

Tag 2

Aufgabe 1 :

Sei folgendes Skalarprodukt gegeben:

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x) dx$$

Die folgenden Polynome sind die ersten drei Legendre-Polynome:

$$P_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$P_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}x$$

$$P_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{2}}(3x^2 - 1)$$

- (a) Zeige, dass die drei Polynome jeweils zueinander orthogonal stehen.
- (b) Berechne $\|P_i\|$ für alle $i \in \{0, 1, 2\}$.
- (c) Was für eine Aussage kannst du über die in a) und b) berechneten Beziehungen treffen?

Aufgabe 2 :

Sei

$$f(x) = A, \quad x \in [0, \pi)$$

wobei A eine Konstante ($A \in \mathbb{R}$) ist.

- (a) Setze die Funktion so fort, dass sie 2π -periodisch und ungerade wird.
- (b) Berechne die reelle Fourierreihe der 2π -periodisch fortgesetzten Funktion.
- (c) Berechne die komplexen Fourierkoeffizienten.