 1 ♡

(a) Bestimme z und anschliessend $-z$ bzw. $\frac{1}{z}$ (Bringe den Bruch wie in der Übungsstunde in Normalform).

(b) In allen Fällen $|z|$ als Radius und $\arg(z)$ als Winkel φ interpretieren.

Aufgabe 2 ♡

(a) Entweder berechnest du die beiden Brüche separat, oder du bringst beide auf einen Nenner (in diesem Fall bist du schneller, weil die beiden Nenner das komplex Konjugierte des jeweils anderen sind)

(b) Wie in der Übungsstunde.

(c) Aus $\frac{1}{|z|^2} = 2$ folgt direkt $|z| =?$. Aus $\arg(\bar{z}) = \frac{3\pi}{4}$ musst du nun den Winkel φ herleiten (bzw. $\varphi = \arg(z)$). Inwiefern sind die Winkel von $\bar{z}$ und z unterschiedlich? Stelle dir z und $\bar{z}$ im Koordinatensystem vor. Wenn du $|z|$ (respektive r) und $\arg(z)$ (respektive φ) hast, kannst du die Normalform mit der Euler Formel bestimmen.

(d) **(eher schwierig)** $|iz| = |i||z|$. Was ist $|i|$? Du erhältst aus dieser Bedingung $r = |z|$. Schreibe $z = re^{i\varphi}$ (mit dem bekannten r) hin. Dann ist $\mathrm{Im}(r^2 e^{-i2\varphi}) = 2$. Umschreiben mit der Eulerformel erhältst du eine Gleichung der Form $\sin(...) = ...$ Diese hat zwei Lösungen für $\varphi \in]-\pi, \pi]$. Finde nun die Normalform für beide Lösungen mithilfe der Euler-Formel.

Aufgabe 3 ♡

(a) -

(b) Sollte ohne Tipps lösbar sein.

(c) Da wir mit $|z|$ und $\arg(z)$ arbeiten ist die Polarform wohl am einfachsten. Schreibe also $z_3 = r_3 e^{i\varphi_3}$ und $z_4 = r_4 e^{i\varphi_4}$ und setze diese in die Bedingungen ein (r_3 und r_4 sind trivial).