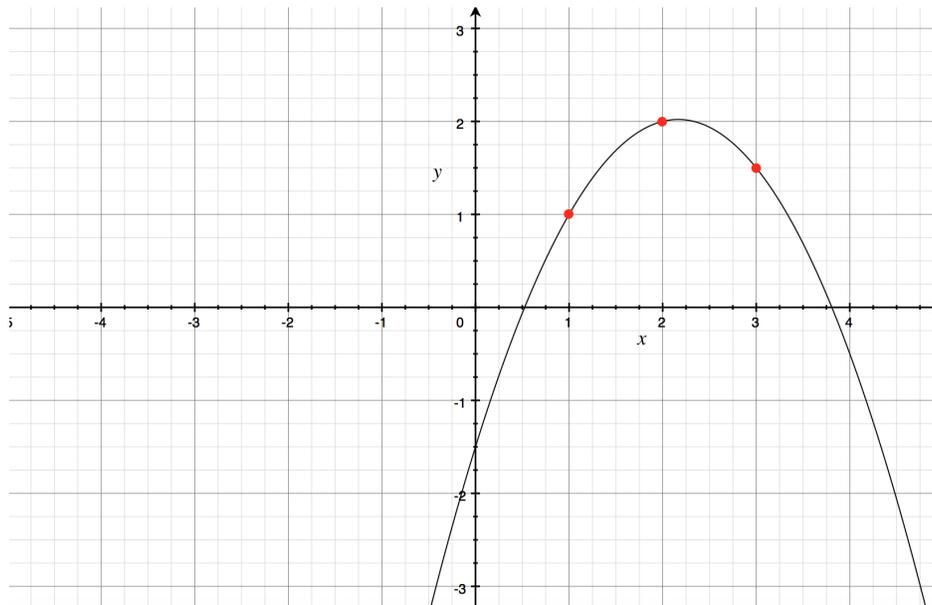


# 1 Beispiel Lagrange Interpolation



$$f(x) = \sum_{j=0}^k y_j l_j(x)$$

$$l_j(x) = \prod_{m=0 \dots k; m \neq j} \frac{x - x_m}{x_j - x_m}$$

Wenn man eine gewisse Anzahl Punkte gegeben hat, aber keine Funktion kennt, die durch alle Punkte geht, benutzt man eine Interpolation. Dabei verändert man eine bekannte Funktion so, dass sie durch alle Punkte geht. Die Lagrange Interpolation ist dabei eine spezielle Methode, Polynome so anzupassen, dass sie durch alle Punkte gehen. Wir betrachten jetzt ein Beispiel mit drei Punkten, also  $k=2$ .

$x_i = 1, 2, 3$  und  $y_i = 1, 2, 1.5$

$$l_0 = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)}$$

$$l_1 = \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)}$$

$$l_2 = \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)}$$

Nun setzt man die Punkte ein:

$$l_0 = \frac{(x - 2)(x - 3)}{(-1)(-2)} = \frac{1}{2}(x^2 - 5x + 6)$$

$$l_1 = \frac{(x - 1)(x - 3)}{(1)(-1)} = -(x^2 - 4x + 3)$$

$$l_2 = \frac{(x - 1)(x - 2)}{(2)(1)} = \frac{1}{2}(x^2 - 3x + 2)$$

Jetzt setzt man die  $y_i$  in die Formel ein und erhält:

$$f(x) = (1)\frac{1}{2}(x^2 - 5x + 6) - (2)(x^2 - 4x + 3) + (1.5)\frac{1}{2}(x^2 - 3x + 2)$$

$$f(x) = -0.75x^2 + 3.25x - 1.5$$

Wie man sieht, ist der Grad des Polynoms immer um eins kleiner als die Anzahl Punkte die man verwendet. Betrachtet man den Graphen der gefundenen Funktion, sieht man, dass sie dort genau wie erwünscht durch den Punkt geht.