Tipps Serie 3

Hrvoje Krizic
hkrizic@ethz.ch

Aufgabe 1 ♡

(a) i. Normales Gauss-Verfahren. Du erhältst eine eindeutige Lösung.

   ii. Führe normal das Gauss-Verfahren durch, um die Zeilenstufenform zu erhalten (Nullen unter der Hauptdiagonalen, du musst also am Schluss zwei Zahlen auf der letzten Zeile haben, da diese Matrix nicht quadratisch ist). Du musst nun eine Variable (am besten die letzte) frei wählen, da wir weniger Gleichungen haben als zu bestimmende Variablen.

(b) Eigenwerte mit $\det(A - \lambda E)$ bestimmen und Eigenvektoren wie in der Übungsstunde (ansonsten im Skript nachlesen!). Für A^{-1} kannst du

$$Av = \lambda v \implies v = A^{-1}\lambda v \implies A^{-1}v = \frac{1}{\lambda}v$$

verwenden. Wie bestimmen wir, ob eine Matrix invertierbar ist? Zeige, dass B nicht invertierbar ist.

(c) Du erhältst mit dem Gauss-Verfahren (und abziehen vom doppelten Eigenwert von der Diagonalen) eine Zeilenstufenform mit zwei frei wählbaren Parameter.

(d) Bestimme den Rang mit dem Gauss-Verfahren und zeige, ob die Matrizen invertierbar sind oder nicht (indem du den Rang mit der Dimension der Matrix vergleichst).

Aufgabe 2

(a) Am einfachsten benutzt du folgenden Satz: Ist eine Matrix reell (bzw. hat reelle Einträge), dann ist bei einem Eigenwert λ immer auch $\bar{\lambda}$ (das komplex Konjugierte) ein Eigenwert. Alternativ kannst du auch $\mathrm{Spur}(A) = \lambda_1 + \lambda_2 + ...$ verwenden, wobei die Spur die Summe aller Hauptdiagonalelemente sind.

(b) -

Aufgabe 3 ♡

(a) -

(b) i. Wie in der Übungsstunde.

ii. Verwende $Bv = \lambda v$ und setze die beiden Eigenwerte aus i. ein. Du erhältst zwei Lösungen, von denen eine $b > 0$ erfüllt.

iii. Verwende wieder $Bw = \lambda w$ und setze nun den anderen Eigenwert ein als in ii., dann erhältst du auch einen linear unabhängigen Eigenvektor (wieso?).